

1^{er} année ST Maths 01

Fiche de TD 1

Exercice 1 : Soient p et q deux assertions

Montrer en utilisant la table de vérité que les propositions suivantes sont vraies

- | | |
|--|--|
| 1. $p \iff \bar{p}$ | 2. $\overline{(p \wedge q)} \iff \bar{p} \vee \bar{q}$ |
| 3. $\overline{(p \vee q)} \iff \bar{p} \wedge \bar{q}$ | 4. $(p \implies q) \iff (\bar{q} \implies \bar{p})$. |

Exercice 2 : -Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1. $\cos \frac{\pi}{2}$ est positif et $\ln e = 1$.
2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\sin(-x) = \sin x$ ou $\frac{1}{e^x} = e^{-x}$.
3. $\sin(-\pi) = \sin \pi \implies \ln \frac{1}{\pi} > 0$.
4. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$.
5. $\exists x \in \mathbb{N}, x^2 \leq 0$.
6. $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x + y + 1 = 0$.

Trouver les négations de les propositions précédentes (à la maison).

Exercice 3 :

1)(Raisonnement direct) Soient x, y deux réels . Montrer que

$$xy^2 - yx^2 = y - x \implies x = y \text{ ou } xy = 1$$

2)(Raisonnement par contraposition) Soient x, y deux réels. Montrer que

$$x \neq y \implies (x - 1)(y + 1) \neq (x + 1)(y - 1)$$

3)(Raisonnement par contre-exemple)

3.1. Montrer que l'implication suivante est fausse

$$\forall x \in \mathbb{Z}, x < 9 \implies x^2 < 81.$$

3.2. Est ce que $\forall a, b \in \mathbb{R} \quad \sqrt{a^2 + b^2} = a + b$?

4)(Raisonnement par récurrence) Montrer que

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \exists k \in \mathbb{N} : 3 \times 5^{2n-1} + 2^{3n-2} = 17k.$$

5)(Raisonnement par l'absurde)

5.1. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}^* \quad \sqrt{1 + x^2} \neq 1 + \frac{x^2}{2}$

5.2. Soient $a, b \in \mathbb{R}^+$ Montrer que si $a = b \implies \frac{a}{1 + b} = \frac{b}{1 + a}$.