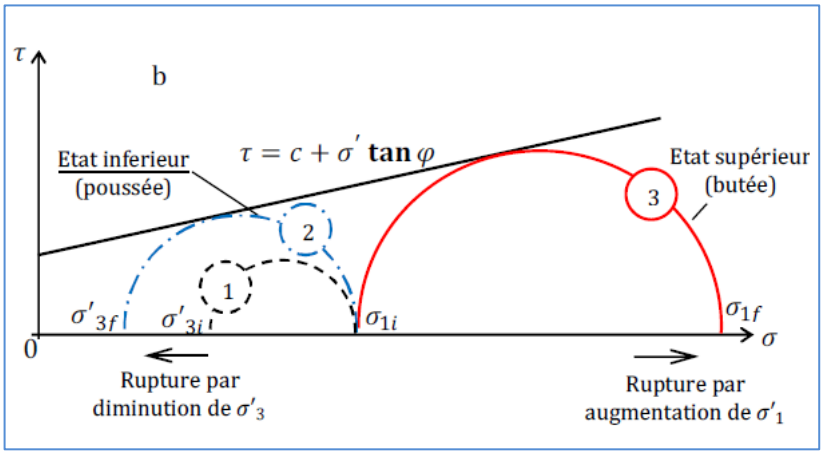
Chapitre 01

Plasticité et Résistance au Cisaillement des Sols



1.1 Introduction

Dans la pratique, la résolution d'un problème de géotechnique consiste successivement à :

– Vérifier que la stabilité vis-à-vis de la rupture est assurée avec un coefficient de sécurité satisfaisant ;

– S'assurer que le dimensionnement de l'ouvrage est compatible avec les tassements admissibles.

Dans une masse de sol, les déformations résultant principalement d'un glissement entre les particules, en conséquences, le terme de résistance au cisaillement est synonyme de résistance des déformations dues au cisaillement sont localisées le long d'une surface appelée surface de glissement.

On peut identifier dans les sols trois principaux types de sollicitations : par traction, compression ou cisaillement.

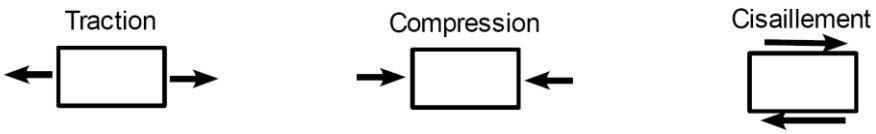


Figure (1.1) *Principaux types de sollicitation dans les sols.*

– **Traction** : étant donné que la cause principale de sollicitation dans les sols est la gravité terrestre, créant des efforts verticaux dirigés vers le bas, on comprend intuitivement que les contraintes de traction sont en générales absentes. De plus, la résistance à la traction des sols est très faible voire nulle, on ne cherche donc pas en général à l'évaluer et on lui attribue par défaut une valeur nulle.

– **Compression** : les sols présentent en général une bonne résistance à la compression. Cette résistance à la compression n'est pas en général le critère dimensionnant des ouvrages.

– **Cisaillement** : la rupture d'un sol par cisaillement est en général provoquée avant que ne se produise sa rupture par contraintes de compression. Ainsi pour dimensionner des ouvrages de génie-civil (fondations...), il suffit en général de connaître la résistance au cisaillement du sol, car s'il y a rupture ce sera suivant une sollicitation en cisaillement.

1.2 Résistance et rupture des sols

On définit la résistance au cisaillement comme la contrainte de cisaillement maximale que le sol peut Supporter.

1.2.1 Définition de la rupture du sol

En pratique, la rupture d'une épreuve de sol s'apprécie d'après les déformations du sol : on trace au cours d'essai la courbe représentant la variation de la déformation du sol en fonction de la sollicitation qu'il a produit. Ces courbes ont, suivant la nature et l'état du sol, l'une des deux allures représentées sur la figure 1.2 :

- la courbe I présente un maximum. On admet que ce maximum τ_{max} correspond à l'état de rupture, la déformation continue de croître au-delà de ε_I alors que la demande appliquée diminue ou, au mieux, reste constante ;
- la courbe II a une allure asymptotique : on définit arbitrairement la rupture à une valeur maximale de la déformation (τ_{lim} correspondant à ε_{II}). au-delà de laquelle le comportement de l'ouvrage est incompatible avec sa destination. La forme de la courbe de déformation en fonction de la sollicitation est appliquée révélatrice de l'état du sol : les sables denses présentent un pic de résistance, comme les argiles à structure intacte lorsqu'elles sont surconsolidées, tandis que les sables lâches et les argiles remaniées ont généralement un comportement de type asymptotique.

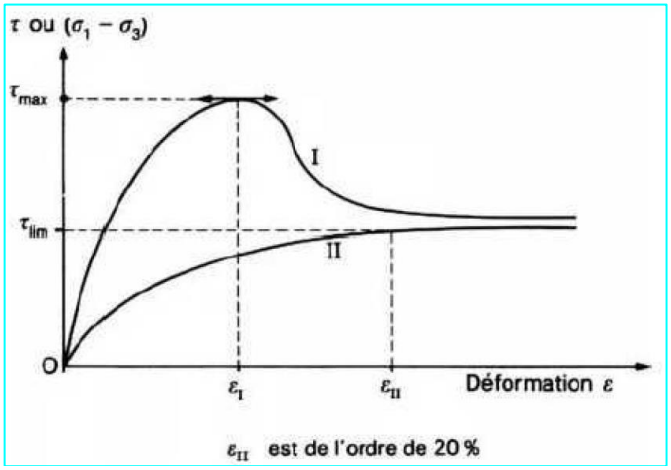


Figure (1.2) *Courbe Contraintes-déformations dans un essai de cisaillement*

1.2.2 Bref rappel sur les contraintes

En un point M d'un milieu continu, on définit un élément de plan, ou facette d'aire dS infiniment petite et de normale $\vec{n}$. Cet élément sépare le milieu en deux parties notées (1) et (2) (Fig 1.3). On admet que l'action de la partie (1) sur (2) se traduit au point M, sur la facette dS par une contrainte notée $\vec{e}$.

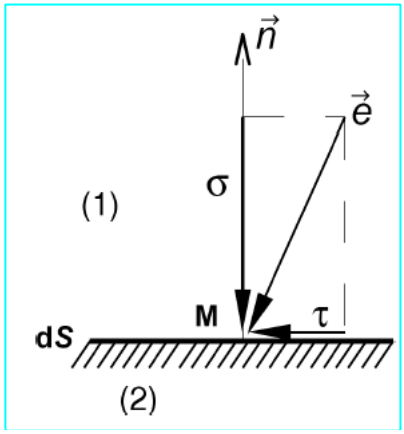


Figure (1.3) *Vecteur contrainte.*

Le vecteur contraint $\vec{e}$ se décompose, par rapport au repère lié à la facette dS, en une composante normale σ (suivant $\vec{n}$) et une composante tangentielle τ (comprise dans le plan de la facette).

La rupture des sols s'effectue par cisaillement, c'est à dire lorsque la contrainte de cisaillement τ devient « trop importante ».

L'état de contraintes au point M est défini par un tenseur appelé tenseur des contraintes. Il existe en tout point trois plans privilégiés pour lesquels la contrainte est uniquement normale ($\tau = 0$). Ils sont appelés plans principaux et sont orthogonaux ; les contraintes normales correspondantes sont les contraintes principales notées : σ_1, σ_2, σ_3.

Mais dans ce qui suit, nous allons nous limiter aux problèmes courants auxquels l'ingénieur essaie de se ramener et pour lesquels σ_2 et σ_3 sont égaux (problèmes axisymétriques) ou pour lesquels $\sigma_2 = 0$ (problèmes à deux dimensions).

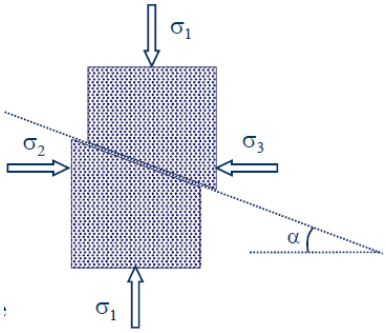


Figure (1.4) *L'état de contraintes au point M*

1.2.3 Relations contraintes déformations

Le tenseur des déformations et le tenseur des contraintes sont liés par des relations traduisant le comportement rhéologique du matériau. Le modèle rhéologique le plus simple est celui de l'élasticité linéaire isotrope. Si $\{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z\}$ désigne le tenseur des déformations et $\{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z\}$ le tenseur des contraintes, l'élasticité linéaire isotrope s'écrit :

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \varepsilon_z\end{Bmatrix} = \frac{1}{E}\begin{bmatrix}1 & -\nu & -\nu\\ -\nu & 1 & -\nu\\ -\nu & -\nu & 1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \sigma_z\end{Bmatrix} \quad \text{.....(1)}$$

Où

E : Module d'élasticité (ou module d'Young) ;

ν : Coefficient de Poisson.

Dans un essai de compression simple suivant l'axe zz', on aboutit aux relations simples suivantes :

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\sigma_z \quad \text{et } \varepsilon_x = \varepsilon_y = -\nu.\varepsilon_z \quad \text{.....(2)}$$

Ce modèle élastique linéaire isotrope peut être considéré comme une assez bonne approximation du comportement des sols dans le domaine des faibles contraintes, et en compression uniquement.

1.2.4 Critère de rupture de Mohr

Mohr (1900) a présenté une théorie de la rupture des matériaux. Cette théorie a soutenu que la rupture d'un matériau a lieu à cause d'une combinaison critique de contrainte normale et de cisaillement et non à partir de la contrainte maximale normale ou de cisaillement

seulement figure (1.1a). Ainsi, la relation entre la contrainte normale et la contrainte de cisaillement sur un plan de rupture peut être exprimée sous la forme :

$$\tau = f(\sigma) \quad \text{.....(3)}$$

Où

τ: Contrainte de cisaillement sur le plan de rupture ;

σ : Contrainte normale sur le plan de rupture.

Pour étudier l'état de contraintes en un point on utilise généralement une représentation graphique du vecteur, dans un système d'axes (σ,τ). Les points représentant les contraintes principales (τ = 0) sont donc sur l'axe Oσ. On démontre que lorsque le plan de la facette tourne autour d'une direction principale, l'extrémité du vecteur contrainte décrit dans le plan (σ, τ) un cercle, appelé *cercle de Mohr*.

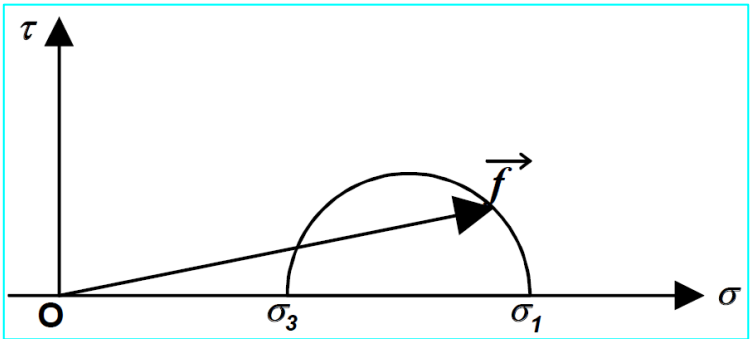


Figure (1.5) *Cercle de Mohr*

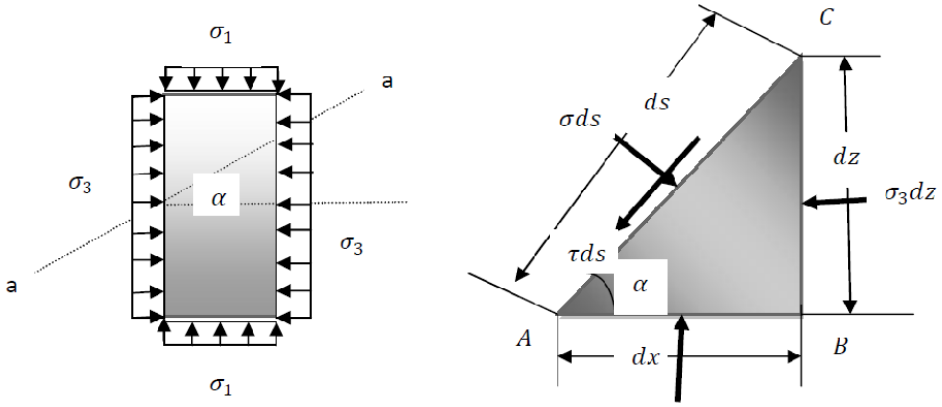
On démontre aussi que lorsque la facette tourne d'un angle **α**, l'extrémité du vecteur contrainte tourne d'un angle **2α** sur le cercle de Mohr.

- **Raisonnement pour un élément :**

– Lorsque l'orientation de la facette sur laquelle s'exerce la contrainte considérée varie.

– Il existe trois directions orthogonales privilégiées appelées plans principaux sur laquelle les contraintes que nous désignerons par σ_1, σ_2, σ_3 sont normales au plan principal considérai de tel sorte que : $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.

– Donc la contrainte normale sur une section non sollicité par un effort de cisaillement est dite contrainte principale et la section elle-même est dite section principale.



– Dans le but de calculer les contraintes agissant sur une section arbitraire inclinée d'un prisme élémentaire.

α: L'angle mesuré dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

Puisque : $dz = sin\alpha . ds$ et $dx = cos\alpha . ds$

– A l'équilibre, la somme des forces dans n'importe quelle direction doit être égale à zéro.

– Donc, si l'on fait la sommation des forces qui s'exercent dans les directions horizontale et verticale, on obtient :

La somme des forces horizontales=0

$$\sigma_3 sin\alpha . ds - \sigma sin\alpha . ds + \tau cos\alpha . ds = 0$$

La somme des forces verticales=0

$$\sigma_1 cos\alpha . ds - \sigma cos\alpha . ds + \tau sin\alpha . ds = 0$$

Si l'on ressoude les deux équations simultanément pour σ et τ on obtient :

$$\boldsymbol{\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) cos2\alpha}$$

$$\boldsymbol{\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) sin2\alpha}$$

Si l'on élève ces équations au carré et qu'on les additionne, on obtient l'équation d'un cercle de rayon $\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2}$ dont le centre est situé en $\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$

Le déviateur des contraintes, la valeur $(\sigma_1 - \sigma_3)$, c'est le diamètre du cercle de Mohr.

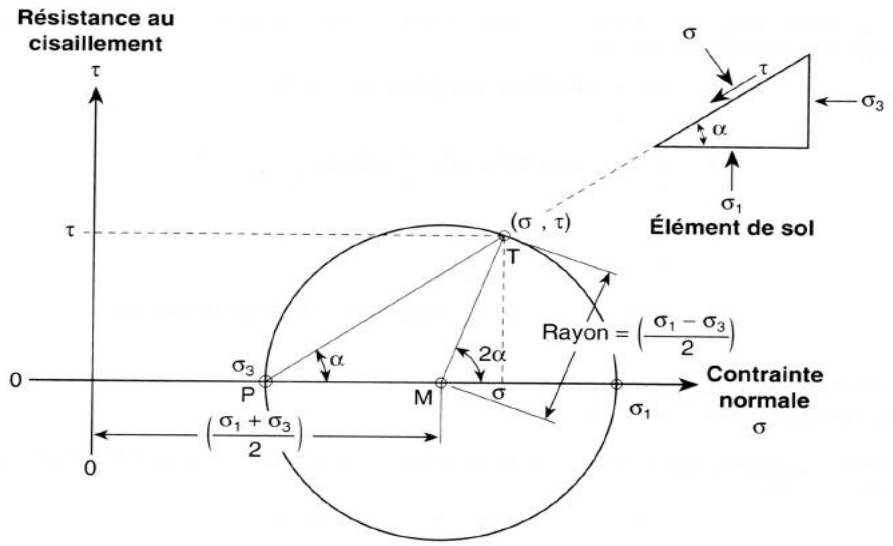


Figure (1.6) *Le cercle des contraintes de Mohr*

Remarque :

Dans le cas particulier d'un liquide, τ est toujours nul et $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ (pression hydrostatique). Dans ce cas la représentation de Mohr est évidemment sans intérêt.

1.2.5 Critère de rupture de Mohr-*Coulomb*

Lorsqu'on sort de domaine des faibles contraintes, le sol subit des déformations irréversibles et entre dans le domaine de la plasticité. Dans le plan (σ,τ) la limite du domaine élastique peut être représentée par une courbe appelée «courbe intrinsèque ».

L'enveloppe de rupture définie par l'équation (3) est une courbe appelée «courbe intrinsèque ». C'est l'enveloppe des cercles de Mohr correspondant à la rupture (figure 1.7). En (1776) Coulomb a approximer cette courbe à une fonction linéaire donnée par l'équation (4) :

$$\tau = c + \sigma tan\varphi \quad \text{.....(4)}$$

Où

c : Cohésion

φ: Angle de frottement interne

L'équation (4) est connue sous le nom de critère de rupture de **Mohr-Coulomb**.

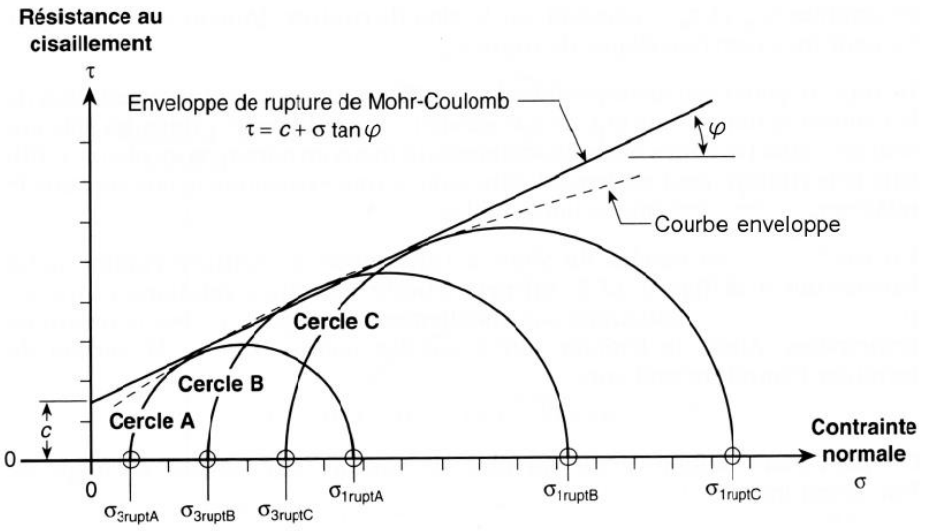


Figure (1.7) *Enveloppe des cercles de Mohr à la rupture et critère de Mohr-Coulomb*

L'orientation **α** des facettes suivant lesquelles la rupture en cisaillement a eu lieu peut être déduite à partir d'un cercle de Mohr à la rupture (tangent au critère de Mohr-Coulomb) tel que montré sur la figure 1.8. Sachant que la somme des angles d'un triangle est égale à π et en appliquant ce raisonnement au triangle DMT de la figure 1.7 on a :

$$\varphi + \frac{\pi}{2} + \pi - 2\alpha = \pi$$

D'où $$\boldsymbol{\alpha = \frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}}$$

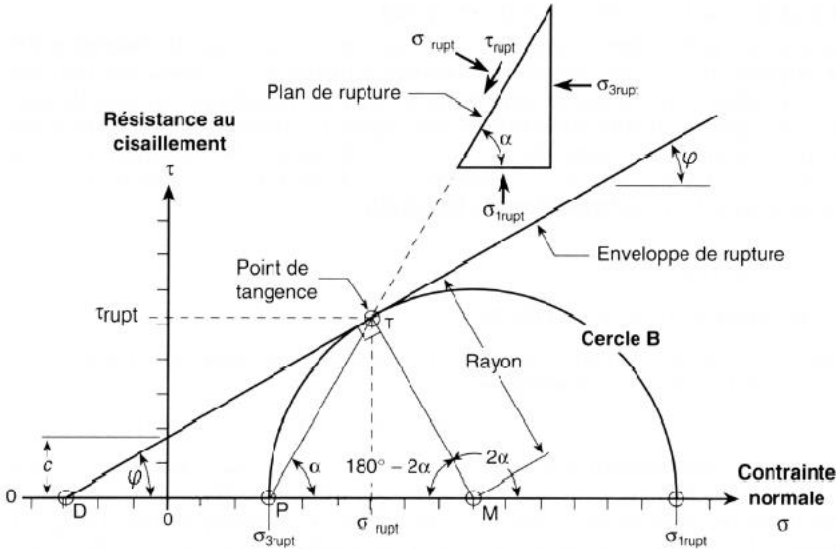


Figure (1.8) *Cercle de Mohr à la rupture pour le calcul de l'orientation des plans de rupture*

D'après l'équation (4), on peut remarquer que la force des sols granulaires réside dans l'angle de frottement, par contre, la force des sols fins réside dans la cohésion. Le tableau (1.1) donne les valeurs de l'angle de frottement interne des sols pulvérulents en fonction de la densité relative.

Tableau (1.1) La densité relative et l'angle de Frottement interne des sols pulvérulents

État du sol	*Densité relative (Dr)*	*Angle de frottement (∅)*
Très lâche	< 20	< 30
lâche	20-40	30-35
compact	40-60	35-40
Dense	60-80	40-45
Très dense	>80	> 45

1.2.6 Critère de Terzaghi (notion de contraintes effectives)

L'approximation de *Terzaghi* consiste à considérer que le sol est composé de deux milieux couplés, l'ossature granulaire et l'eau interstitielle. Dans un **sol saturé**, les contraintes totales notées **σ** se répartissent entre le squelette solide (contraintes effectives notées **σ'**) et l'eau (pression interstitielle isotrope notée **u**). D'où la relation très importante de Terzaghi :

$$\sigma = \sigma' + u$$

$$\tau = \tau'$$

Dans un **sol non saturé**, la phase liquide n'est plus continue. Donc, si l'on néglige les contraintes de capillarité, u est partout nul :

$$\sigma = \sigma'$$

$$\tau = \tau'$$

On distingue, de ce point de vue, deux grands types de comportement du sol :

- Le comportement drainé ;
- Le comportement non drainé.

1.2.6.1 Comportement drainé

On parle de comportement drainé d'un sol lorsque l'application de l'effort vérifie l'une des conditions suivantes :

- elle est suffisamment lente, compte tenu de la perméabilité du sol (en fait, de la valeur du coefficient de consolidation c_v du sol) et de la longueur du chemin de drainage, pour n'induire à aucun moment de surpression interstitielle importante dans l'éprouvette ou dans le massif de sol ;
- elle a duré assez longtemps pour que les surpressions interstitielles éventuelles se soient dissipées au moment où l'on veut mesurer ou calculer le comportement du sol.

En l'absence d'eau, le sol a toujours un comportement de type drainé.

Les surpressions interstitielles étant nulles (ou négligeables), les efforts appliqués sont transmis intégralement au squelette du sol et les contraintes induites sont des contraintes

effectives. L'application de l'effort s'accompagne d'une variation de volume, plus ou moins importante selon les contraintes appliquées. Cette diminution de volume traduit un rapprochement des grains et un volume égal d'eau interstitielle est expulsé du sol au fur et à mesure du chargement.

Les caractéristiques de résistance au cisaillement du sol dans un comportement drainé sont appelées *caractéristiques drainées*. Elles sont représentatives du comportement du squelette solide.

1.2.6.2 Comportement non drainé

À l'opposé, dans le comportement non drainé, le chargement est assez rapide, compte tenu de la perméabilité du sol (ou de son coefficient de consolidation) et de la longueur du chemin de drainage, pour provoquer l'apparition de surpressions interstitielles qui ne peuvent se dissiper pendant la période considérée.

Dans les essais de laboratoire, on reproduit cette situation en interdisant l'écoulement de l'eau interstitielle hors de l'éprouvette, ce qui impose la constance du volume du sol, quand il est saturé.

En l'absence de drainage et de variation de volume, les composantes normales des contraintes induites dans le milieu par l'application de l'effort sont transmises presque intégralement à la phase liquide, sans modification notable des contraintes normales effectives dans le squelette.

Les caractéristiques de cisaillement du sol dans un comportement non drainé sont dites *caractéristiques non drainées*. Elles traduisent le comportement global des deux phases solide et liquide et n'ont de signification que tant que la proportion de ces deux phases n'est pas modifiée, c'est-à-dire tant qu'il n'y a pas de drainage.

1.2.6.3 Calculs à court terme et à long terme

Les caractéristiques de cisaillement des sols sont exploitées dans deux types principaux de calculs de stabilité :

- les calculs dits à court terme, qui correspondent à une situation faisant immédiatement suite à l'application rapide d'un effort et à laquelle sont associées les caractéristiques non drainées. Ces calculs sont habituellement effectués en contraintes totales dans les sols fins (pour les sols perméables inclus dans le calcul, on utilise simultanément les caractéristiques drainées et les contraintes effectives).

Les termes « rapide » ou « lent » caractérisant l'application de l'effort sont appréciés par référence à la vitesse de consolidation.

- les calculs dits à long terme, qui correspondent à l'une des situations suivantes, auxquelles sont associées les caractéristiques drainées :
    - application lente de l'effort (par rapport à la vitesse de dissipation des surpressions interstitielles),
    - délai suffisant pour la dissipation des surpressions interstitielles après une application rapide de l'effort.

Cette distinction, essentielle en mécanique des sols, est résumée dans le tableau 1.2.

Tableau (1.2) Calculs de stabilité en mécanique des sols

Calculs de stabilité en mécanique des sols						
Type de sol	Perméabilité	Type de calcul	Caractéristiques	Contraintes induites	Pression interstitielle induite	Drainage
Sol pulvérulent ou grenu	Forte à moyenne	Long terme	Drainées	Effectives	$u = 0$	Autorisé
	Faible	Long terme et court terme	Drainées	Effectives	$u = 0$	Autorisé
Sol fin	Faible à très faible		Non drainées	Totales	$u \neq 0$	Autorisé ou empêché

1.3 Essais de résistance au cisaillement des sols

Ces essais sont réalisés au laboratoire à :

– L'appareil de cisaillement rectiligne (ou direct) ou boîte de cisaillement ;

– L'appareil de cisaillement triaxial de révolution.

1.3.1. Essai de cisaillement à la boîte

Il consiste à appliquer une contrainte normale à un échantillon de sol maintenu en conditions drainées, puis à le soumettre à un cisaillement horizontal jusqu'à la rupture (figure 1.9). La courbe intrinsèque s'obtient directement en reportant les couples (σ,τ) où σ est la contrainte normale appliquée pendant une rupture et τ la contrainte de cisaillement mesurée pour la rupture. Cet essai s'interprète en considérant que la courbe intrinsèque est une droite (droite de Coulomb), l'angle qu'elle fait avec l'axe des σ étant l'angle de frottement interne.

Cet essai simple est de moins en moins utilisé pour les sols fins, car peu précis, au bénéfice de l'essai triaxial abordé au § 1.3.2

L'appareil utilisé est constitué de :

- Deux demi-boîtes de section cylindrique, pouvant coulisser le long d'un plan horizontal ;
- Des pierres poreuses, placées de part et d'autre de l'échantillon pour permettre le drainage.

Si le drainage est empêché on utilise des plaques pleines (ou minces).

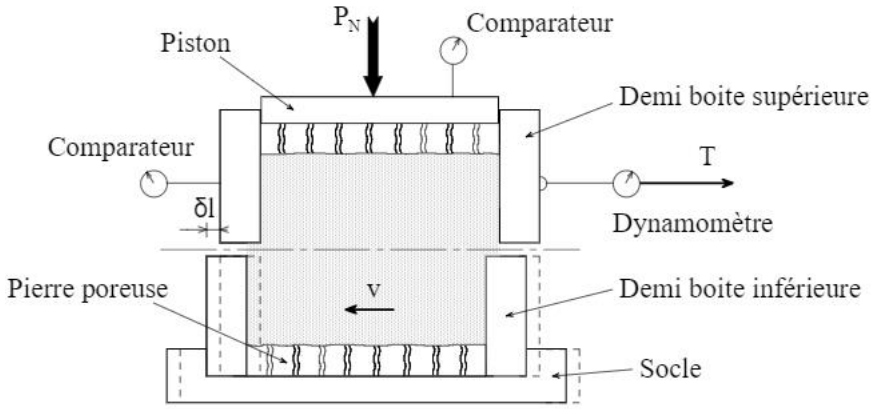


Figure (1.9) *Boîte de cisaillement rectiligne*

Le déplacement δl de la boîte tirée par rapport à la boîte fixe ;

- L'effort T développé par le dynamomètre ;
- Le déplacement vertical de la demi-boîte supérieure (il permet de suivre la variation du volume de l'échantillon au cours de l'essai).

En désignant par S la section de l'échantillon supposée constante au cours de l'essai, on peut calculer la contrainte normale et la contrainte de cisaillement s'exerçant sur le plan horizontal de l'échantillon, soient :

$$\sigma = \frac{P_N}{S}$$

$$\tau = \frac{T}{S}$$

A partir de la courbe force-déplacement horizontal (figure 1.10), on détermine la résistance au cisaillement du sol à la rupture, pour une contrainte normale σ fixée.

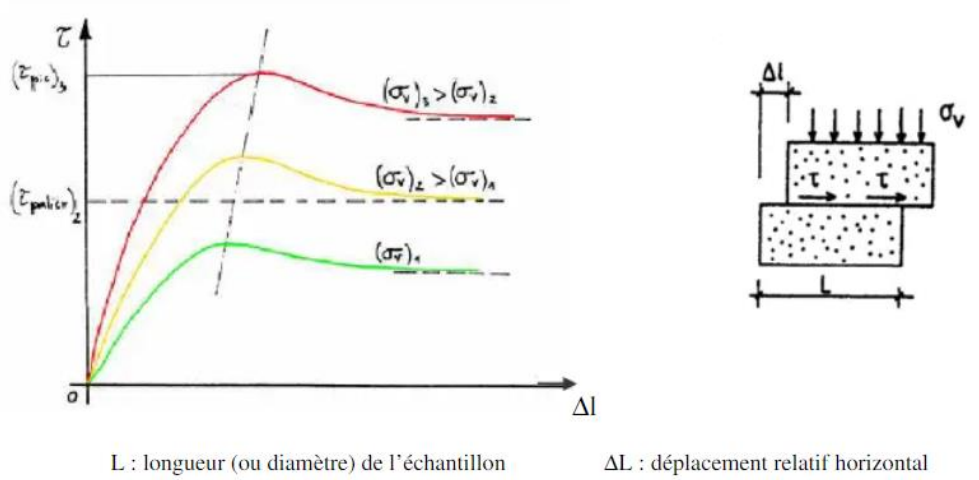
En répétant l'essai à différentes contraintes normales $(\sigma)_1$, $(\sigma)_2$, $(\sigma)_3$, on détermine les contraintes de cisaillement correspondantes à la rupture : τ_1, τ_2, τ_3. La courbe intrinsèque

(figure 1.11) est obtenue dans le diagramme de Mohr à partir des couples $(\tau_i, (\sigma)_i)$. Dans le domaine des contraintes ($(\sigma_i \leq 300kPa)$. Cette courbe est une droite définie par la pente φ et son ordonnée à l'origine C (cohésion).

A la rupture, on a $\tau=\tau_r$; c'est la résistance au cisaillement qu'on peut exprimer en fonction de c et φ par :

$$\tau = c + \sigma tan\varphi$$

Cette loi traduit clairement l'importance de l'état de contrainte dans le phénomène de rupture. Pour chaque contrainte σ, il y a une résistance au cisaillement.



L : longueur (ou diamètre) de l'échantillon ΔL : déplacement relatif horizontal

Figure (1.10) *Courbes Contraintes – Déplacements*

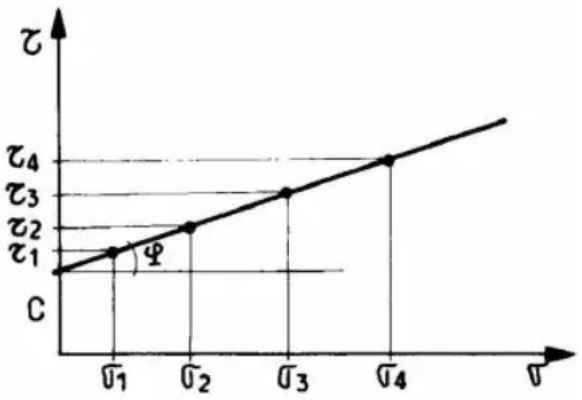


Figure (1.11) *Détermination de φ et C*

Dans l'essai de cisaillement direct les conditions de drainage ne sont pas maîtrisées, elles dépendent de la perméabilité du sol et de la vitesse d'essai.

- *Cas des sols grenus :* La perméabilité étant élevée, les contraintes appliquées sont des contraintes effectives et les caractéristiques déterminées sont des caractéristiques du comportement à long terme.
- *Cas des sols fins saturés :* Le cisaillement commence après que l'échantillon ait été consolidé sous l'effet de la contrainte normale. La vitesse de cisaillement très lente (de l'ordre du μm/mn). Dans ces conditions les contraintes produites sont des contraintes effectives et les caractéristiques déterminées sont les caractéristiques c et φ du comportement à long terme.

1.3.2. Essai de cisaillement triaxial

L'essai est réalisé sur des éprouvettes cylindriques de sol saturé. L'éprouvette est placée dans une cellule cylindrique remplie d'eau (fig 1.12). La surface latérale de l'éprouvette est protégée par une gaine élastique étanche. Des pierres poreuses saturées placées aux extrémités de l'éprouvette peuvent être mises en communication avec l'extérieur de la cellule afin d'assurer le drainage en cours d'essai. Elles peuvent également être reliées à un appareil de mesure de la pression interstitielle. La cellule est remplie d'eau. Le dispositif d'essai permet de mettre cette eau en pression et ainsi d'appliquer à l'éprouvette une contrainte isotrope σ_3 ($\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3$).Par ailleurs, l'éprouvette peut être comprimée verticalement à l'aide d'un piston. Soit F la force ainsi appliquée. La déformation verticale correspondante δl est mesurée à l'aide d'un capteur de déplacement. Un robinet R permet, s'il est ouvert, le drainage de l'éprouvette par l'intermédiaire des disques drainants : l'essai est dit **drainé**. S'il est fermé, le sol ne peut pas se drainer : l'essai est **non drainé**.

Si R est fermé et le sol saturé, il est possible de mesurer la pression interstitielle régnant à l'intérieur de l'éprouvette à l'aide d'un capteur.

Si R est ouvert, un dispositif représenté sur la figure par une burette permet de mesurer la quantité d'eau expulsée ou absorbée par l'échantillon.

La mesure de la pression interstitielle impose une saturation parfaite. La saturation du dispositif est réalisée par la méthode de la contre-pression : application simultanée d'une pression interstitielle et d'une contrainte totale isotrope qui restent constantes pendant tout l'essai.

L'essai proprement dit consiste à faire croître F en enfonçant le piston à vitesse constante tout en maintenant la pression $\boldsymbol{\sigma_3}$ constante. Par symétrie, les contraintes principales $\boldsymbol{\sigma_1}$ et $\boldsymbol{\sigma_3}$ sont respectivement verticale et horizontale.

Comme $\boldsymbol{\sigma_3}$ s'applique également sur la face supérieure de l'éprouvette, il s'ensuit que

$$\frac{F}{S} = q = (\sigma_1 - \sigma_3) : \text{Appelée déviateur}$$

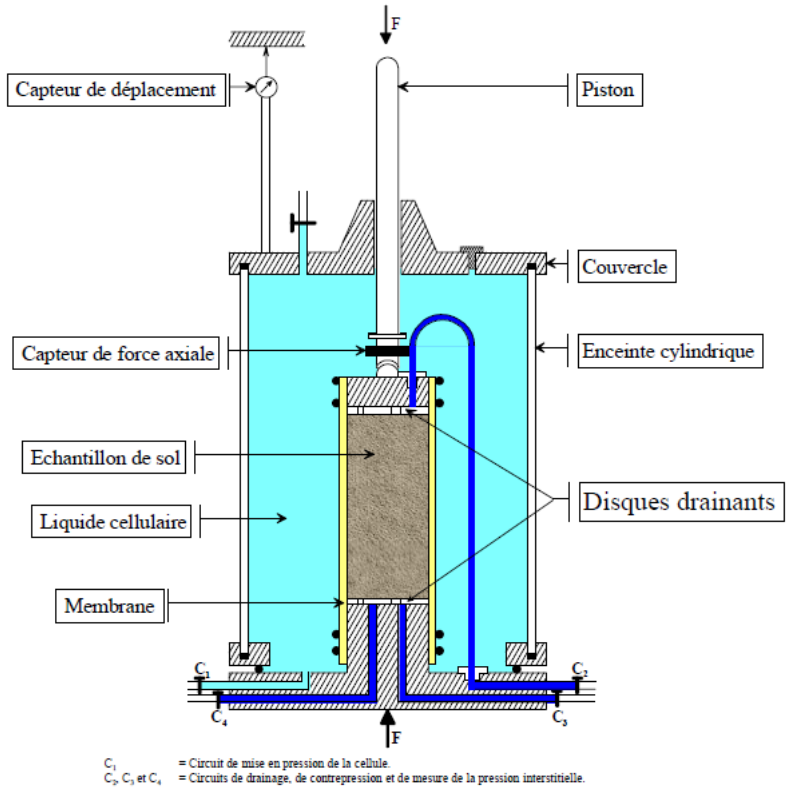


Figure (1.12) *Coupe d'un appareil de cisaillement triaxial de révolution*

Où S est la section horizontale de l'échantillon ;

- Sur tout plan vertical s'exerce la contrainte radiale : $\sigma_a = p$

1.3.2.1. Exploitation des résultats

- ***Détermination de la courbe déviateur-déformation axiale***

Le système est à symétrie axiale. Dans l'échantillon les contraintes principales sont, en tout point, égales à (Fig.1.13) :

$$\sigma_1 = \sigma_0 + \frac{F}{S} = \sigma_a$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 = \sigma_0$$

σ_0 étant la pression hydrostatique, appelée aussi pression cellulaire.

L'essai triaxial consiste à faire croître le déviateur égal à (σ_1 - σ_3), en soumettant l'éprouvette à une vitesse de déformation axiale constante, jusqu'à la rupture ; la pression cellulaire σ_0 étant maintenue constante. La rupture se produit par cisaillement.

On peut alors tracer la courbe « déviateur ($\sigma_1 - \sigma_3$) – déformation axiale ε_1 », sur laquelle on définit la valeur du déviateur correspondant à la rupture (pic) ou à l'état limite.

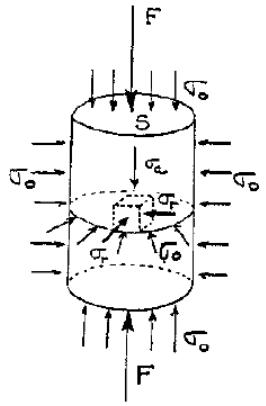


Figure (1.13) *Etat de contraintes*

- ***Représentation de Mohr. Courbe intrinsèque***

Au moment de la rupture, le déviateur maximal des contraintes $q = \sigma_1 - \sigma_3$ correspondant au cercle de Mohr tangent à la courbe intrinsèque est connu.

En répétant l'essai pour différentes valeurs de σ_3, plusieurs cercles de Mohr peuvent être déterminés. Il est alors possible de tracer la courbe intrinsèque (fig 1.14).

On définit alors le critère d'écoulement (ou de plasticité du sol), habituellement appelé courbe intrinsèque, comme l'enveloppe de ces cercles (fig 1.14). Les cercles de Mohr correspondant aux états de contraintes précédant la rupture sont situés entre l'axe des contraintes normales et la courbe intrinsèque. À la rupture, le cercle de Mohr devient tangent à la courbe intrinsèque en un point C qui correspond à l'orientation du plan de rupture dans l'éprouvette et dont les coordonnées (σ, τ) sont égales aux contraintes normale et tangentielle qui s'exercent sur ce plan.

Cette propriété de la courbe intrinsèque de pouvoir être décrite soit comme enveloppe des cercles de Mohr, soit comme ensemble des valeurs de σ et τ à la rupture, explique pourquoi l'on peut utiliser les essais triaxiaux pour analyser le frottement sur des surfaces de rupture.

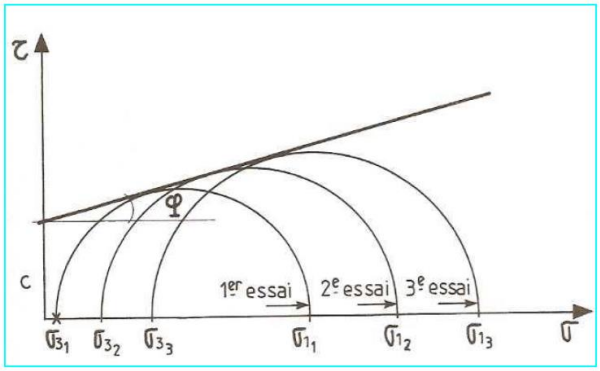


Figure (1.14) *Détermination de la droite intrinsèque d'un sol*

1.3.2.2. Types d'essais

Les essais de cisaillement à l'appareil triaxial comportent deux étapes :

- une première étape de consolidation, au cours de laquelle on amène l'éprouvette dans l'état à partir duquel on veut exécuter le cisaillement ;
- une seconde étape, de cisaillement proprement dit, au cours de laquelle on augmente le déviateur des contraintes jusqu'à ce que la rupture de l'éprouvette se produise.

Différentes modalités d'essais peuvent être définies, selon que les phases successives de l'essai sont exécutées avec ou sans drainage.

On distingue les principaux types d'essais suivants :

- **Essais non consolidés-non drainés (UU)** : la première étape de l'essai est effectuée à drainage fermé, de même que le cisaillement ;
- **Essais consolidés-non drainés (CU)** : au cours de l'étape de consolidation, le drainage est ouvert et l'on attend que les contraintes effectives deviennent égales aux contraintes totales appliquées (surpressions interstitielles nulles). Au cours de l'étape de cisaillement, le drainage est fermé et l'on peut, si nécessaire, mesurer la pression interstitielle pendant le chargement jusqu'à la rupture (on parle alors d'essais CU avec mesure de u) ;
- **Essais consolidés-drainés (CD)** : la première étape est identique à celle des essais CU. Le cisaillement est exécuté en condition de drainage ouvert, en augmentant la charge suffisamment lentement pour que la surpression interstitielle reste négligeable tout au long de l'essai.

Suivant la perméabilité du sol, les phases de consolidation et de cisaillement peuvent être rapides (de l'ordre de quelques minutes à une heure pour les essais sur les sols pulvérulents et

pour les essais non consolidés-non drainés sur sols fins) ou beaucoup plus lentes (de l'ordre du mois pour les essais drainés sur les argiles peu perméables).

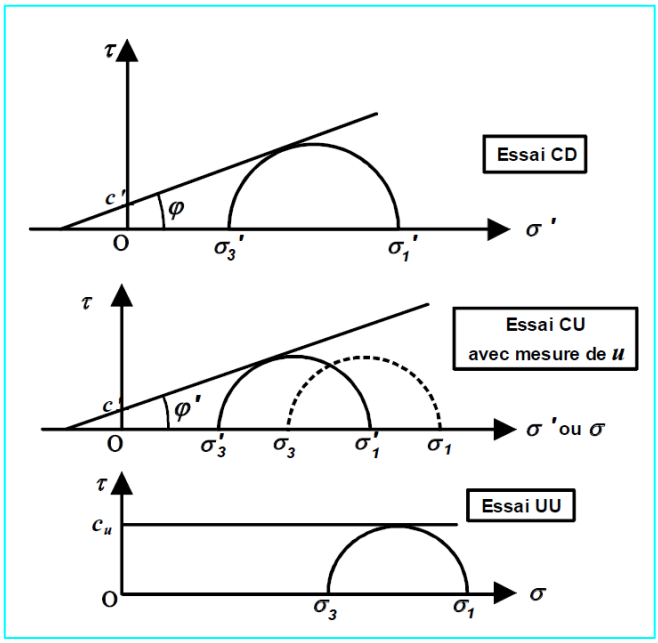


Figure (1.15) ***Interprétation des différents types d'essais triaxiaux***

1.4 Résistance au cisaillement des sols pulvérulents

Dans le cas des sols pulvérulents, on s'intéresse essentiellement aux caractéristiques drainées. Les essais de cisaillement correspondants sont donc réalisés à drainage ouvert et à une vitesse appropriée, en relation avec la perméabilité du sol. Dans ces conditions, la surpression interstitielle reste toujours négligeable et les contraintes totales et effectives sont confondues. Dans la suite du paragraphe 3, on utilise (σ, τ, c, j) pour décrire le comportement des sols pulvérulents.

1.4.1 Courbe efforts-déformations

Les courbes « effort-déformation » (τ en fonction de ε dans les essais à la boîte ou $(\sigma_1 - \sigma_3)$ en fonction de ε dans les essais triaxiaux) ont de façon générale l'allure de l'une des courbes de la figure 1.16.

- Pour les sols compacts ou denses (indice des vides faible), la contrainte de cisaillement passe par un maximum, puis décroît vers une valeur sensiblement constante (courbe I). La valeur de ce maximum sert à définir la résistance au cisaillement, effort nécessaire pour désenchevêtrer les grains au voisinage du plan de cisaillement.
- Pour les sols peu compacts ou lâches (indice des vides e élevé), la contrainte de cisaillement croît régulièrement jusqu'à une valeur asymptotique (courbe II). On

définit alors la rupture pour une valeur conventionnelle de la déformation, εmax, en pratique inférieure à 20 %.

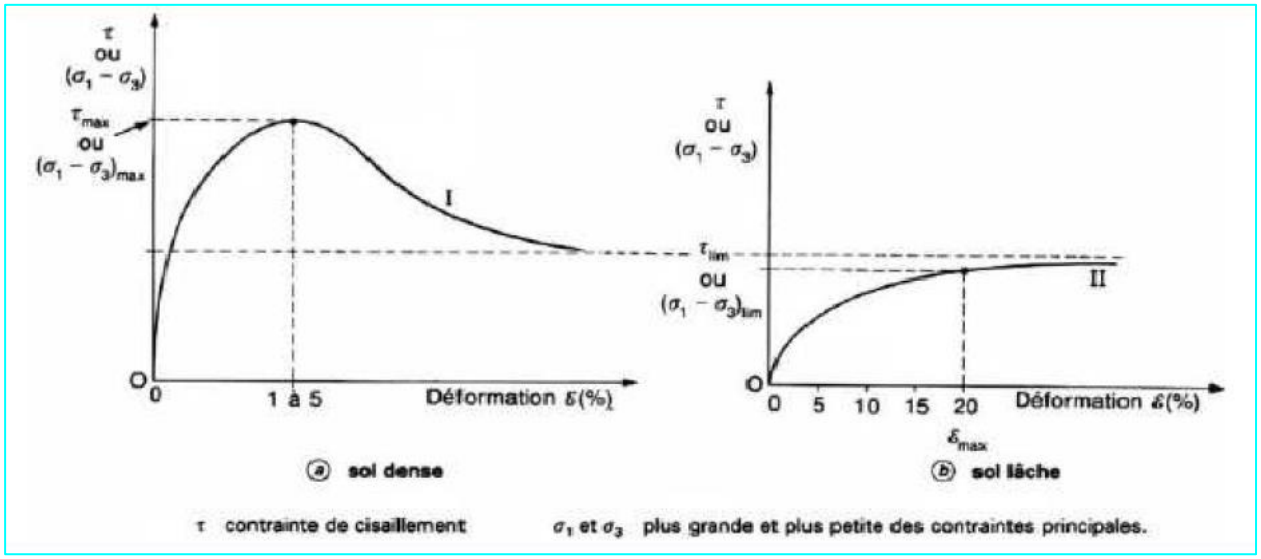


Figure (1.16) *Courbe « effort-déformation » d'un sol pulvérulent dans un essai de cisaillement*

1.4.2 Courbe intrinsèque

En reproduisant l'essai pour des valeurs différentes de la contrainte normale σ ou de la contrainte latérale σ_3, on peut déterminer la courbe intrinsèque.

- *Représentation de Mohr*

Dans la représentation de Mohr, la courbe intrinsèque est déterminée soit comme ensemble des points (τ, σ) obtenus à la boîte de cisaillement, soit comme enveloppe des cercles de Mohr à la rupture pour les essais triaxiaux.

Cette courbe est une droite passant pas l'origine (figure 1.17), tant pour le sol dense que pour le sol lâche. La densité a une influence sur la pente de cette droite.

La relation entre τ et σ s'écrit donc simplement :

$$\tau = \sigma tan\varphi$$

Et la relation correspondante entre σ_1 et σ_3 s'écrit :

$$\sigma_1 = \sigma_3 tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$

φ : Angle de frottement interne du sol,

tanφ : Coefficient de frottement interne du sol.

Lorsque le sable est humide ou légèrement cimenté, la courbe intrinsèque ne passe plus par l'origine. L'ordonnée à l'origine est appelée cohésion et l'équation de la courbe intrinsèque devient :

$$\tau = c + \sigma tan\varphi$$

La cohésion c, indépendante de la contrainte normale σ, est due :

- Pour partie aux liaisons mécaniques pouvant exister entre les grains et créées par la cimentation ;
- Pour partie aux ménisques d'eau existant aux points de contact entre les grains. Cette dernière composante disparaît dès que la teneur en eau du sable augmente.

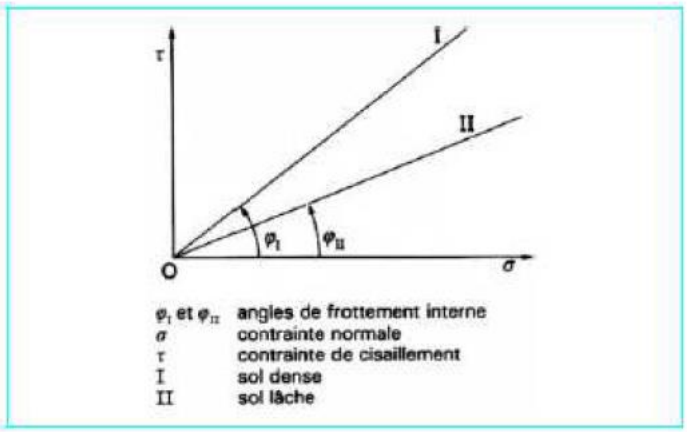


Figure (1.17) *Courbe intrinsèque d'un sol pulvérulent. Représentation de Mohr*

1.4.3 Angle de frottement interne

a) *Facteurs influant sur la valeur de φ*

La compacité du sol influe directement sur l'angle de frottement interne φ. Cette influence peut être traduite par la loi empirique suivante, proposée par Caquot et Kérisel, pour la variation de tanj avec l'indice des vides e :

$$tan\varphi = \frac{K}{e}$$

Avec les valeurs de K indiquées dans le tableau (1.3).

Tableau (1.3) Valeurs du coefficient K

Nature du sol	Variation du coefficient K
Gros sable	0,60 à 0,55
Sable moyen	0,55 à 0,475
Sable fin	0,475 à 0,400
Sable silteux	0,400 à 0,325
Valeur moyenne admise	0,55

Comme l'indice des vides varie en général entre **0,5** et **1**, tanφ varie de **1,1** à **0,55**, en prenant pour K la valeur moyenne 0,55, et l'angle de frottement interne varie entre **48** et **29°**.

- L'angle de frottement interne φ croît, à compacité donnée, avec le diamètre moyen des grains.

- φ dépend de la forme et de l'état de surface des grains. Il est plus élevé pour les sols à grains anguleux que pour les sols à grains ronds, et pour un état de surface rugueux que pour un état de surface lisse des grains.

- φ croît avec l'étalement de la granularité du sol.

- Par contre, pour un état donné de compacité, l'angle de frottement interne φ est pratiquement indépendant de la teneur en eau du sol.

b) *Valeur de l'angle de frottement φ*

Un ordre de grandeur des valeurs de l'angle de frottement interne pour différents types de sols pulvérulents et pour divers états de compacité est donné dans le tableau (1.4).

Tableau (1.4) Valeurs approchées pour des sols pulvérulents suivant leur compacité, leur granularité, la dimension et l'angularité des grains

Dimension des grains	Compacité	φ (degrés)	
		Grains arrondis Granulométrie uniforme	**Grains anguleux bien gradués**
Sable moyen	Très lâche	28 à 30	32 à 34
	Moyennement dense	32 à 34	36 à 40
	Très dense	35 à 38	44 à 46
Sable et gravier (1) :			
65 % gravier 35 % sable	Lâche		39
65 % gravier 35 % sable	Moyennement dense	37	41
80 % gravier 20 % sable	Dense		45
80 % gravier 20 % sable	Lâche	34	
Roches fragmentées à l'explosif.....	.....	40 à 55	

(1) Valeurs déterminées par interpolation, à partir de travaux de Holtz et Gibbs.

1.5 Résistance au cisaillement des sols cohésifs

Alors que l'on ne s'intéresse généralement qu'aux caractéristiques drainées des sols pulvérulents, on doit, dans le cas des sols cohésifs, examiner l'ensemble des caractéristiques drainées et non drainées. Ces caractéristiques sont déterminées dans des essais de cisaillement.

1.5.1 Caractéristiques drainées

Les caractéristiques drainées des sols fins cohésifs sont déterminées dans les types d'essais suivants :

- les essais triaxiaux de types consolidé-drainé (CD) et consolidé-non drainé (CU) avec mesure de la pression interstitielle u ;
- les essais de cisaillement direct à la boîte de type consolidé-drainé (essais lents) pour déterminer la courbe intrinsèque du sol.

1.5.1.1 Essai CD à l'appareil triaxial

La réalisation de l'essai comporte les opérations suivantes (figure 1.18) :

- On ouvre le circuit de drainage ;
- On laisse l'éprouvette se consolider sous la contrainte hydrostatique σ_3 appliquée ;
- On applique le déviateur $(\sigma_1 - \sigma_3)$ à vitesse faible, en général par déformation de l'éprouvette à vitesse de déformation axiale constante, la contrainte latérale σ_3 restant constante.

L'ordre de grandeur des vitesses de déformation est, pour les argiles, de **0,5 µm/min** à **2 µm/min**. La durée totale d'un essai CD peut, pour cette raison, être de l'ordre de plusieurs semaines. À titre de comparaison, les vitesses de déformation dans les essais sur les sables sont de l'ordre de 0,5 mm/min, soit plusieurs centaines de fois plus élevées.

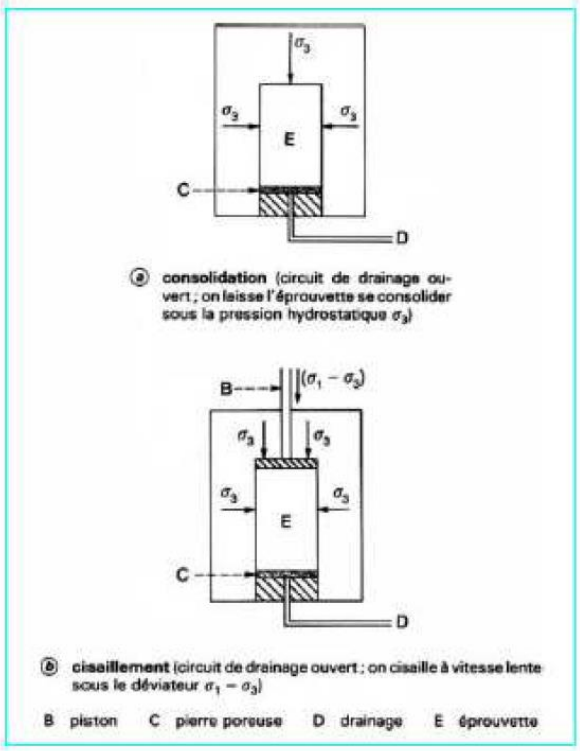


Figure (1.18) *Essai consolidé drainé à l'appareil triaxial*

a) Courbes « Effort-Déformation »

Les courbes « effort-déformation » [$(\sigma_1 - \sigma_3)$, ε] ont de façon générale l'allure de l'une des courbes de la figure 1.19.

- Pour les argiles surconsolidées cisaillées sous contraintes moyennes inférieures à la pression de préconsolidation, le déviateur des contraintes $(\sigma_1 - \sigma_3)$, passe par un maximum, puis décroît vers une valeur sensiblement constante (courbe I). La valeur de ce maximum correspondant à la rupture ou à l'état limite.
- Pour les argiles normalement consolidée, le déviateur des contraintes croît régulièrement jusqu'à une valeur asymptotique (courbe II). On définit alors la rupture pour une valeur conventionnelle de la déformation, ε_{max}, en pratique inférieure à 20 %.

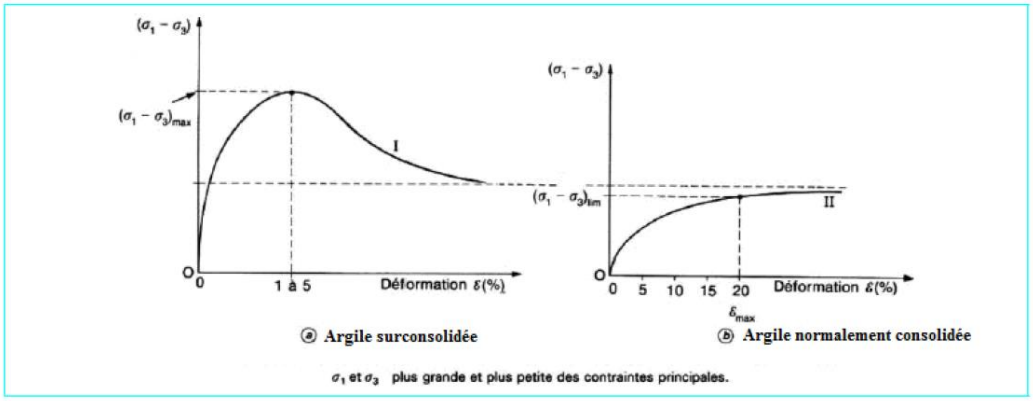


Figure (1.19) *Essai consolidé drainé à l'appareil triaxial*

b) Courbes intrinsèque

L'essai est reproduit pour diverses valeurs de la contrainte hydrostatique σ_3, choisies dans la gamme des contraintes effectives régnant dans le massif de sol à la profondeur du prélèvement. La courbe intrinsèque est obtenue comme enveloppe des cercles de Mohr en contraintes effectives (égales par hypothèse aux contraintes totales appliquées, puisque l'essai est exécuté lentement pour que les surpressions interstitielles restent négligeables). On admet généralement qu'il s'agit d'une droite, pour les intervalles de contraintes rencontrés dans les projets (figure 1.21). On peut écrire son équation sous la forme :

$$\tau = c' + \sigma' tan\varphi'$$

Et :

$$\sigma'_1 = 2c' tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2}\right) + \sigma'_3 tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2}\right)$$

c' cohésion effective (ou cohésion drainée),

φ' angle de frottement effectif (ou angle de frottement interne).

Dans certains cas, l'hypothèse d'une courbe intrinsèque linéaire n'est pas assez précise et il est préférable de distinguer, dans l'enveloppe des cercles de Mohr à la rupture, une partie linéaire pour les fortes valeurs des contraintes (essais sur des éprouvettes de sol normalement consolidé au début du cisaillement) et une partie initiale non linéaire, correspondant aux états initiaux surconsolidés du sol (figure 1.21). Suivant les calculs à faire, on pourra linéariser la partie de la courbe correspondant aux niveaux réels de contraintes (le sol surconsolidé a une cohésion effective plus élevée et un angle de frottement plus faible ; le sol normalement consolidé a en général une cohésion effective voisine de zéro
et souvent négligeable).

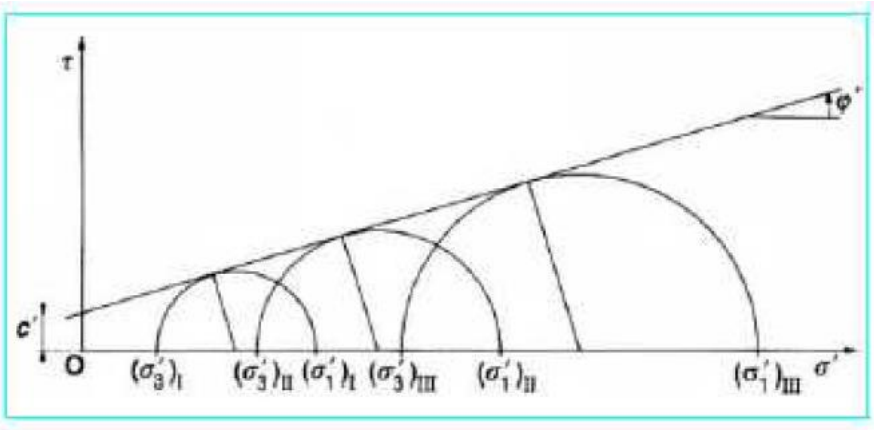


Figure (1.20) *Courbe intrinsèque d'un sol cohésif (essai CD)*

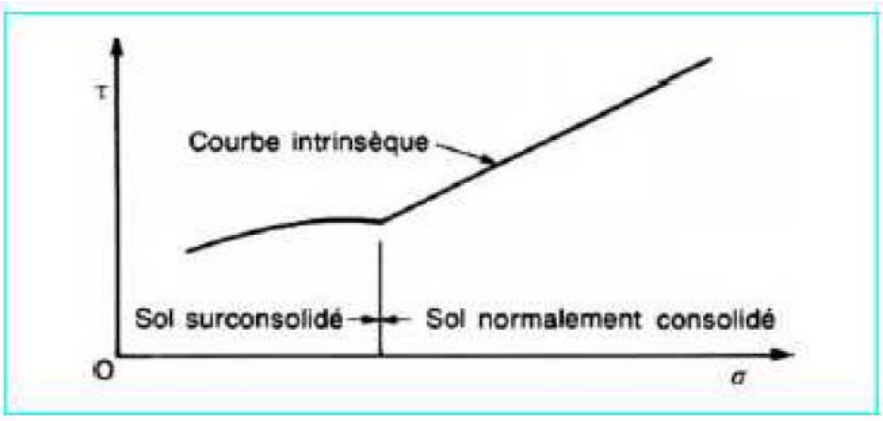


Figure (1.21) *Courbe intrinsèque et surconsolidation du sol*

1.5.1.2 Essai CU avec mesure de u à l'appareil triaxial

L'essai est conduit comme suit (figure 1.22) :

- Le circuit de drainage est ouvert pendant l'application de la contrainte (en général isotrope ou hydrostatique) σ_3 sous laquelle on va consolider l'éprouvette. On attend que l'éprouvette soit consolidée sous cette contrainte ;

- Le circuit de drainage est fermé pendant l'application du déviateur ($\sigma_1 - \sigma_3$) et l'on mesure à volume constant la pression interstitielle dans l'éprouvette. L'ordre de grandeur de la vitesse de déformation est, pour une argile, de 2 µm/min à 20 µm/min. La durée totale de l'essai est de l'ordre de deux semaines.

a) Courbe effort-déformation

Les courbes [($\sigma_1 - \sigma_3$), ε] ont une allure analogue aux précédentes (§ 1.5.2.a) et la rupture ou l'état limite sont définis de la même façon.

b) Courbe intrinsèque

La mesure simultanée des efforts appliqués (contraintes totales) et de la pression interstitielle permet de tracer les cercles de Mohr en contraintes effectives (figure 1.23). Le cercle de Mohr en contraintes effectives correspondant à l'état limite I se déduit du cercle de Mohr en contraintes totales correspondant au même état limite par une translation d'une valeur – u parallèlement à l'axe des contraintes normales$\overrightarrow{O\sigma}$. Pour un second essai exécuté à partir d'un état initial différent, on obtient de même deux cercles d'indice II en contraintes totales et contraintes effectives.

La courbe intrinsèque est l'enveloppe des cercles de Mohr en contraintes effectives. Dans le cas général, c'est une courbe comportant une partie linéaire pour les états initiaux normalement consolidés (fortes valeurs de σ'). On la linéarise souvent dans le domaine des contraintes qui existeront réellement dans le sol, ce qui permet de retrouver une droite d'équation :

$$\tau = c' + \sigma' tan\varphi'$$

Aux imprécisions expérimentales près, les valeurs de c' et φ' déduites des essais consolidés non drainés avec mesure de u sont égales à celles déduites des essais consolidés drainés. Il n'est donc pas étonnant que les essais CU avec mesure de u, qui sont plus rapides, soient beaucoup plus fréquents que les essais CD.

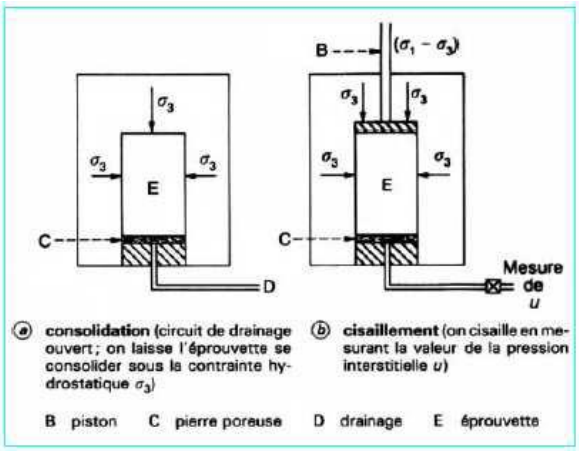


Figure (1.22) *Essai consolidé non drainé (CU) avec mesure de u à l'appareil triaxial*

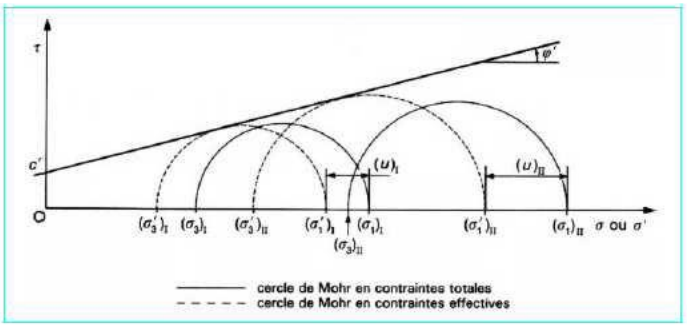


Figure (1.23) *Courbe intrinsèque d'un sol cohésif*
(Essai consolidé non drainé avec mesure de u)

1.5.1.3 Essai de cisaillement direct CD à la boite

L'essai comporte les phases suivantes :

- On laisse d'abord l'éprouvette se consolider sous la contrainte normale σ appliquée ;
- On lance ensuite le cisaillement à faible vitesse.

a) Courbe effort-déformation

Les courbes $[(\sigma_1 - \sigma_3), \varepsilon]$ ont une allure analogue aux précédentes (§ 4.1.2.2) et la rupture ou l'état limite sont définis de la même façon.

b) Courbe intrinsèque

En répétant l'essai pour différentes valeurs de la contrainte normale, on peut déterminer la courbe intrinsèque du sol, qui passe par les points représentant les états de contraintes (σ' = σ, τ) au moment de la rupture. La courbe intrinsèque est en général une droite d'équation :

$$\tau = c' + \sigma' \tan \varphi'$$

Dans certains cas, il est indispensable de distinguer plusieurs parties dans la courbe intrinsèque, comme déjà indiqué pour les autres essais.

Les valeurs de la cohésion effective c' et de l'angle de frottement interne φ' déterminées à la boîte de cisaillement ne sont pas sensiblement différentes de celles déduites des essais triaxiaux.

1.5.2 Caractéristiques non drainées

Les caractéristiques non drainées sont liées à l'état du sol au début du cisaillement. On les détermine dans les types d'essais suivants :

- les essais triaxiaux consolidés non drainés, sans mesure de pression interstitielle, donnent la possibilité d'imposer l'état initial du cisaillement et donc de déterminer complètement le comportement non drainé du sol ;
- les autres types d'essais en laboratoire (essais triaxiaux non consolidés non drainés, essais de compression simple), donnent seulement la résistance du sol dans son état initial.

1.5.2.1 Essai UU à l'appareil triaxial

Pendant toute la durée de l'essai (figure 1.24), le circuit de drainage est fermé. La contrainte hydrostatique σ_3 et le déviateur $(\sigma_1 - \sigma_3)$ sont appliqués rapidement. L'ordre de grandeur de la vitesse de déformation est, pour une argile, de 0,25 à 0,5 mm/min. La durée totale de l'essai est voisine d'une heure.

a) Enveloppe des cercles de Mohr

Dans le cas des sols saturés, l'enveloppe des cercles de Mohr en contraintes totales correspondant à différentes valeurs de σ_3 est une droite parallèle à l'axe $\overrightarrow{O\sigma}$ d'ordonnée $\tau = c_u$ (figure 1.25).

Son équation peut s'écrire :

$$\tau = cte = c_u \quad ou \quad \sigma_1 - \sigma_3 = 2\, c_u$$

Avec : $\mathbf{c_u}$ cohésion non drainée du sol.

Cette équation traduit le fait que la valeur de la résistance au cisaillement, définie comme pour les autres essais au pic ou pour une valeur déterminée de la déformation, ne dépend pas de la pression σ_3 appliquée à l'éprouvette dans la cellule triaxiale.

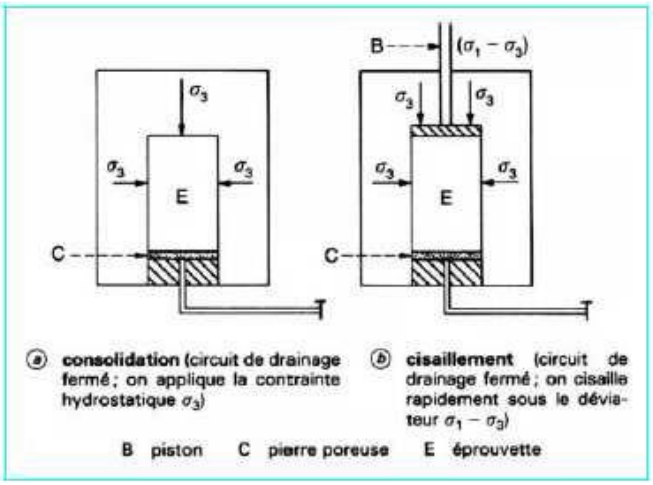


Figure (1.24) *Essai non consolidé non drainé (UU) à l'appareil triaxial*

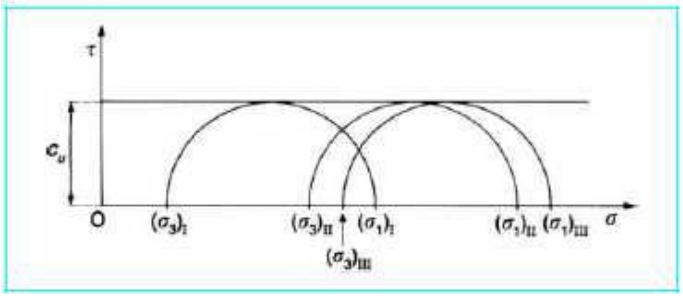


Figure (1.25) *Enveloppe des cercles de Mohr dans un essai (UU) à l'appareil triaxial (sol cohérent)*

1.5.2.2 Essai CU à l'appareil triaxial

L'essai CU diffère de l'essai UU par la possibilité offerte à l'éprouvette de se consolider, avant le début du cisaillement, sous la contrainte σ_3 appliquée dans la cellule triaxiale en maintenant le drainage ouvert (figure 1.26).

Il permet d'obtenir la variation de la cohésion non drainée du sol c_u avec la pression de consolidation σ_3 de l'éprouvette.

a) Cohésion non drainée

Pour chaque valeur de la contrainte de consolidation σ_3, on obtient une courbe « effort-déformation » de même forme que dans les autres essais. Pour l'état de contraintes à la rupture, on construit un cercle de Mohr en contraintes totales, dont la dimension varie avec σ_3 (figure 1.27).

Dans les sols cohésifs saturés, la résistance au cisaillement non drainé dépend de l'état des contraintes au début de la phase de cisaillement, soit $\sigma'_3 = \sigma_3$ dans le cas d'une consolidation sous contrainte isotrope. Une fois cet état de contraintes effectives établi et le drainage fermé, la résistance au cisaillement ne dépend plus d'éventuelles variations de la pression σ_3 dans la

cellule triaxiale (comme dans le cas de l'essai UU). Il est, pour cette raison, judicieux de représenter les variations du rayon du cercle de Mohr à la rupture, c_u, en fonction de σ_3 (figure 1.28).

Les études expérimentales ont montré que la cohésion non drainée c_u augmente linéairement avec la pression $\sigma'_3 = \sigma_3$, au-delà d'un seuil correspondant approximativement à la pression de préconsolidation du sol σ'_p déterminée à l'œdomètre :

$$c_u = c_{u0} + \lambda_{cu}(\sigma'_3 - \sigma'_p) \quad \text{Pour} \quad \sigma'_3 > \sigma'_p$$

Pour les pressions de consolidation inférieures à la pression de préconsolidation σ'_p, la valeur de la cohésion non drainée est pratiquement constante (pour les argiles courantes, la cohésion non drainée augmente d'environ 20 % quand on multiplie la vitesse de déformation par 100).

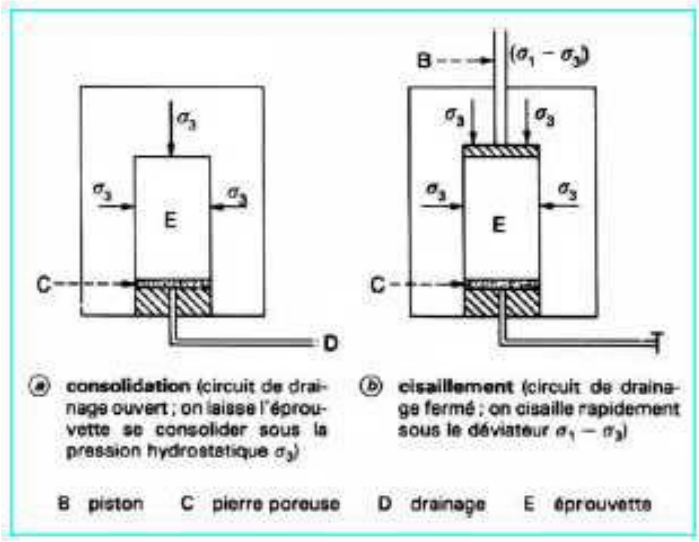


Figure (1.26) *Essai consolidé non drainé (CU) à l'appareil triaxial*

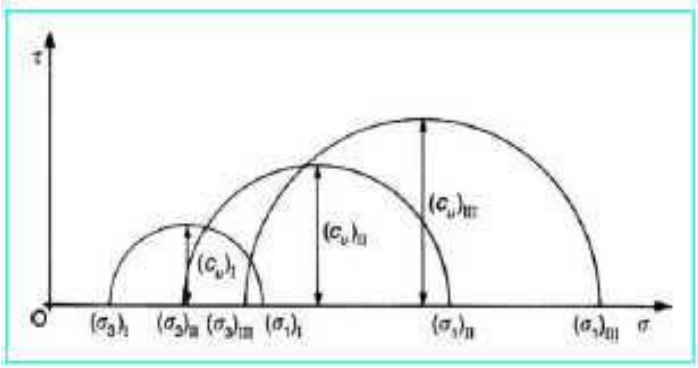


Figure (1.27) *Cercles de Mohr à la rupture dans un essai (CU) à l'appareil triaxial*

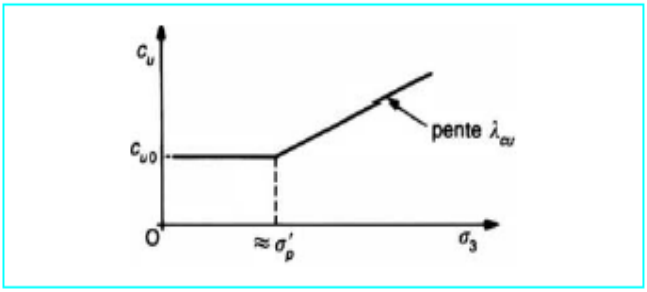


Figure (1.28) *Variation de la cohésion non drainée c_u avec la pression de consolidation σ_3*

1.5.2.3 Essai de compression simple

L'essai de compression simple est une forme très simplifiée d'essai triaxial dans laquelle l'éprouvette n'est pas soumise à une pression latérale σ_3 lors de la compression. Cet essai est exécuté sur des éprouvettes cylindriques posées simplement sur le plateau d'une presse capable de les déformer à vitesse constante. L'essai n'est exécuté que sur des éprouvettes de sols fins cohésifs.

L'essai de compression simple est donc un essai de type UU dans lequel la pression appliquée initialement à l'éprouvette (σ_3) est nulle.

Dans le cas des sols saturés, on détermine la résistance à la compression simple Rc, égale au déviateur des contraintes, c'est-à-dire au double de la cohésion non drainée :

$$R_c = 2c_u$$

1.6 Relation entre cisaillement et compressibilité

Lorsqu'on élargie le champ des contraintes normales, pour un sol argileux surconsolidé, on s'aperçoit que la courbe enveloppe n'est pas forcément linéaire. Une bonne approximation de cette courbe est lors une paire de tronçons linéaires à deux pentes différentes (figure 1.29). Le tronçon dans la plage des faibles contraintes n'est autre que la courbe enveloppe déjà présentée dans les sections précédentes. Le deuxième est parfaitement aligné sur l'origine du repère.

Ce qui est extraordinaire, c'est que le changement de pente se fait à une contrainte voisine de la contrainte de préconsolidation. En d'autres termes, le changement de pente est une déstructuration durant ou par le cisaillement. On peut alors définir deux angles de frottement : un angle de frottement dans le domaine surconsolidé et un angle de frottement dans le domaine normalement consolidé. Si ce deuxième est intrinsèque au matériau, le premier est lié à l'histoire de contraintes.

La cohésion par contre ne se définit que dans le domaine surconsolidé. Et on peut alors avancer qu'un sol argileux normalement consolidé n'aura pas de cohésion.

Autrement dit, un sol cohérent est un sol surconsolidé, et inversement, un sol surconsolidé aura une cohésion ; de là, il y a équivalence entre surconsolidation et cohésion :

Surconsolidation ⟷ Cohésion

Pour boucler avec cette équivalence, on dira aussi que si la surconsolidation pour un sol grenu est moins évidente, et que si la mémorisation des contraintes est moins significative, c'est parce que ce type de sol n'est pas cohésif.

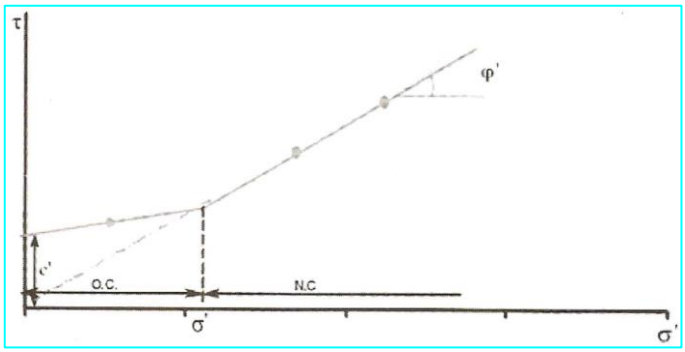


Figure (1.29) Courbe intrinsèque et surconsolidation du sol