



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Centre Universitaire de Relizane
Institut des Sciences et Technologies
Département d'Informatique

2^{ème} année Informatique

Théorie des graphes

Cours 1: Notion de graphes

Présenté par: Dr. Benotmane.Z

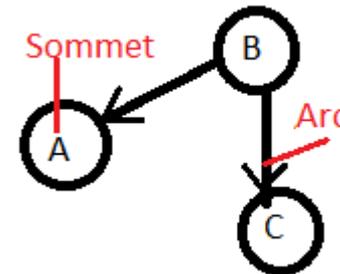
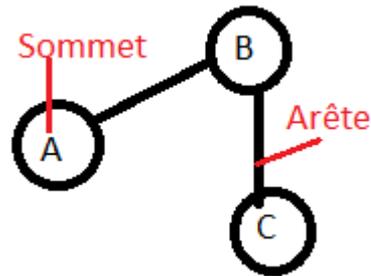
Que veut dire un graphe (مخطط)

- Les **graphes** permettent de représenter graphiquement des objets et leurs relations.
- Un graphe est un ensemble de points (appelés **sommets**), muni d'une relation binaire dont les couples sont appelés **arcs** ou **arêtes**.
- La **théorie des graphes** représente les techniques et outils mathématiques et informatique qui permettent de démontrer des propriétés, d'en déduire des méthodes de résolution de problèmes, des **algorithmes** sur les graphes, etc, par exemple : pour aller d'un endroit X à un endroit Y , quel est le chemin le plus rapide ?

1 - Formulation

Un graphe noté $G = (X;U)$ est représenté par :

- Un ensemble $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ dont les éléments sont appelés **sommets** ($|X| = n$).
- Un ensemble $U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ dont les éléments sont appelés **arêtes** ou **arcs** ($|U| = m$).



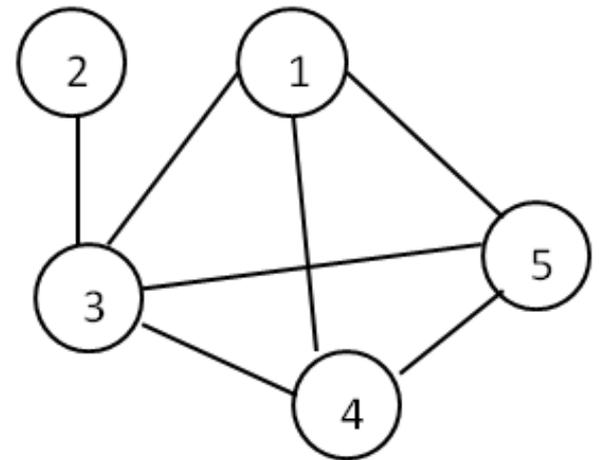
2- Graphes non orientés

- Un graphe **non orienté** est composé d'un ensemble de sommets et d'un ensemble d'**arête**. L'exemple de la figure 1 est un graphe non orienté comportant 5 sommets et 7 arêtes.

- Dans le graphe G de la figure:

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$U = \{(1, 3) ; (1, 4) ; (1, 5) ; (2, 3) ; (3, 4) ; (3, 5) ; (4, 5)\}$$



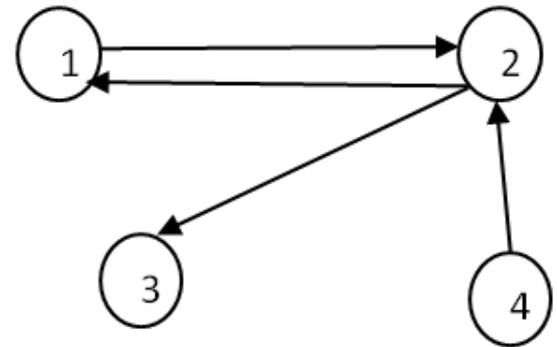
3- Graphe orienté

- Un graphe orienté est un graphe dont les arêtes sont orientées (fléchées). On distingue alors le sommet origine de l'arête et son extrémité. Dans un graphe orienté, les éléments de U sont appelés arcs.

- Dans le graphe G de la figure:

$$X = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$U = \{(1, 2) ; (2, 3) ; (4, 2) ; (2, 1)\}$$



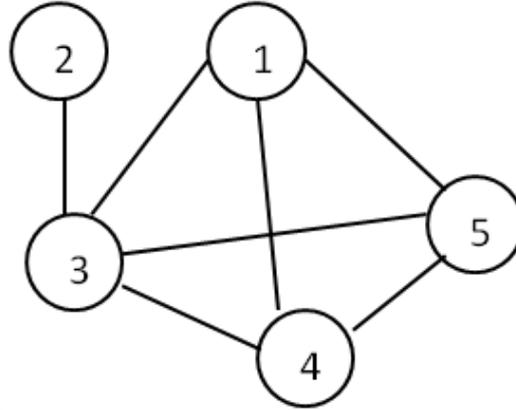
4- Quelques notions

- Une arête u est une **paire** de sommets (x_i, x_j)
- Les sommets x_i et x_j sont les **extrémités** de l'arête.
- Deux sommets reliés par au moins une arête sont dits **adjacents** ou **voisins**.
- Une arête partant et arrivant au même sommet est appelée **boucle**.
- L'**ordre** d'un graphe est le nombre de sommets de ce graphe.
- Deux arêtes d'un graphe sont **adjacentes** si elles ont au moins un sommet
- en commun.
- Dans un graphe, le **degré** de chaque sommet est le nombre d'arêtes dont il est l'une des extrémités , **Attention** ! Il ne faut pas oublier de compter deux fois les boucles, car le sommet est deux fois l'extrémité de cette arête.

- L'ensemble des **successeurs** d'un sommet x_i est l'ensemble $\text{succ}(x_i)$ notés $\tau^+(x_i)$
 - De manière analogue, l'ensemble des prédécesseurs d'un sommet x_i est l'ensemble $\text{pred}(x_i)$ noté $\tau^-(x_i)$
- Et dans ce cas l'ensemble des voisins de x_i est simplement l'ensemble $\text{succ}(x_i) \cup \text{pred}(x_i)$.
- Arcs incidents à x_i : entrants $\tau^-(x_i)$ ou sortants $\tau^+(x_i)$
 - Le nombre d'arêtes incidentes à un sommet est le nombre d'arêtes sortant ou rentrant du sommet.

- Le **degré** d'un sommet x_i de G est le nombre d'arêtes incidentes à x_i . Il est noté $d(x_i)$.
- Lorsque $d(x_i) = 0$, on dit que le sommet x_i est isolé.
- Lorsque $d(x_i) = 1$, on dit que le sommet x_i est pendant.
- Lorsque plusieurs arêtes relient deux sommets, on les appelle des arêtes multiples.

Exemple 1:



Le degré de 1 = 3.

Les sommets adjacents de 1 sont les: 3,4 et 5.

Les arêtes incidentes au sommet 1 sont
(1,3);(1,4);(1,5).

L'ordre de ce graphe est 5.

Exemple 2

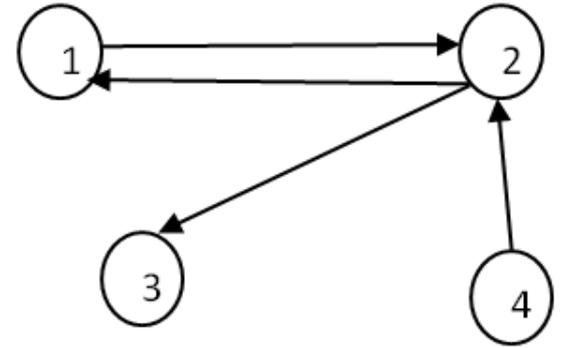
Degré du sommet 2 est 4

Les successeurs de 2 sont: 1 et 3

Les prédécesseur de 2 sont 1 et 4

Les sommets adjacents de 2 sont 1,3,4

Les arcs incidents à 2 sont $(1,2)$; $(1,3)$; $(2,1)$; $(4,2)$



Si vous avez des questions veuillez me laissez la question avec le nom et prénom de l'étudiant.

Merci