

Centre Universitaire de Relizane	2020/2021	
Idnstitut des Sciences et Technologies	1 ^{er} Master	TD :01
Département de mathématiques	Module :Courbes et Surfaces	

Exercice 1. (Demi cercle)

Soient γ_1 et γ_2 deux courbes paramétrées telles que :

$$\gamma_1 :]-1, 1[\rightarrow \mathbb{R}^2 \quad \gamma_2 :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$t \mapsto (t, \sqrt{1-t^2}) ; \quad t \mapsto \left(\frac{1-t^2}{1+t^2}, \frac{2t}{1+t^2} \right)$$

- 1) Montrer que γ_1 et γ_2 sont équivalentes.
- 2) Déterminer le support de γ_2 .

Exercice 2. (L'hyperbole)

Même questions de l'exercice 01 . Pour les courbes paramétrées :

$$\gamma_1 :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}^2 \quad \gamma_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$t \mapsto \left(t + \frac{1}{t}, t - \frac{1}{t} \right) ; \quad t \mapsto (2cht, 2sht) .$$

Exercice 3.

Soit $\gamma : I \rightarrow \mathbb{R}^n$ une courbe paramétrée régulière.

Montrer qu'il existe une courbe paramétrée par sa longueur $\alpha : J \rightarrow \mathbb{R}^n$ équivalente à γ .

Exercice 4. (Astroïde)

On considère la courbe paramétrée : $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ où $R \in \mathbb{R}_+^*$.

$$t \mapsto (R \cos^3 t, R \sin^3 t)$$

- 1) Déterminer les points où la courbe γ est régulière.
- 2) Déterminer la courbure .
- 3) Déterminer la longueur de l'arc $\gamma_{\setminus [0, 2\pi]}$.

Exercice 5.

Même questions de l'exercice 03.

1) **Cycloïde** $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ où $R \in \mathbb{R}_+^*$.

$$t \mapsto (R(t - \sin t), R(1 - \cos t))$$

2) **Cardioïde** $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$t \mapsto ((1 - \cos t) \cos t, (1 - \cos t) \sin t) .$$

Exercice 6. (Tractrice)

On considère la courbe paramétrée : $\gamma : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^2$. Déterminer le cercle osculateur de γ .

$$t \mapsto \left(t - tht, \frac{1}{cht} \right)$$