

INTRODUCTION A LA MECANIQUE DES FLUIDES



INTRODUCTION A LA MECANIQUE DES FLUIDES
masse volumique, densité, viscosité

Statique des fluides

Notion de pression, relation fondamentale de l'hydrostatique, théorème de Pascal

Cinématique des fluides

Ecoulement potentiel...

Dynamique des fluides compressibles et incompressibles

Écoulement permanent, notion de débit, théorème de Bernoulli, théorème d'Euler

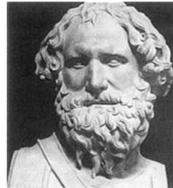
Historique

- Les réalisations des chinois, des grecs, des arabes, des romains
- • L'équilibre statique des fluides : Archimède, Pascal
- • Description des mouvements fluides : De Vinci
- • Les lois de la mécanique : Newton
- • Les fluides parfaits : Euler, d'Alembert
- • Les fluides visqueux : Stokes

- • L'équation visco-inertielle de Navier-Stokes : Navier
- • Les expériences de Reynolds
- • L'étude des instabilités : Orr, Lin, Joseph, Arnold
- • L'étude de la turbulence : Leray, Kolmogorov

Archimède et l'équilibre statique des fluides

Archimède (287–212 av. JC) formule quantitativement les forces exercées par les fluides :
"Tout corps plongé dans un fluide reçoit une poussée verticale dirigée vers le haut égale au poids du fluide déplacé"



Pascal et la pression

Pascal (1623–1662) définit la notion de pression et prouve au Puy de Dôme que la pression atmosphérique est due au poids de l'atmosphère.



Pascal et la pression



La pression exercée par la colonne d'air de l'atmosphère est compensée par le poids de la colonne de mercure. À l'extrémité haute le vide exerce une pression nulle.

Léonard De Vinci (1452 – 1519)



- Décrit les mouvements fluides
- Invente le terme *turbulence*, *turbolenza*

Isaac Newton (1642 – 1727)



le produit de la masse et de l'accélération est égal à la somme des forces exercées

Leonhard Euler (1707 – 1783)

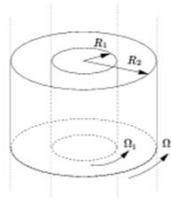
détermine l'équation des fluides **parfaits** qui s'écoulent sans résistance (viscosité nulle).

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = -\nabla p.$$



Daniel Bernoulli expose en 1738 le théorème fondamental de la mécanique des fluides, qui exprime de façon simplifiée la conservation de l'énergie d'un fluide dans une conduite, dans l'ouvrage *Hydrodynamica*. Il interprète la pression comme provenant du choc des molécules gazeuses et montre le rôle fondamental de la conservation de l'énergie. Il fait le point sur les problèmes hydrauliques de son époque. Il établit un théorème qui exprime le bilan hydraulique simplifié d'un fluide dans une conduite. Il pose ainsi les bases de l'hydrodynamique et, d'une façon plus générale, de la mécanique des fluides, science qui est à la base du calcul de l'écoulement d'un liquide ou d'un gaz dans un espace confiné ou non.

Les expériences de Couette (1858–1943)



À faible vitesse, la force nécessaire est proportionnelle à la vitesse différentielle et inversement proportionnelle à l'épaisseur de fluide. Il identifie la viscosité du fluide au coefficient de proportionnalité.

$$F = \mu \frac{\delta U}{\delta R}$$

Georges Stokes (1819–1903)

Mathématicien, il établit rigoureusement l'équation des fluides **visqueux**.



$$\mathbf{0} = -\nabla p + \mu \Delta \mathbf{u}$$

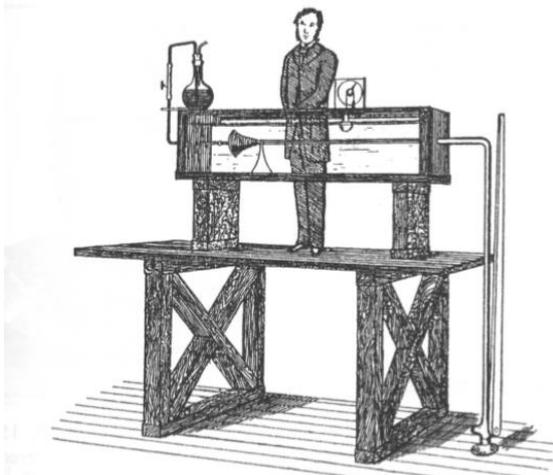
Navier (1785–1836)



Il fait la synthèse de l'équation d'Euler des fluides parfaits et celle de Stokes pour les fluides visqueux : l'équation de Navier-Stokes

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \mu \Delta \mathbf{u}$$

Les expériences de Reynolds (1842–1912)



Reynolds découvre un critère d'apparition des **instabilités**

Les expériences de Reynolds



(a) Laminar flow



(b) Turbulent flow



(c) Turbulent flow (observed by electric spark)

$$Re = UD/\nu$$

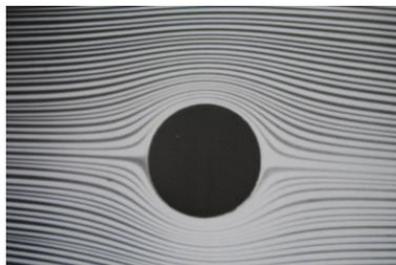
U vitesse moyenne

D diamètre

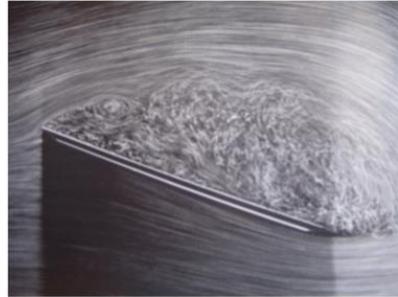
ν viscosité cinématique

Transition instable vers $Re \approx 2000$

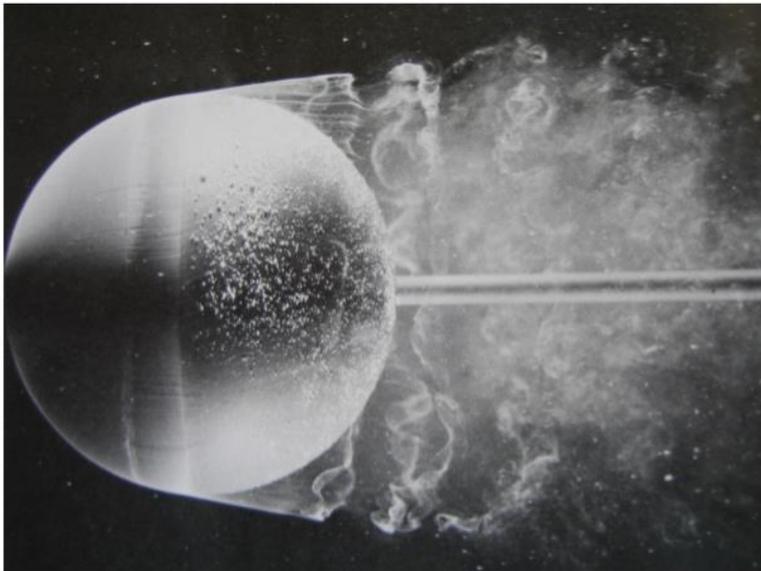
Écoulement parfaits "imaginaires"



En réalité



En réalité



Définition

La mécanique des fluides est la science des lois de l'écoulement des fluides. Elle est la base du dimensionnement des conduites de fluides et des mécanismes de transfert des fluides. C'est une branche de la physique qui étudie les écoulements de fluides c'est-à-dire des liquides et des gaz lorsque ceux-ci subissent des forces ou des contraintes. Elle comprend deux grandes sous branches :

- la **statique** des fluides, ou hydrostatique qui étudie les fluides au repos. C'est historiquement le début de la mécanique des fluides, avec la poussée d'Archimède et l'étude de la pression.

- la **cinématique**, la **dynamique** des fluides qui étudie les fluides en mouvement. Comme autres branches de la mécanique des fluides.

On distingue également d'autres branches liées à la mécanique des fluides :

l'hydraulique, l'hydrodynamique, l'aérodynamique, ... Une nouvelle approche a vu le jour depuis quelques décennies : la mécanique des fluides numérique (CFD ou Computational Fluid Dynamics en

anglais), qui simule l'écoulement des fluides en résolvant les équations qui les régissent à l'aide d'ordinateurs très puissants : les supercalculateurs.

La mécanique des fluides a de nombreuses applications dans divers domaines comme l'ingénierie navale, l'aéronautique, mais aussi la météorologie, la climatologie ou encore l'océanographie.

Propriétés physiques des fluides

Qu'est ce qu'un fluide ? c'est un milieu matériel

continu; ses propriétés varient d'une façon continue, propriétés considérées comme caractéristiques non d'un point sans volume mais d'une **particule**, volume de fluide extrêmement petit autour d'un point géométrique; par exemple, on affecte à chaque point P, pour chaque instant t, une **masse volumique ρ** représentative de la population des molécules intérieures au volume dV de la particule;

! **déformable** (il n'a pas de forme propre); les molécules peuvent facilement glisser les unes sur les autres; cette mobilité fait que le fluide prendra la forme du récipient qui le contient;

! **qui peut s'écouler**; mais tout fluide peut s'écouler plus ou moins facilement d'un récipient à un autre ou dans une conduite: des forces de frottements qui s'opposent au glissement des particules de fluide les unes contre les autres peuvent apparaître car **tout fluide réel** a une **viscosité**.

L'état fluide englobe deux des trois états de la matière : le liquide et le gaz. Les liquides et gaz habituellement étudiés sont isotropes, c'est-à-dire que leurs propriétés sont identiques dans toutes les directions de l'espace.

Particule fluide

La particule fluide est une portion de fluide à laquelle correspondent, à un instant t, une vitesse, une pression, une température, une masse volumique, etc. Le volume envisagé est très petit à notre échelle, mais doit contenir encore un très grand nombre de molécules pour que les chocs moléculaires puissent être remplacés par la pression moyenne. Les particules fluides ne sont pas des particules microscopiques sur lesquelles le mouvement brownien dû à l'agitation moléculaire est très perceptible la notion de continuité repose sur celle de la compacité du réseau moléculaire intrinsèquement lacunaire¹.

Chaque particule d'un fluide est soumise à des **forces de volume** qui sont des forces à longue distance induites par des champs de forces - le plus banal étant le champ de pesanteur - et à des **forces de surface**, forces de contact transmises à la surface de la particule par les éléments environnants. On peut dire qu'un fluide est un corps homogène et continu dont les diverses particules peuvent se déplacer ou se déformer sous l'action d'une force très faible.



[cours réalisé par Manel Wannassi]

Milieu déformable
=

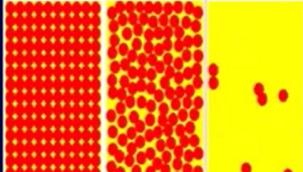
distances mutuelles variables entre les différents points qui constituent le milieu

Par rapport au solide, par définition *indéformable* en mécanique

solide

liquide

gaz



[cours réalisé par Manel Wannassi]



Ferrofluides

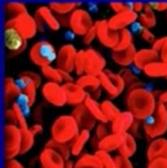




Lait



Liquide à bulles



Sang

[cours réalisé par Manel Wannassi]

d) La limite liquide-solide : une frontière parfois floue

- Limite entre état solide et état liquide par toujours franche
- Dépend de l'amplitude et de la durée des contraintes appliquées

Polymère silicone



Verre



➢ **Rhéologie** = science qui étudie l'évolution de la déformation des matériaux (aussi bien solides que liquides) sous contraintes

[cours réalisé par Manel Wannassi]

Masse volumique

Définition

Considérons un milieu continu fluide à l'intérieur d'un volume V , et soit dV un volume élémentaire défini autour d'un point M du volume V . Désignons par

dm la masse de fluide contenue dans le volume dV . Le rapport $\rho = dm/dV$ représente la masse volumique moyenne du fluide contenu dans le volume dV . On définit la **masse volumique au point M**

$$\text{par : } \rho = \lim_{dV \rightarrow 0} \frac{dm}{dV} \quad (\text{kg/m}^3)$$

La densité d'un liquide est définie par : $d = \rho_{\text{fluide}} / \rho_{\text{eau}}$ (sans unité).

Ordres de grandeur des masses volumiques (à 20 °C)

Eau (le standard liquide) 1 000 kg/m³

Huile 914 kg/m³

Mercure 13 400 kg/m³

Air (le standard gazeux) 1,2 kg/m³ $\ll \rho_{eau}$

Les liquides sont caractérisés par une masse volumique relativement importante ;

$$\rho_{gaz} \ll \rho_{liquide}$$

Pour les gaz, la masse volumique dépend de la température et de la pression. Pour un gaz parfait, l'équation d'état donne $\rho = \frac{p}{rT}$ où r est la constante massique des gaz parfaits $r = \frac{R}{M}$

avec $R = 8,314 \text{ Jmole}^{-1}\text{K}^{-1}$ et M masse molaire du gaz).

| Etat | Masse volumique (kg.m ⁻³) |
|----------------------|---------------------------------------|
| Solide (glace) | 917 |
| Liquide à 4°C | 1000 |
| Gaz (vapeur à 100°C) | 598 |

Tableau 2 : masse volumique de l'eau à la pression atmosphérique à l'état solide, liquide et gazeux.

| fluide | Masse volumique Kg/m ³ | Type de fluide |
|---------------|--------------------------------------|----------------|
| benzène | 0.880.10 ³ | Incompressible |
| chloroforme | 1.489.10 ³ | |
| Eau | 10 ³ | |
| Huile d'olive | 0.918.10 ³ | |
| Mercure | 13.546.10 ³ | |
| Air | 0.001205.10 ³ | Compressible |
| Hydrogène | 0.000085.10 ³ | |
| méthane | 0.000717.10 ³ | |

Poids volumique

$$\varpi = m.g/V = \rho.g$$

ϖ : Poids volumique en (N/m³).

m : masse en (kg),

g : accélération de la pesanteur en (m/s²),

V : volume en (m³).

Compressibilité

La propriété physique qui permet de faire la différence entre un liquide et un gaz est la **compressibilité**.

Un **liquide** est un fluide occupant un volume déterminé, ou du moins ce volume ne peut varier que très peu, et seulement sous l'action de fortes variations de pression ou de température. Un **gaz**, au contraire, occupe toujours le volume maximal qui lui est offert : c'est un fluide essentiellement compressible (ou expansible).

Définition de la compressibilité

La compressibilité traduit la diminution de volume en réponse à un accroissement de pression. Pour quantifier cet effet on introduit le coefficient de compressibilité isotherme défini par :

$$\chi = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T \quad (\text{Pa}^{-1})$$

où $v = 1/\rho$ v est le volume massique (m^3/kg).

Un accroissement de pression entraîne une diminution de volume, et inversement ; d'où la nécessité de mettre un signe moins devant le coefficient de compressibilité.

1.1- La particule fluide

c) Écoulement (notion de compressibilité)

Compressibilité
= Capacité à changer de volume lorsqu'on exerce des forces sur les fluides

| Liquides | Gaz |
|-----------------------------|--|
| Compressibilité négligeable | Facilement compressibles |
| Masse volumique constante | Très souvent, variations de masse volumique négligeables |

Coefficient de compressibilité isotherme :

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

Air (gaz) : $\chi_T = 10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$
Eau (liquide) : $\chi_T = 5 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$

[Cours réalisé par Manel Wannassi]

Ordres de grandeur des compressibilités

Eau $4,1 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$

Mercure $4,4 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$

Air $\approx 10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$

$$\chi_{\text{liquide}} \ll \chi_{\text{gaz}}$$

Pour les gaz parfaits, on déduit de l'équation d'état des gaz parfaits : $\chi = \frac{1}{p}$

Relation entre masse volumique et compressibilité

Le volume (et donc la masse volumique) peut varier sous l'effet de la pression ou de la température. En plus du coefficient de compressibilité isotherme, on définit donc un coefficient de dilatation

$$\alpha = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p$$

thermique à pression constante .

Dans un fluide en mouvement les trois grandeurs p , $V=1/\rho$ et T ne sont pas uniformes et l'équilibre thermodynamique n'est réalisé que localement, à l'échelle de la particule. L'équation différentielle d'état :

$$dv = \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T dp + \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dT$$

peut être transformée en faisant apparaître les deux coefficients χ et α : $dv = -\chi v dp + \alpha v dT$

Nous n'étudierons que des écoulements de liquides ou de gaz dans lesquels la température peut être considérée comme constante ($dT = 0$). L'approximation suivante

sera donc faite :

Liquide = fluide incompressible (fluide isovolume ($dv = 0$))

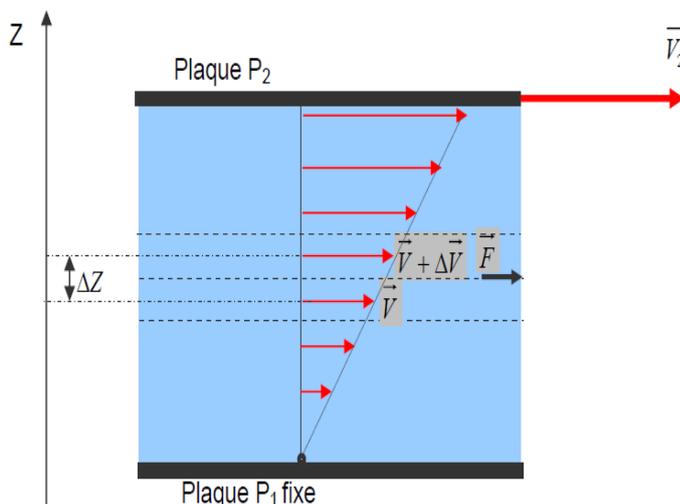
Viscosité

L'agitation des molécules est responsable d'un transfert microscopique de quantité de mouvement d'une particule à sa voisine s'il existe entre elles une différence de vitesse. Ce transfert est traduit par la propriété appelée **viscosité**, sur laquelle nous reviendrons dans le chapitre 5.

La viscosité caractérise l'aptitude d'un fluide à s'écouler. Tout **fluide réel** présente une **viscosité** qui se manifeste par une résistance à la mise en mouvement du fluide. Par opposition, dans un **fluide parfait** aucune force de frottement ne s'oppose au glissement des particules fluide les unes contre les autres. Les fluides parfaits n'existent pas ; ils constituent un modèle.

C'est une grandeur qui caractérise les frottements internes du fluide, autrement dit sa capacité à s'écouler. Elle caractérise la résistance d'un fluide à son écoulement lorsqu'il est soumis à l'application d'une force. C'est à dire, les fluides de grande viscosité résistent à l'écoulement et les fluides de faible viscosité s'écoulent facilement. Elle peut être mesurée par un viscosimètre à chute de bille, dans lequel on mesure le temps écoulé pour la chute d'une bille dans le fluide. Elle peut également être mesurée par un récipient dont le fond comporte un orifice de taille standardisée. La vitesse à laquelle le fluide s'écoule par cet orifice permet de déterminer la viscosité du fluide. La viscosité est déterminée par la capacité d'entraînement que possède une couche en mouvement sur les autres couches adjacentes.

Par exemple, si on considère un fluide visqueux placé entre deux plaques P1 et P2, tel que la plaque P1 est fixe et la plaque P2 est animée d'une vitesse V_2 .



Si on représente par un vecteur, la vitesse de chaque particule située dans une section droite perpendiculaire à l'écoulement, la courbe lieu des extrémités de ces vecteurs représente le profil de vitesse. Le mouvement du fluide peut être considéré comme résultant du glissement des couches de fluide les unes sur les autres. La vitesse de chaque couche est une fonction de la distance Z. On distingue la viscosité dynamique et la viscosité cinématique.

Viscosité dynamique

La viscosité dynamique exprime la proportionnalité entre la force qu'il faut sur une plaque lorsqu'elle est plongée dans un courant et la variation de vitesse des veines de fluide entre les 2 faces de la plaque. ...Elle est exprimée par un coefficient représentant la contrainte de cisaillement nécessaire pour produire un gradient de vitesse d'écoulement d'une unité dans la matière.

Considérons deux couches de fluide adjacentes distantes de Δz . La force de frottement F qui s'exerce à la surface de séparation de ces deux couches s'oppose au glissement d'une couche sur l'autre. Elle est proportionnelle à la différence de vitesse des couches soit Δv , à leur surface S et inversement proportionnelle à Δz :

Le facteur de proportionnalité μ est le coefficient de viscosité dynamique du fluide.

F : force de glissement entre les couches en (N),

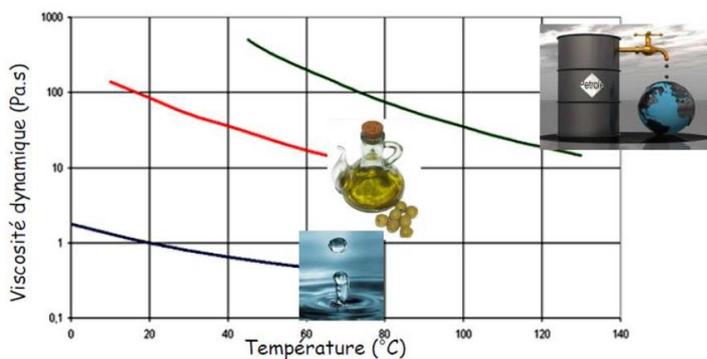
μ : Viscosité dynamique en (kg/m.s),

S : surface de contact entre deux couches en (m^2),

ΔV : Écart de vitesse entre deux couches en (m/s),

ΔZ : Distance entre deux couches en (m).

Remarque : Dans le système international (SI), l'unité de la viscosité dynamique est le Pascal seconde (Pa.s) ou Poiseuille (Pl) : $1 \text{ Pa}\cdot\text{s} = 1 \text{ Pl} = 1 \text{ kg/m}\cdot\text{s}$



Viscosité cinématique

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

L'unité de la viscosité cinématique est le (m^2/s).

Remarque 1 (unité):

On utilise souvent le Stokes (St) comme unité de mesure de la viscosité cinématique.

$$1 \text{ St} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

Remarque 2 (Influence de la température) :

Lorsque la température augmente, la viscosité d'un fluide décroît car sa densité diminue.

Remarque 3 (différence entre viscosité dynamique et viscosité cinématique)

La viscosité cinématique caractérise le temps d'écoulement d'un liquide. Par contre, la viscosité dynamique correspond à la réalité physique du comportement d'un fluide soumis à une sollicitation (effort). En d'autre terme, cette dernière exprime la « rigidité » d'un fluide à une vitesse de déformation en cisaillement.

| Fluide | $\mu(\text{Pa}\cdot\text{s})$ |
|----------------------|-------------------------------|
| Eau (0°C) | 1.787.10⁻³ |
| Eau (20°C) | 1.002.10⁻³ |
| Eau (100°C) | 0.2818.10⁻³ |
| Huile d'olive (20°C) | ~100.10⁻³ |
| Glycérol (20°C) | ~1000.10⁻³ |
| Hydrogène (20°C) | 0.86.10⁻⁵ |
| Oxygène (20°C) | 1.95.10⁻⁵ |

CONCLUSION

Les fluides peuvent être classés en **fluides parfaits** (sans frottement), **fluides réels** (avec frottement), **fluides incompressibles** (liquides) et **fluides compressibles** (gaz). Les fluides sont caractérisés par les propriétés suivantes : la masse volumique, le poids volumique, la densité et la viscosité. Ces propriétés seront utilisées ultérieurement. Le comportement mécanique et les propriétés physiques des fluides

compressibles et ceux des fluides incompressibles sont différents. En effet, les lois de la mécanique des fluides ne sont pas universelles. Elles sont applicables uniquement pour une classe de fluides donnée. Conformément à la classification qui a été faite, les lois relatives à chaque type de fluides seront exposées dans la suite du cours d'une façon indépendante.

Références

1. Riad Benhamouda, notion de mécanique des fluides, ...
2. Chantal MEURIS, mécanique des fluides, ...
3. Thierry Alboussière, mécanique des fluides,
4. R,Ouziaux,, Mécanique des fluides appliquée Ed Dunod 1978
5. P,LViolet, JP, Chabard P Esposito D Laurence , Mécanique des fluides appliquées : écoulement incompressible dans circuits , canaux et rivières autour de structures et dans l'environnement , Ed Press de l'ENPC 1998
6. P , Chassing ; Mécanique des fluides : Eléments d'un premier parcours , Cepadues Editions 2nd Ed 2000
7. F M White Fluid Mechanics 4th Ed McGraw Hill International Edition 2003
8. **Logiciels commerciaux généraux :**

9. CFX, FLOW3D, Fluent (Vol finis)
10. Fidap (Elts finis)
11. Femlab (Elts finis), FreeFem (gratuit, Inria)
12. Logiciels spécifiques (souvent Vol finis)
13. Combustion
14. Compressible
15. Diphasique
16. Performances actuelles : jusqu'à 100 millions de points de maillage.

Applications

1. Déterminer le poids volumique de l'essence sachant que sa densité $d=0,7$.

On donne :

- l'accélération de la pesanteur $g=9,81 \text{ m/s}^2$
- la masse volumique de l'eau $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

- 2- Calculer le poids P_0 d'un volume $V=3$ litres d'huile d'olive ayant une densité $d=0,918$.

3. Quelle est l'influence de la température sur la viscosité ?
4. Convertir le Stokes en m^2/s .
5. Déterminer la viscosité dynamique de l'huile d'olive sachant que sa densité est 0,918 et sa viscosité cinématique est 1,089 Stokes.
6. Du fuel porté à une température $T=20^\circ\text{C}$ a une viscosité dynamique $\mu = 95 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$. Calculer sa viscosité cinématique ν en Stokes sachant que sa densité est $d=0,95$.

On donne la masse volumique de l'eau est 1000 kg/m^3

APPENDIXES

TABLE A-6 Approximate physical properties of some common gases at 1 atmosphere pressure and 30 °C (68 °F)

| Gas | Specific (or unit) weight, γ | | Mass density, ρ | | Dynamic viscosity (μ) | | Gas constant (R) | | | |
|----------------|-------------------------------------|---------------------|--------------------------|----------------------|-----------------------------|-----------------------|---------------------------|-------|-------------------|------------|
| | (lb/ft ³) | (N/m ³) | (slugs/ft ³) | (kg/m ³) | (lb-s/ft ²) | (kPa · s) | (ft/°R) | (m/k) | (lb-ft/slug · °R) | (J/kg · K) |
| Air | 0.0752 | 11.8 | 0.00234 | 1.20 | 3.78×10^{-7} | 1.81×10^{-8} | 53.3 | 29.3 | 1 716 | 287 |
| Carbon dioxide | 0.115 | 18.1 | 0.00357 | 1.84 | 3.10×10^{-7} | 1.48×10^{-8} | 35.1 | 19.3 | 1 130 | 189 |
| Helium | 0.0104 | 1.63 | 0.000323 | 0.166 | 4.11×10^{-7} | 1.97×10^{-8} | 385.7 | 212.0 | 12 420 | 2079 |
| Hydrogen | 0.00522 | 0.823 | 0.000162 | 0.0839 | 1.89×10^{-7} | 9.05×10^{-9} | 765.5 | 420.8 | 24 649 | 4127 |
| Methane | 0.0416 | 6.53 | 0.00129 | 0.666 | 2.80×10^{-7} | 1.34×10^{-8} | 96.2 | 52.9 | 3 098 | 519 |
| Nitrogen | 0.0726 | 11.4 | 0.00225 | 1.16 | 3.68×10^{-7} | 1.76×10^{-8} | 55.1 | 30.3 | 1 774 | 297 |
| Oxygen | 0.0830 | 13.0 | 0.00258 | 1.33 | 4.18×10^{-7} | 2.00×10^{-8} | 48.2 | 26.5 | 1 552 | 260 |