

Centre Universitaire de Relizane	2020/2021	
Idnstitut des Sciences et Technologies	1 ^{er} Master	TD :02
Département de mathématiques	Module :Courbes et Surfaces	

Exercice 1.

- 1) Montrer que pour tout $(T, N, B) \in \mathbb{R}^3 : (T \wedge N) \wedge B = \langle T, B \rangle N - \langle N, B \rangle T$.
- 2) Si (T, N, B) trièdre de Frenet alors ; $B = T \wedge N$; $N = B \wedge T$ et $T = N \wedge B$.

Exercice 2. Soient $\gamma : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ une courbe paramétrée régulière et $(\gamma(t), T(t), N(t), B(t))$ le repère de Frenet de γ en t . Si $K(t)$ est la courbure de γ et $\tau(t)$ est la torsion de γ .
Montrer que

$$1) B(t) = \frac{\gamma'(t) \wedge \gamma''(t)}{\|\gamma'(t) \wedge \gamma''(t)\|} \quad 2) K(t) = \frac{\|\gamma'(t) \wedge \gamma''(t)\|}{\|\gamma'(t)\|^3} \quad 3) \tau(t) = -\frac{\langle \gamma'(t) \wedge \gamma''(t), \gamma'''(t) \rangle}{\|\gamma'(t) \wedge \gamma''(t)\|^2}$$

Exercice 3. 1) Déterminer la courbure et la torsion de la courbe $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie par $\gamma(t) = (t, t^2, t^3)$. 2) Déterminer le plan osculateur en $t = 0$ et en $t = 1$.

Exercice 4. Soit la courbe $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie par $\gamma(t) = (e^t, e^{-t}, \sqrt{2}t)$.

1. Montrer que γ est régulière .
2. Calculer la courbure $K(t)$ et la torsion $\tau(t)$ de γ et $\frac{K(t)}{\tau(t)}$.

Exercice 5. Calculer la courbure $K(t)$ et la torsion $\tau(t)$ de γ dans les cas suivantes.

1. $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie par $\gamma(t) = (3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$
2. $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie par $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, cht)$.
3. $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie par $\gamma(t) = (cht, sht, t)$.

Exercice 6. Soient $\gamma : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ une courbe paramétrée régulière et $(\gamma(t), T(t), N(t), B(t))$ le repère de Frenet de γ en t . Si $K(t)$ est la courbure de γ et $\tau(t)$ est la torsion de γ .
Montrer que : la courbe γ est plane si et seulement si $\tau(t) = 0$.