VI Les actions caractéristique ;

حادثة خاصة (مميزة)

On distingue ;

a) Les actions permanentes ; دائمة

ou de longue durrée d'application

Ces charges notées G ont une intensité constante ou trés peu variable dans le temps تبقى ثابتة مع الوقت

exemples ;

- poids propre . الوزن الذاتي

- Poids des equipement fixe (أجهزة ثابتة)

(machine industrielles).

b) Les actions variables ;

(courte durée d'application)

Ces charges notées Q ont une valeur variable dans le temps

exemples ; كل مرة

- Les charges exploitation (dans les reglements en viguen).
  par

- Les charges climatiques (neige et vent).

- effets de la température

- poids des equipements de chantier (charge appliquées en cours d'exécution).

c) Les actions ascidentelles ;

charge variables et de faible durées d'application.

Ces charges notées F_A reviennent de phénomènes rares. بعض الأحيان فقط

exemples ; - Séisme
- incendie
- explosions

IV Les situations ;

en distingue

a) Les situations durables ou transitoires

si la sollicitation est donnée par la combinaison fondamentale.

b) Les situations accidentelles ;

si la sollicitation est donnée par la combinaison ascidentelles.

V Les sollicitation de calcul combinaisons d'actions ; الإتصالات تألف

pour une situation donnée il faut recherché les combinaison d'action les plus dangereuse, ou plus ~~fa~~ des favorables (celle qui donnent la valeur maximale de la sollicitation)

~~Les~~ terment flechissant

sollicitation $\begin{cases} \text{moment flechissant .} \\ \text{moment de torsion} \\ \text{effort normale عمودي الكتلة} \\ \text{effort tranchant . قاطع} \end{cases}$

pour ce-la, on utilise les combinaison d'actions définies ci-dessus avec les notations suivantes:

* G_{max} = charge permanentes agissant dans un sens défavorable . ضد

* G_{min} = — — — —

— — ~~dé~~favorable . تعاون

Q_c : action variable dite de base ; واحدة فقط

Q_i : actions variables dite d'accompagnement مرافقة 1 ، 2 ، 3 ، ...

F_A : charge accidentelle

مختبر للخرسانة

pour les états - limites - ultimes de résistance (E.L.U.R)

الحالات القصوى للقوة

a) situation durable (دائمة) ou transitoire (وقتي)

combinaison fondamentale.

(à utiliser dans tous les cas quelque soit le nombre et le type des charges)

$$S(\underbrace{1{,}35\, G_{max} + G_{min}}_{\text{charge permanentes}} + \underbrace{\gamma_{\varphi_c} \varphi_c + \sum 1{,}3\, \psi_{0i} \cdot \varphi_i}_{\text{charge variable}}) = S_{calcul}$$

$\gamma_{\varphi_c} = 1{,}35$ pour les cas particuliers suivants ; - effet de la température.

- batiment agricoles où la présence humaine n'est pas permanente

- convois exceptionnels. (قوافل)

(convois militaires).

$\gamma_{\varphi_c} = 1{,}5$ pour tous les autres cas.

pour ψ_{0i} : voir tableau ci-dessus.

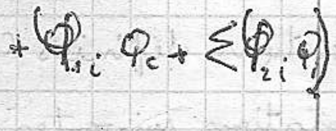
b) situation accidentelle

(combinaison accidentelle).

$$S(G_{max} + G_{min} + F_A + \psi_{1i} \varphi_c + \sum \psi_{2i} \varphi_i) = S_{calcul}$$

pour ψ_{1i} et ψ_{2i} : voir tableau.

2) pour les états - limites de service (E.L.S):



2) Pour les E.L.S (Etat limite de service)

$$S_{calcul} = S(G_{max} + G_{min} + \varphi_c + \sum \psi_{0i} \varphi_i)$$

Valeur des coefficients ψ_{0i}, ψ_{1i} et ψ_{2i}

types des charges		ψ_{0i}	ψ_{1i}	ψ_{2i}
charges climatiques ① Vent (W) (رياح)		0,77	0,2	0
② La Neige (Sn) altitude ≤ 500 m (ثلج)		0,77	0,15	0
≥ 500 m		0,77	0,3	0,1
③ Température (T) (حرارة)		0,6	0,5	0
charge d'explotation	parcs de stationnement	0,9	0,75	0,65
	salles d'archives	0,9	0,9	0,8
	salle de reunion	0,77	0,65	0,40
	salles et Halles d'expositions	0,77	0,65	0,25
	Autres locaux	0,77	0,75	0,65

Remarques :

a) permet toutes les combinaisons précédentes, en retenant la plus défavorable (celle qui donne la sollicitation max)

Si F_A représente les effets de séisme (زلزال) il faut utilisé les combinaisons du R.P.A (Réglement parasismique Algérien).

c) action du vent :

sa Valeur ~~est~~ en générale prise = à 1,2 fois la charge normale des ragles N.V. (neige et Vent) à l'etat limite ultime ; et 1 fois la charge normale N.V à l'etat limite de service

VI) Condition de non fragilité

- armatures minimale ;

pour que les ragle B.A.E.L (Béton armé) soient applicable a une pièce il faut que celle-ci soit les domaine du Béton armé si t'adire qu'elle présente une section minimale d'armatures.

en dit alors que la pièce est non fragile.

Cette section minimale d'armatures ce la donné ultérieurement pour chaque type de sollicitation

acier : حديد

Chap II ;

propriété des matériaux ;

I - Caractéristique du Béton ;

* Le béton à très résistance à la compression et a mauvaise à la traction (très faible).

1 - résistance caractéristique à la compression ; ≤ 28

pour l'etablissement d'un projet dans les cas courants un béton est définit par la valeur de sa résistance caractéristique à la compression à l'age de 28 jours

Cette résistance est notée f_{c28} (résistance, compression, 28 jours)

on admettera en approximation que nombre de jours $j < 28$

f_{cj} sera égale à :

$$f_{cj} = \frac{j}{4,76 + 0,83j} \cdot f_{c28} \quad \text{si } f_{c28} \leq 40 \text{ MPa}$$

$$f_{cj} = \frac{j}{1,40 + 0,95j} \cdot f_{c28} \quad \text{si } f_{c28} > 40 \text{ MPa}$$

* pour $j > 28$ jours : $\Rightarrow f_{cj} = f_{c28}$ pour les calcul de résistance.

* ~~f_{cj} f_{c28}~~ $f_{cj} = 1,1 \, f_{c28}$ pour les calculs des déformation.

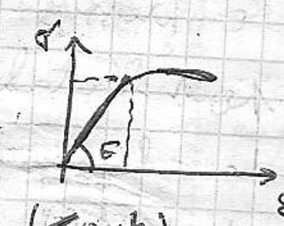
$1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2$ $\quad$ $10 \text{ N} = 1 \text{ Kg}$.

... caractéristique à la
traction :

Cette résistance notée f_{tj} est conventionnellement prise égale à :

$$\boxed{f_{tj} = 0{,}6 + 0{,}06\, f_{cj}}$$ en MPa.

3) Module de déformation longitudinal E_b :



a) pour une courte durée (< 24h) ; on prend en considération un module de déformation logitudinal du béton instandané E_{ij} (لحظي)

بحيث vlage E_{ij} et f_{cj} en MPa.

$$E_{ij} = 11000\, f_{cj}^{1/3}$$

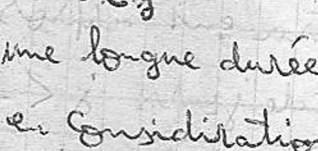
b) pour une longue durée d'aplication on pend en considération un module de déformation logitudinal de béton différé E_{vj}

$$E_{vj} = 3700\, f_{cj}^{1/3}$$ 24821128,7 KN/m

E_{vj} et f_{cj} en MPa.

4) Coefficient de Poisson μ :

- $\mu = 0{,}2$ pour l'E.L.S (etat limite service)
- $\mu = 0$ pour l'E.L.U (etat limite ultime)



$$\mu = \frac{\Delta a / a}{\Delta L / L} = \frac{\text{تشوه عرضي}}{\text{تشوه طولي}}$$

5, masse volumique ; $\mathcal{S}_{b.a}$:

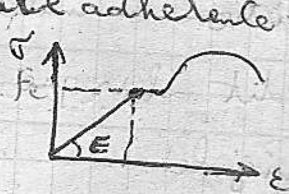
$$\mathcal{S}_{b.a} = 2500\, kg/m^3 = 2{,}5\, t/m^3$$
$$= 25\, KN/m^3$$

II - Caractéristique de l'acier :

1. acier utilisés en béton armé :

Les aciers utilisés pour la constitution les pièces en béton armé sont :

- Les ronds lisses (R.L) ; قضبان ملساء
- Les aciers à haute adhèrence (H.A) . قضبان عالية التماسك
- Les treillis soudés (T.S).
- Les fils à haute adhèrence. خيوط = قضبان صغيرة



L'acier est diffiné par sa limite elastique notée f_e (résistance elastique)

dans les plans de ferrallage il faut prend ~~...~~ l'utiliser Les diamètres excistants dans de commerce.

a) Les ronds lisses (R.L) :

On distingue 2 nuances (2 types) $f_eE\,215$ et $f_eE\,235$ correspondant a une limite elastiques $f_e = 215$ Mpa.

et $f_e = 235$ MPa. respectivement

Diamètres normalisés (en mm) :

6, 8, 10, 12, 14, 16, 20, 25, 32, 40 et 50.

b) Les H.A ;

2 nuance (2 types)

FeE400 avec $f_e = 400$ MPa.

FeE500 avec $f_e = 500$ MPa.

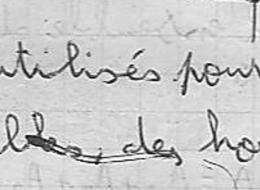
et les diamètres normalisés (en mm) même chose ; 6, 8, 10, ..., 50.

c) Les T.S (treillis soudés) ;

sont utilisés pour les ferraillages des dalles, des hourdis et des voiles

Les dimensions des mailles mesurées par les espacements entre axes des éléments constitutifs sont en générale prise égale aux valeurs suivantes exprimées en mm :

75, 100, 125, 150, 250, 300 mm



d) Les fils à haute adhérence ;

2 types FeTE400

FeTE500

diamètres en mm:

4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14 et 16.

2) désignation des aciers ;

a) Pour le R.L ;

La lettre Ø qui précédée du nombre de barres, suivie du diamètre en mm et entre parenthèses la nuance (type) de l'acier

exemple ; 3 Ø 16 (E235).
عدد القضبان القطر

b) Pour le H.A ;

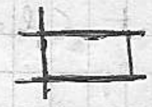
même chose que le R.L en remplaçant la lettre Ø par les lettres H.A

exemple ; 4 HA 20 (E500).

c) Pour T.S ;

Les lettres T.S suivies des diamètres en mm, suivis des espacements ;

ex ; T.S : $6/4 - 75/200$.



c'est un T.S où les éléments porteurs est un diamètre de 6 mm et un espacement de 75 mm et les éléments de répartition ont un diamètre de 4 mm et un espacement de 200 mm.

3) module de déformation longitudinale

E_s ;

$E_s = cst = 2\cdot 10^5$ MPa

Caractères d'adhérence :

a - Coefficient de fissuration η :

$\eta = 1$ pour R.L

$\eta = 1,3$ pour les H_A avec $\phi < 6$ mm

$\eta = 1,6$ pour les H_A avec $\phi > 6$ mm

b - Coefficient de scellement ψ ; (تثبيت)

$\psi = 1,0$ pour R.L.

$\psi = 1,5$ pour les H_A.

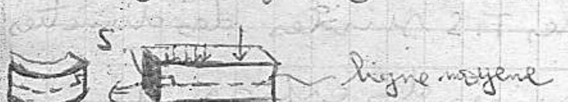
Chap. III :

Bases de Calcul :

A - état limite - ultime de Resistance = (E.L.U.R) :

I - hypothèses de Calcul :

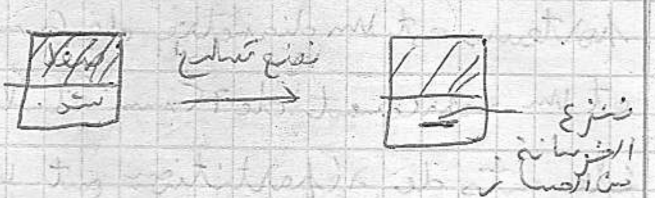
1 - Conservation des section planes ;



S تبقى ثابتة بعد التشوه (عمودية على المحور الافقي)

2 - Le beton tendu est négligé dans les calculs ;

الخرسانة الموجودة في الشد لا تدخل في الحساب



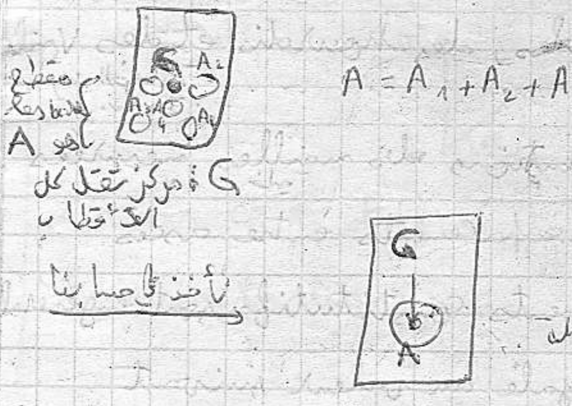
3 - il n'ya pas de glissement relatif entre l'acier et le beton ;

4 - Les positions que peut prendre le diagrames de deformations d'une (as) Section passe par au moins l'un des 3 points A, B ou C appelés pivots défini au paragraphe II ci - dessous ;

5 - Le diagrame contrainte_deformation ($\sigma - \varepsilon$) du béton, et celui difini au paragraphe III - A, 2 Cidessous ;

6 - Le diagrame contrainte - deformation ($\sigma - \varepsilon$) de l'acier, et celui difini au paragraphe III B.2 ci dessous ;

7 - on peut supposer qu'un ensemble de barres d'acier est remplacé par une barre unique ayant même Section et même centre de gravité que l'ensemble des barres.



$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$$

8 -

a) l'allongement ultime de l'acier est limité à 10 ‰

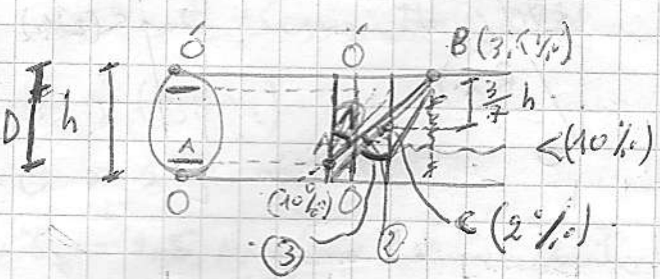
$\varepsilon_{su} = 10$ ‰

b) * Le raccourcissement ultime du beton est limité à 3,5 ‰ en flexion simple ou composée.

$\varepsilon_{bcu} = 3,5$ ‰ (compression)

* $\varepsilon_{bcu} = 2$ ‰ en compression simple

II - Regle des 3 pivots :



flexion composée ...

* Ce dessin donne les positions limites du diagrame de deformation d'une section cette section etant sollicitée A l'E L.U

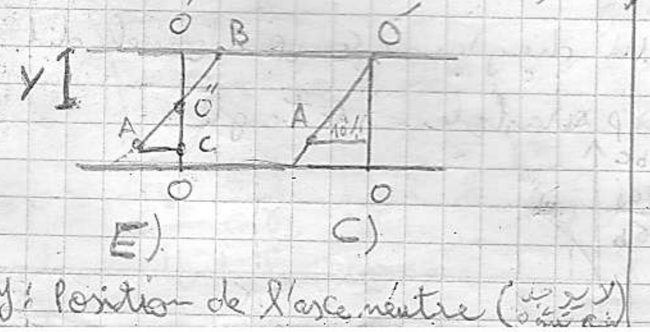
Soit en traction simple ou en flexion simple ou composé ou compression simple

* on distingue dans ce diagrame 3 région ou domaines

Region ①: Caracterisée par

$\varepsilon_{su} = 10‰ = cst$. (Pivot A).

La droite du defolmation passe par le pivot ① et peut équipé les positions suivants :



Y : Position de l'axe neutre (...)

~~A) Re~~

Cas a) Traction simple avec $\varepsilon = cst = 10‰$ sur h.

Cas b) flexion composé avec traction

Cas c) flexion " " "

~~(Cas d)~~ avec d'aformation du béton supérieur = 0.

Cas d) flexion simple ou flexion composé avec $\varepsilon_s = 10‰$ et $\varepsilon_{bc} < 3,5‰$

Cas E) même chose que le cas d. avec $\varepsilon_{bc} = \varepsilon_{bu} = 3.5‰$

Position de l'axe neutre : Y

apartir des triangles semblable

$\ddot{O}\acute{O}B$ et $\ddot{O}AC$ (...)

$$\frac{AC}{O'B} = \frac{\acute{O}C}{\acute{O}\ddot{O}} \Leftrightarrow \frac{10}{3,5} = \frac{D-Y}{Y}$$

$$3,5d - 3,5y = 10y$$

$$y = \frac{3,5}{13,5} d$$

$y = 0,2593 d \qquad y = y_{AB}$

~~$y = \alpha d$~~ posons $y = \alpha d$.

$$y_{AB} = \alpha_{AB} d$$

$$\Rightarrow \alpha_{AB} = 0,2593$$

Finalement :

Si $y \leq y_{AB} = 0,2593 d$ ou si $\alpha \leq \alpha_{AB} = 0,2593$ $\Rightarrow$ Région 1 Pivot A $\Rightarrow \varepsilon_s = 10‰$.

Si $y \geq y_{AB} = 0,259 d$. ou si $\alpha \geq \alpha_{AB} = 0,2593$ $\Rightarrow$ Région 2 Pivot B

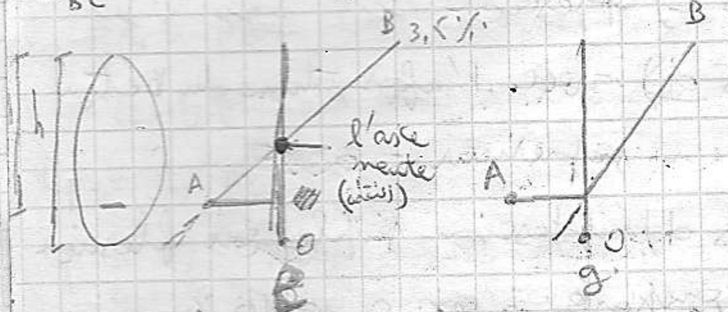
Région 2, Pivot B :

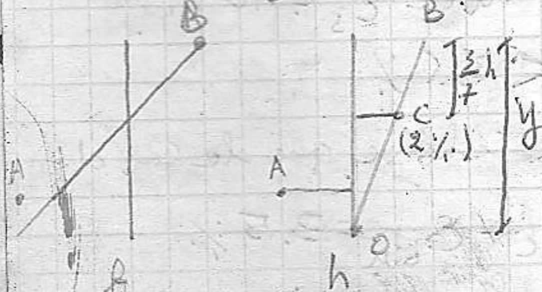
elle est caractérisé par

un raccourcissement ultime cst

est égale à 3,5 ‰

$\varepsilon_{bc} = cst = \varepsilon_{bcu} = 3,5‰$





cas f) même chose que le cas e)

$\varepsilon_s < \varepsilon_{su} \leq 10‰$

cas g) même chose que le cas f

avec $\varepsilon_s = 0$

cas h) flexion composé avec compression

* Si le cas limite de la région ②

Pivot B

$y = h = y_{BE}$

si $y_{AB} = 0,2593d < y \leq h$

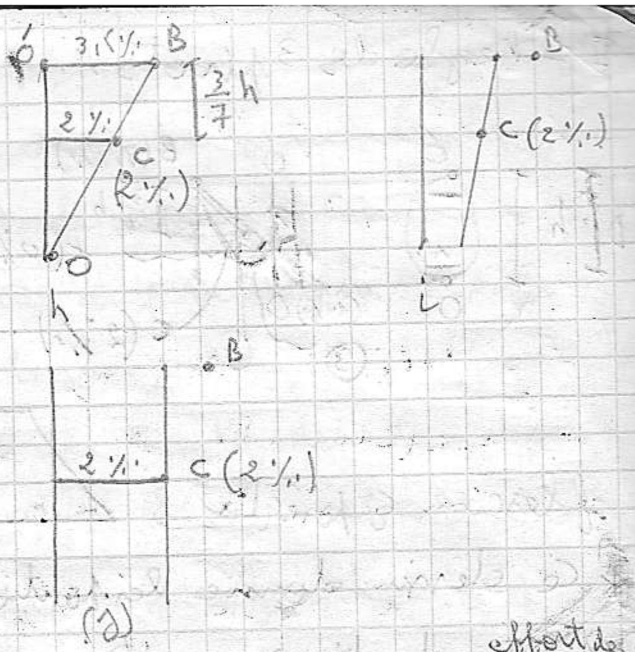
$\varepsilon_{bc} = \varepsilon_{bcu} = 3,5‰$

Région ③ Pivot C

caractérisé par $\varepsilon_{bc} = 2‰$ sur

la hauteur $\frac{3}{7}h$ à partir de la fibre

supérieur



cas i) flexion composé avec compression effort de

section entièrement comprimée

$\varepsilon_{bc} < \varepsilon_{bcu}$

cas j) compression simple avec

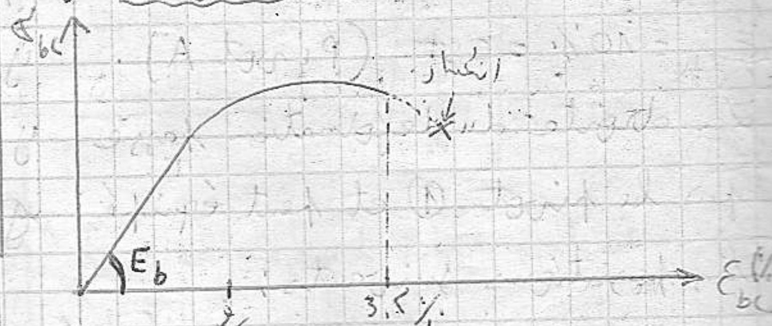
$\varepsilon_c = cst = 2‰$

Si $y > h \Rightarrow$ Région 3 pivot C

III diagrammes contraintes - déformations

III - 1) Béton :

a). diagramme réel :



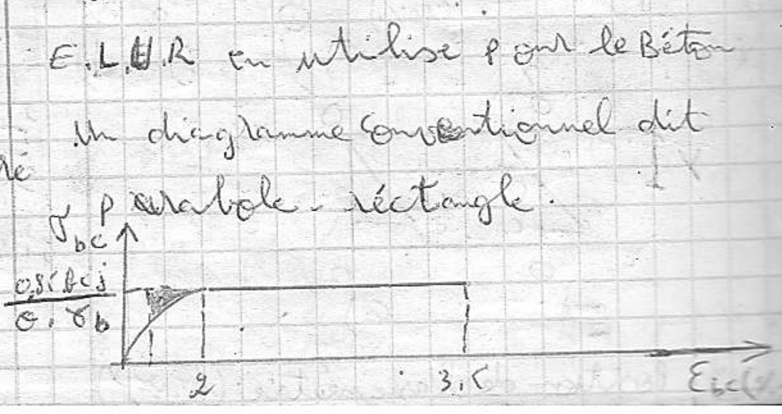
b) diagramme de calcul (conventionnel) :

dans les calcul relatifs à

E.L.U.R on utilise pour le Béton

un diagramme conventionnel dit

parabole - rectangle



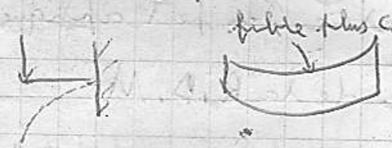
f_{cj} : Résistance caractéristique à la compression du Béton à j (jours).

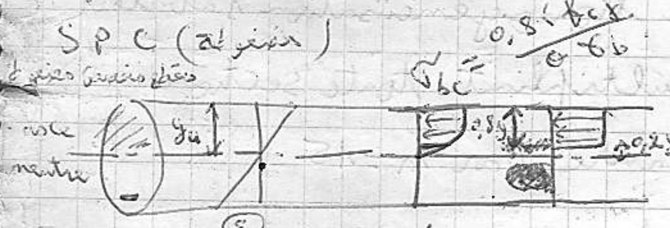
$\theta = 1$ en général

- $\gamma_b = 1,5$ en général en situation durable ou transitoire
- $\gamma_b = 1,15$ en situation accidentelle.

* lorsque la section n'est pas entièrement comprimé on peut utilisé le diagramme simplifier suivant

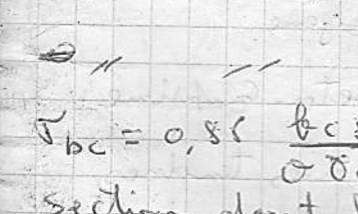
où y_u désigne la distance de l'axe [redacted] à l'afibre la plus comprimé.





- sur la distance $0,2\,y_u \Rightarrow \sigma_{bc} = 0$
- // // $0,8\,y_u$ restante σ_{bc} vaut

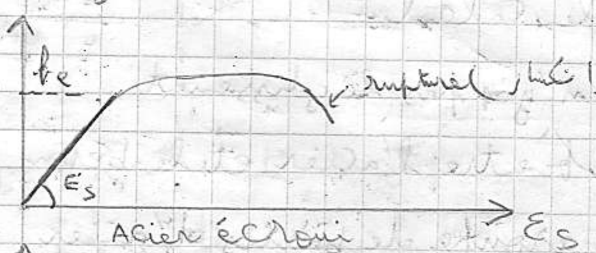
$\sigma_{bc} = 0,85 \frac{f_{cj}}{\theta \gamma_b}$ pour les section dont la largeur est constante ou croissante vers la fibre la + comprimé.

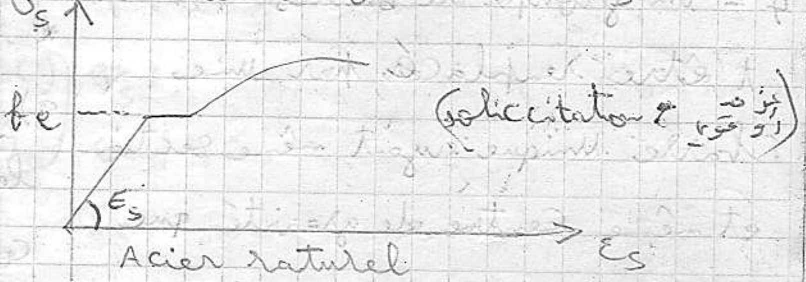


- $\sigma_{bc} = 0,80 \frac{f_{cj}}{\theta \gamma_b}$ pour les section dont la largeur est décroissante en allant vers la fibre la + comprimé

III - 2) Aciers :

1) diagrammes réels :

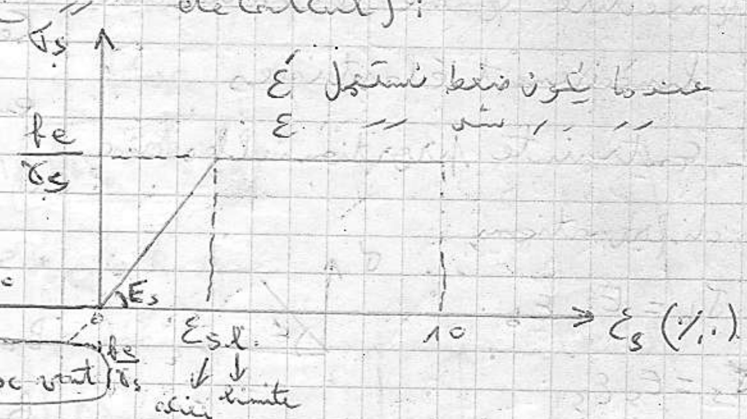




Écrouissage : H_A , R.L

en compression le diagramme est symétrique

diagramme conventionnel (// de calcul) :



- Si $\varepsilon_s < \varepsilon_{s,l} \Rightarrow \sigma_s = E_s \varepsilon_s$
- Si $\varepsilon_s > \varepsilon_{s,l} \Rightarrow \sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$

$\varepsilon_{s,l} = \frac{f_e}{\gamma_s E_s}$ $\boxed{\operatorname{tg} E_s = E_s}$

f_e : limite élastique de l'acier

$E_s = 2\,10^5$ MPa

$\gamma_s = 1,15$ en situation durable ou transitoire

$\gamma_s = 1,0$ en situation accidentale

B - états - limites de service (E.L.S) :

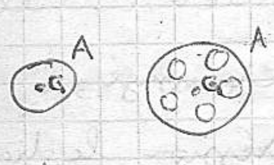
I - hypothèses de calculs

1 - Conservation des sections plane

2 - Le beton tendu est négligé dans les calculs.

3 - il n'y a pas de glissement relatif entre l'acier et le béton

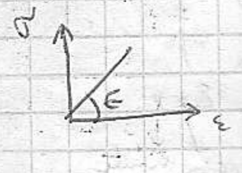
4 - Un groupe de barres d'acier peut être remplacés par une barre unique ayant même section et même centre de gravité que le groupe.



5 - l'acier et le béton sont considiré comme les materiaux linéairement élastiques

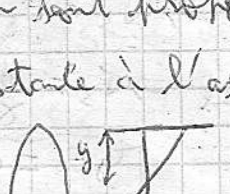
- contrainte proportionnelles aux déformations

$\sigma_b = E_b \, \varepsilon_b$



$\sigma_s = E_s \, \varepsilon_s$

- deformation sont proportionnelles à leur distance à l'axe neutre.



$\varepsilon = K y$.

6 - on ne déduit pas dans les calculs les surfaces des aciers de la surface du béton

Surface du beton $B = b \cdot h$

لا نطرح مساحة الاسلاك

7 - par convention le rapport E_s / E_b sera considéré cst est egale = 15

$\frac{E_s}{E_b} = cst = 15 = n \left(n : E_s/E_b \right)$

n : coefficient d'équivalence.

* il réside de ces hypothèses que :

a) le diagramme de déformation et le diagramme de contrainte celon constitués de droites (Hyp 5).

b) en Homogénéisant la section de béton armé, on peut applique les formule de la R.D.M.

Cette homogénéisation s'obtient en multipliant toute section d'armature par n = 15

* soient :

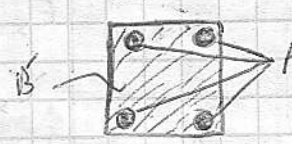
B_0 = section homogène

B' = " de beton comprimé

A = " des armatures tendues

A' = " " " comprimés

* pour une section entièrement bien comprimée :



$B_0 = B' + A' \, 15$

نضرب مساحة الاسلاك × 15

* Section partièllement comprimé (SPC)

$B_0 = B' + A' 15 + 15 A$

$B_0 = B' + 15 (A + A')$

dans une fibre d'acier on aura

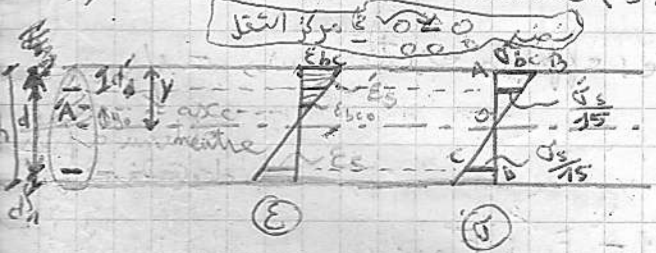
$\sigma_s = n\, \sigma_{bc} = 15\, \sigma_{bc}$

acier — béton

II - Diagrammes des déformations et contraintes :

1- Axe neutre à l'interieur de la section :

- Section partiellement comprimée (S.P.C)
- // // tendue (S.P.T).



Soit une flexion simple, or flexion composé avec (S.P.C).

*Notation :

h = hauteur totale de la section

d = hauteur utile // //

[distante le centre de gravité des armature tendues et la fibre de béton la + comprimée]

A : section totale des armatures tendues.

A' : // // // // comprimés

d_1 : distante entre le centre de gravité de armature tendues et la fibre de béton plus tendue

d'_1 : // // // //

y = position de l'axe neutre = distance de l'axe neutre et la fibre de béton la plus comprimés.

ε_{bc} = raccourcissement de la fibre de béton la plus comprimés

ε'_s : // des armatures comprimés

ε_s : // // // tendues.

σ_{bc} : contrainte de compression dans la fibre de béton la plus comprimés

σ'_s : // // dans les aciers comprimés

σ_s : // // tendues.

* pour une fibre quelconque de béton on a :

déformation proportionnelles à sa distance à l'axe neutre.

$$\boxed{\varepsilon_{bc_0} = k_0 y_0}$$

$\sigma_{bc} = K\, y$

- contrainte est proportionnelle à la déformation.

$\sigma_{bc_0} = k_0\, \varepsilon_{bc}$ avec $k_0 = E_b$

si $\sigma_{bc_0} = E_b\, \varepsilon_{bc_0} = E_b\, k_0\, y_0 = K\, y_0$

$$\boxed{\sigma_{bc} = K\, y}$$

triangle OAB et OCD (utilisé)

$$\frac{CD}{AB} = \frac{OD}{OA} \Rightarrow \frac{\frac{\sigma_s}{15}}{\sigma_{bc}} = \frac{d-y}{y}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_s}{\ldots} = \frac{d-y}{\ldots} \text{ ou } \sigma_s\, y = 15\, \sigma_{bc} (d - y)$$

$\sigma_s' = \frac{15\,\sigma_{bc}(d-y)}{y}$ avec $\sigma_{bc} = Ky$

Soit $\sigma_s = 15\,K_y \frac{(d-y)}{y}$

$$\boxed{\sigma_s = 15K(d-y)}$$

triangle OAB et OA'B' :

$\frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA} \Rightarrow \frac{\sigma_s'/15}{\sigma_{bc}} = \frac{(y-d_1')}{y}$

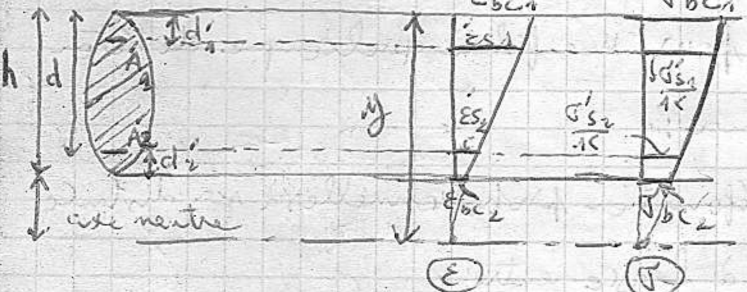
$\Rightarrow \sigma_s' = 15\,\sigma_{bc}\,\frac{y-d_1'}{y} = 15\,K_y\,\frac{(y-d_1')}{y}$

et $\boxed{\sigma_s' = 15K(y-d_1')}$

Résumé : La contrainte est proportionnelle à sa distance à l'axe neutre.

2) Axe neutre au dessus de la section : (M > 0)

* Section entièrement comprimé (S.E.C) flexion composé.



$\sigma_{bc_1} = Ky$

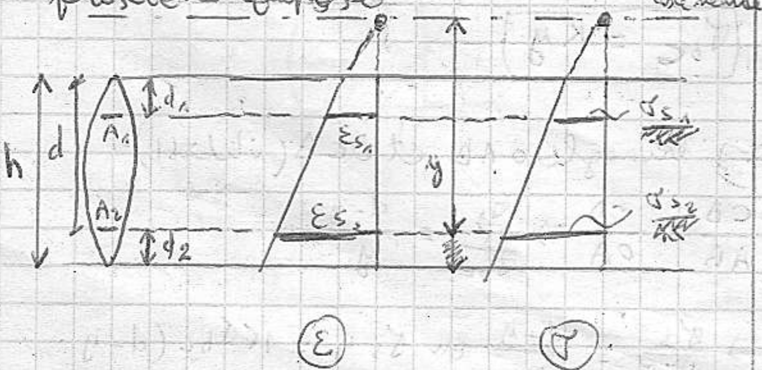
$\sigma_{bc_2} = K(y-h)$

$\frac{\sigma_{s_1}'}{15} = K(y-d_1')$ soit $\sigma_{s_1}' = 15K(y-d_1')$

$\frac{\sigma_{s_2}'}{15} = K(y-d)$ soit $\sigma_{s_2}' = 15K(y-d)$

3) axe neutre au dessus de la section

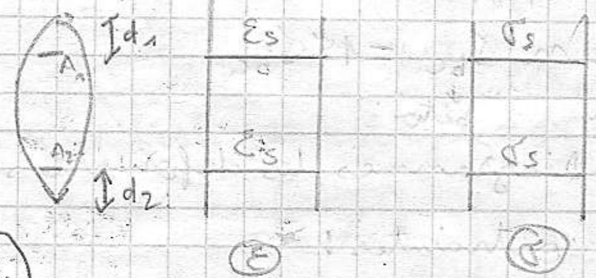
* Section entièrement tendue (S.E.T) flexion composé



$\sigma_{s_2} = Ky$

$\sigma_{s_1} = K(y-d+d_1)$

4) axe neutre à l'infini - traction simple



Section tendu

Beton tendu negligé dans les calculs

$F_e = F_i$

F_e : efforts exterieurs $= N_{ser}$ obtenu à partir des combinaisons

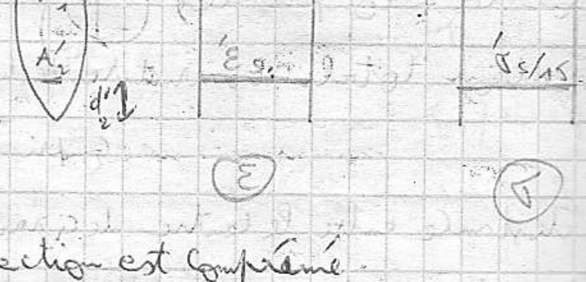
$F_i = F_b + F_A$

F_b : effort dans le beton ; F_A : effort dans les armatures

$F_A = A \cdot \sigma_s = (A_1 + A_2)\,\sigma_s$

$N_{ser} = \sigma_s (A_1 + A_2)$ et $\boxed{\sigma_s = \frac{N_{ser}}{A_1 + A_2}}$

5) Axe neutre à l'infini - compression simple :



Section est compriné

$\Sigma F_e = \Sigma F_i$

$\Sigma F_e = N_{ser}$

$\Sigma F_i = F_b' + F_A'$

$F'_A = A' \cdot \sigma'_s$. في الضرب ← $\frac{\sigma'_s}{15}$

في الحديد تكون σ'_s .

$F'_A = (A'_1 + A'_2)\,\sigma'_s$ avec $\sigma'_s = 15\,\sigma_{bc}$

$F'_A = 15(A'_1 + A'_2)\,\sigma_{bc}$

$B'\sigma_{bc} + 15(A'_1 + A'_2)\,\sigma_{bc} = N'_{ser}$

$$\sigma_{bc} = \frac{N'_{ser}}{B' + 15(A'_1 + A'_2)}$$

et $\boxed{\sigma'_s = 15\,\sigma_{bc}}$

III - contraintes admissibles ($\bar{\sigma}$)

Vérifications à effectuer;
(E.L.U.R عكس E.L.S خاص)

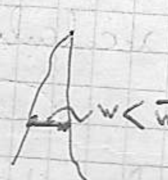
1) Vérification de la compression du béton;

il faut avoir $\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc}$

$\bar{\sigma}_{bc}$ = contrainte admissible

$\boxed{\bar{\sigma}_{bc} = 0,6\, f_{c28}}$

2) Vérification de la fissuration: (التشقق)



كلما كانت التشققات كبيرة كلما كان التآ

و يصبح ... أكبر ، طول البعد أكبر

afin de réduire le risque d'apparition des fissures et pour diminuer l'importance de leurs ouvertures, on limite les contraintes des armatures tendues.

$F_A = A \cdot \sigma_{s1}$

à $\bar{\sigma}_s$

التشقق يظهر في جهة الشد وليس جهة الضغط.

On doit avoir:

$\boxed{\sigma_s \leq \bar{\sigma}_s}$ et ;

- éviter l'emploi de gros diamètre.
- respecter la condition de non fragilité (A_{min})
- respecter les dispositions constructives des armatures.

1- fissuration peu nuisible (peu dangereuse); (لا تشكل خطر كبير)

on considère que la fissuration peu nuisible si l'élément étudié est protégés (situé dans un endroit fermé et couvert)

exception: endroit où il y'a beaucoup d'humidité (Bains, Douche, ...) ⇒ la fissuration sera considérée comme préjudiciable ou très préjudiciable.

Fissuration peu nuisible: pas de limitation de σ_s. ($\bar{\sigma}_s$; σ_s لا نقارن ، لا تشكل خطر)

Pas de vérification de σ_s

2) Fissuration préjudiciable;

élément exposé aux intempéries (ou condition climatiques extérieures).

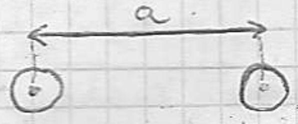
$$\bar{\sigma}_s = \min\left(\frac{2}{3} f_e \,;\, 110\sqrt{\eta\, f_t}\,;\right)$$

coefficient de fissuration

$\eta = 1$ pour les R.L

* $\phi_t \geq 6$ mm.

* Si $\phi > 20$ mm $\Rightarrow a \leq 4\phi$.



3- fissuration très préjudiciables (très dangereuse).

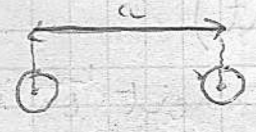
élément soumis à un milieu agressif

ex : - Construction au bord de la mer
- dégagement de fumée ou de produit chimiques ... etc.

$$\bar{\sigma}_s = \min\left(\frac{1}{2} f_e \,;\, 90\sqrt{\eta \cdot f_{tj}}\right)$$

+ $\phi_t \geq 8$ mm

+ Si $\phi > 20$ mm $\Rightarrow a \leq 3\phi$.



Les σ en MPa.

3) Vérification à effectuer :

il faut vérifier que sollicitations de service la plus défavorable on a :

a) fissuration peu nuisible

$\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc} = 0,6\ f_{c28}$

sauf pour section est tendue.

b) fissuration préjudiciable ou très préjudiciables

et $\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc}$
$\sigma_s \leq \bar{\sigma}_s$

* En pratique nous avons 2 méthode pour déterminé les armatures ;

- 1er méthode :

. Calculer les armatures à l'E.L.U.R ;

. A l'aide des ces valeurs, calculer σ_{bc} et éventuellement σ_s ;

. Comparer ces valeurs de σ_{bc} et σ_s aux valeurs des contraintes admissible $\bar{\sigma}_{bc}$ et $\bar{\sigma}_s$

- Si $\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc}$ et $\sigma_s \leq \bar{\sigma}_s$ $\Rightarrow$ les armatures calculer à l'E.L.U.R convient (fin). كافية

- Si $\sigma_{bc} > \bar{\sigma}_{bc}$ et/ou $\sigma_s > \bar{\sigma}_s$ $\Rightarrow$ Les armatures calculer à l'E.L.U.R non convient pas = غير كافية

il faut les modifier

il recalculant à l'E.L.S

- 2ème méthode :

. Calculer des valeurs des armatures à l'E.L.U.R

. Calculer les valeurs des armatures à l'E.L.S.

. On retient les plus grandes des valeur trouver.

مثلا

$A_u = 5\ cm^2$
$A_{ser} = 10\ cm^2$ $\Rightarrow$ نختار $10\ cm^2$

l'E.L.U.R
l'E.L.S

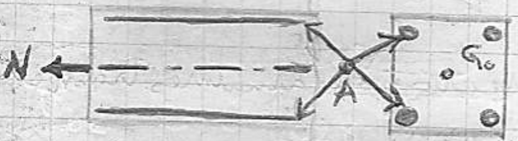
CHAPO(5)

Calcul des sections sous effort Normal ;

A- traction Simple !

I- difinition ;

une pièce en béton armé est soumisme à la traction siple lorsque les forces agissent agauche une section (S) se diminue au centre de gravité de la section à une force unique N (effort Normal) ⊥ à S est dirigé vers la gauche.

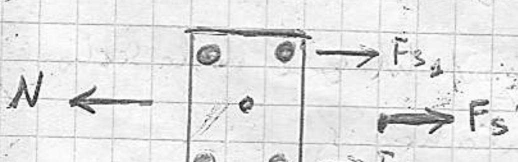


الخطع كاة مسرود

béton tendu négligé et le centre de gravité de béton est confondu avec le c.d.g (مركز ثقل) des armatures

II - détermination des armatures logitudinales ;

* béton tendu négligé ⇒ l'efforts sollicitant (exterieur) sera equilibré (القوى الداخلية) par les armatures



$F_{s_1} = A_1 \sigma_{s_1}$

$F_{s_2} = A_2 \sigma_{s_2}$ soit $A = A_1 + A_2$

$\sigma_s = \sigma_{s_1} = \sigma_{s_2}$

$F_s = A_1 \sigma_{s_1} + A_2 \sigma_{s_2} = A \sigma_s$

* equation d'equilibre ;

$\sum F_{ext} = \sum F_{inter}$

$\sum F_{ex} = N$, $\sum F_{int} = F_s = A \sigma_s$

$$\boxed{N = \sigma_s A}$$

Remarque ;

a) si la fissuration est peut nuisible Le calcul se fait uniquement à l'E.L.U

b) si la fissuration est judicable ou trés judicable Le calcul se fait uniquement à l'E.L.S

* traction simple ⇒ l'E.L.U.

1) Calcul à l'E.L.U. ;

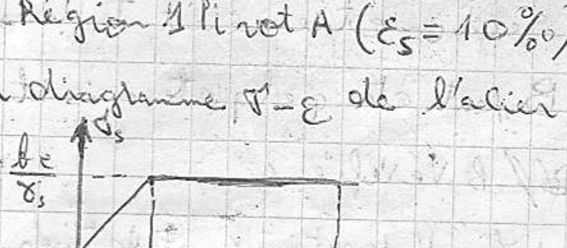
$N = N_u$ (calculé à partir des ~~sollicitation~~ combinaison).

* $\sigma_s = ?$

traction simple ⇒ Section entierement tendu

⇒ Région 1 pivot A ($\varepsilon_s = 10‰$)

à partir diagramme $\sigma - \varepsilon$ de l'acier ;



$$\boxed{\sigma_s = \sigma_{10} = \frac{fe}{\gamma_s}}$$

* $A = A_u$ (section armature à l'E.L.U)

$\Rightarrow N_u = A_u \sigma_{10} \Rightarrow \boxed{A_u = \frac{N_u}{\sigma_{10}}}$

$A_u = \frac{N_u}{...}$ ... $\sigma = \frac{fe}{...}$

* $N = N_{ser}$ (Combinaison).

* $A = A_{ser}$

Pour les raisons économique on prend pour σ_s la plus grand valeur possible c'est-à-dire la $\bar{\sigma}_s$ (chap III)

$$N_{ser} = A_{ser}\,\bar{\sigma}_s$$

$$\boxed{A_{ser} = \frac{N_{ser}}{\bar{\sigma}_s}}$$

3) Condition non fragilité : (armature minimale)

Pour la traction simple A_{min}

$$A_{min} = \frac{B\ f_{tj}}{f_e}$$

B : section de béton

Finalement

$A = \max(A_{min} ; A_u)$ en Fiss. nuisible

$A = \max(A_{ser} , A_{min})$ en // préjudiciable ou très préjudiciable

il faut ~~en~~ plus respecter les dispositions constructives (cha 4)

III Dimensionnement de la section de béton :

Section entièrement tendues :

B peut être quelconque mais il faut

B vérifie :

a) Les disposition constructives

b) La condition de non fragilité :

$$A_{min} = \frac{B f_{tj}}{f_e} \Rightarrow A \geq \frac{B f_{tj}}{f_e}$$

$$\boxed{B \leq \frac{A f_e}{f_{tj}}}$$

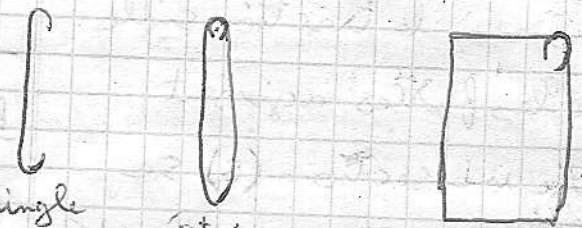
IV armature transversales :

S. E. T (traction simple)

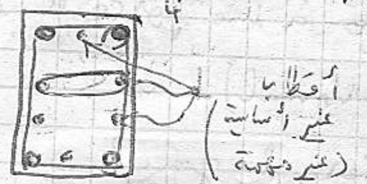
⇒ Les armatures transversales ne jouent qu'un rôle de montage

(تمسك الأسلاك بالطولية فقط (أي لا تلعب دور مقاومة))

il n'est pas nécessaire de relier par épingles ou des étriers les armatures longitudinales situées en dort des angles



$A_t = \frac{\pi \phi_t^2}{4}$ A_t $\frac{2\pi \phi_t^2}{4}$ $A_t = \frac{2\pi \phi_t^2}{4}$



~~A_t~~ =

A_t : section des armatures transversales

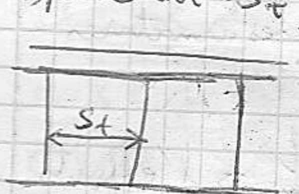
Rappele :

$\phi_t \geq 6$ mm en fissuration préjudi

$\phi_t \geq 8$ mm // — très préjudic

ϕ_t : diamètre des armatures transversale

* Espacement S_t des //



S_t doit être au plus égale au plus petit côté de la section

$$S_t \leq b'$$

b' = plus petit côté de la section

V application :

Soit un tirant de section (21×21) cm² appartenant à un batiment courant et soumis à :

- $N_G = -100\,KN$ (effort dû aux charges permanentes)
- $N_Q = -40\,KN$ (— — — exploitation)

~~Accidentel~~

- Acier utilisé : FeE400

Béton $f_{c28} = 20\,MPa$, $C_g = 2{,}5\,cm$

Ferrailler la section de ce tirant

en : 1) Fissuration peu nuisible.

2) — préjudiciable.

V- applications

Tirant

Tirant : pièce soumise à la traction simple

1) Fissuration peu nuisible :

Fiss peu nuisible ⇒ calcul à l'E.L.U

$N_u = A_u \cdot \sigma_s$

$N_u = ?$

$$1{,}35\, \underset{\uparrow N_G}{G_{max}} + G_{min} + \gamma_{Q_1} \underset{\uparrow N_Q}{Q_1} + 1{,}3\psi_{0i} Q_i$$

$N_{G_u} = 1{,}35\, N_G = 1{,}35(-100) = -135\,KN$

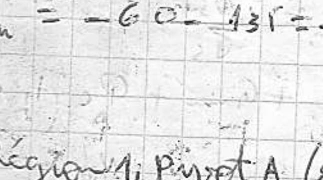
$N_{Q_u} = 1{,}5\times(-40) = -60\,KN$

$\boxed{N_u = N_{G_u} + N_{Q_u} = -60 - 135 = -195\,KN}$

σ_s ?

traction S. ⇒ Région 1, Pivot A ($\varepsilon_s = 10‰$)

$\sigma_s = \sigma_{10} = \frac{f_e}{\gamma_s}$



$f_e = 400\,MPa$.

Nu calculé à partir de la C.F

⇒ situation durable ou transitoire

$$\Rightarrow \begin{cases} \gamma_s = 1{,}15 \\ \gamma_b = 1{,}5 \end{cases}$$

$A_u = \frac{|N_u|}{\sigma_s} = \frac{195\times 10^3\,(N)}{348\,(N/mm^2)} = 560\,mm^2$

$\sigma_s = \frac{400}{1{,}15} = 348\,MPa$ $\quad \simeq 5{,}6\,cm^2$.

$A_u = \frac{195\,10^3}{100\;348} = 5{,}6\,cm^2$.

Condition de non fragilité :

$$\boxed{A_{min} = \frac{B\, f_{tj}}{f_e}}$$

B : section de béton $(25\times25)\,cm^2$

$f_e = 400\,MPa$.

$f_{tj} = 0{,}6 + 0{,}06\, f_{cj}$

$f_{cj} = f_{c28} = 20\,MPa$.

$f_{t28} = 0{,}6 + 0{,}06\times 20 = 1{,}8\,MPa$.

$A_{min} = \frac{25\times25\times1{,}8}{400} = 2{,}8\,cm^2$

Finalement :

$A = \max(A_u, A_{min}) = 5{,}6\,cm^2$.

(section calculée).

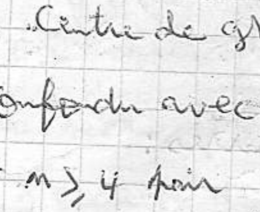
section appliqué (Aa):

On doit avoir :

$A_a \geq A_{calculé}$.

- nombre de barres ≥ 4 ([illegible] traction)
- Centre de gravité du béton confondu avec celui des aciers

$$\begin{cases} n \geq 4 \text{ pair} \\ \text{symétrie } /2 \text{ axes (vertical et horizontal)} \end{cases}$$



يلزم أن تكون Fs في مركز الثقل.

- disposition constructives respectées.
- Le diamètre $\phi \leq \frac{b'}{10}$ le plus petit côté de la section (cm)

choix :

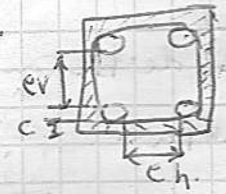
$\phi \leq \frac{b'}{10} = \frac{25}{10} = 2,5$ Cm $= 25$ mm.

$\phi_{max} = 25$ mm.

$\boxed{4 \phi 14 = 6,16 \text{ Cm}^2}$.

Disposition constructives :

∘ enrobage



$C = \max \begin{cases} C_1 \\ C_2 \\ C_g \end{cases}$

avec $C_1 = \max(\phi ; 1\text{Cm})$.

$= \max(1,4 ; 1)$ Cm.

$C_1 = 1,4$ Cm.

$C_2 = 1$ Cm (fissuration peu nuisible)

$C_g = 2,5$ Cm.

$C = \max(1,4 ; 1 ; 2,5) = 2,5$ Cm.

en pratique $C = 3$ Cm.

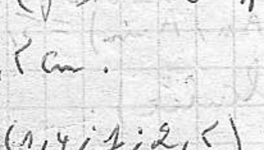
∘ Armature transversales :

$\phi_t = 6$ mm.

$S_t \leq b' = 25$ Cm

Soit $S_t = 25$ Cm

* espacement entre barres :



horizontalement

$e_h > \max \begin{cases} \phi = 1,4 \text{ Cm} \\ 1,5\, C_g = 1,5 \times 2,5 = 3,75 \text{ Cm} \end{cases}$

$e_h = 3,75$ Cm.

dans notre cas :

$e_h = a - C - C - \phi_t - \phi_t - \phi - \phi$

$= a - 2C - 2\phi_t - 2\phi$.

$e_h = 25 - 6 - 1,2 - 2,8$

Verticalement :

$e_V \geq \max \begin{cases} \phi \\ C_g \end{cases} 2,5$ Cm.

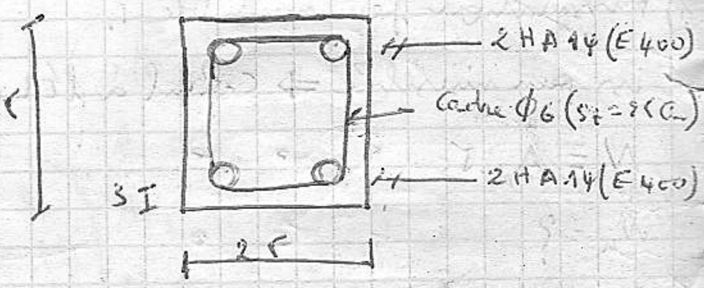
$e_{V_{min}} = 2,5$ Cm.

$e_V = a - 2C - 2\phi_t - 2\phi$.

$= 15$ Cm.

$e_V > e_{V_{min}}$ (C.V)

* Ferraillage :



S_{t} = 1,4 ...

b) en fissuration préjudiciable

Fiss préj $\Rightarrow$ Calcul à l'E.L.S.

$N_{ser} = A_{ser}\, \sigma_s$ avec $\sigma_s = \bar{\sigma}_s$

$A_{ser} = \frac{N_{ser}}{\sigma_s}$

$\underset{N_G}{\underset{\uparrow}{G_{max}}} + G_{min} + \underset{N_Q}{\underset{\uparrow}{Q_c}} + \sum \psi_{0i}\, Q_i$

$N_{G_{ser}} = N_G$, $N_{Q_{ser}} = N_Q$

$N_{ser} = N_{G_{ser}} + N_{Q_{ser}} = -100 - 40 = -140$ kN

$\bar{\sigma}_s = ?$

Fiss. préju.

$\bar{\sigma}_s = \min\left(\frac{2}{3} f_e ; 110\sqrt{\eta\, f_{tj}}\right.$

$\eta = 1,6$ (H.A).

X

$\bar{\sigma}_s = \min\left(\frac{2}{3} 400 ; 110 \sqrt{1,6 \times 1,8}\right)$

$\simeq 187 MPa$

$A_{ser} \rightarrow f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj} = 1,8 MPa$

$A_{ser} = \frac{N_{ser}}{\bar{\sigma}_s} = \frac{140 \, 10^3}{187 \times 10} = 7,48 cm^2$

$A_{min} = 2,8 cm^2$ (déjà calcul).

$A = \max(A_{ser} ; A_{min}) = 7,48 cm^2$

choix de A_a:

$\emptyset \leq \frac{b'}{10} = 25 mm$.

$A_a \geq A$

$4 \emptyset 16 = 8,04 cm^2$.

• Armatures transversales:

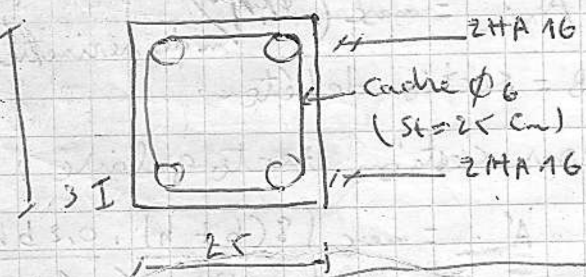
• $\Phi_t \geq 6 mm$ en fiss préj.

Soit $\Phi_t = 6 mm$.

• $S_t \leq b' = 25 cm$.

soit $S_t = 25 cm$.

Disposition constructives:



B) Compression simple

I Définition:

compression simple = effort normal de compression centré (appliqué au centre de gravité de la section)

ex: poteaux de bâtiments

Murs Voiles ...etc

II. longueur de flambement - élancement:

1. longueur de flambement l_f:

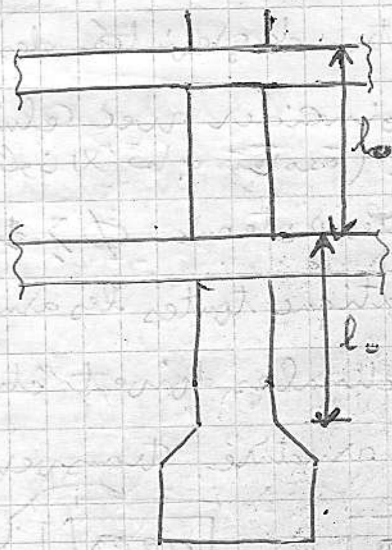
a) Poteaux isolées:

$l_f = 2 l_0$ | $l_f = \frac{l_0}{\sqrt{2}}$ | $l_0 = l_f$ | $\frac{l_0}{2} = l_f$

Poteaux de bâtiments à étages multiples:

$l_f = 0,7 l_0$ en général.

l_0: longueur initiel du poteau.



• $l_f = l_0$ pour les poteaux préfabriqués

2) élancement λ:

$\lambda = \frac{l_f}{i}$

$i = \sqrt{\frac{I}{B}}$ = rayon de giration

I: le moment d'inertie minimal de la section ([illegible])

B = section de béton.

* Pour une section rectangulaire (b×h) avec h > b.

$I = \frac{h b^3}{12}$ et $B = b.h$.

$i = \sqrt{\frac{h b^3}{12 h . b}} = \sqrt{\frac{b^2}{12}} = \frac{b}{\sqrt{12}}$

et $\lambda = \frac{l_f}{i} = \frac{l_f \sqrt{12}}{b} = 3,46$

* Pour une section ~~rectangulaire~~ circulaire de diamètre :

$$I = \frac{\pi d^4}{64} \qquad B = \frac{\pi d^2}{4}.$$

$$i = \sqrt{\frac{\pi d^4/64}{\pi d^2/4}} = \sqrt{\frac{d^2}{64}\cdot 4} = \frac{D}{4}$$

et $\lambda = \frac{l_f}{i} = \frac{4 l_f}{D}$

III Disposition constructives

1) Armatures longitudinales ;

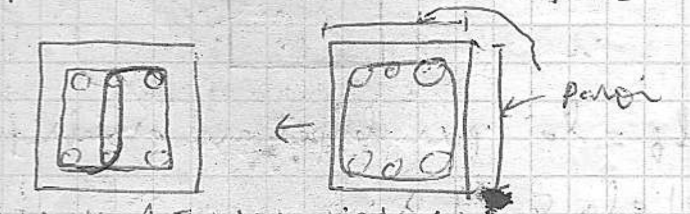
utiliser les aciers H-A

- Le centre de gravités des aciers doit coïncider avec celui du beton.

(يجب أن تكون الأقطار متناظرة)

* Pour les poteaux $\phi \geq 12$ mm.

- en pratique toutes les armatures longitudinales doivent être entourées par une armature transversale



يجب ربط الأقطاب الزائدة في حالة ضغط.
أما في حالة شد فلا نربط الأقطاب الزائدة

l_f : معامل الإعوجاج

* Les armatures longitudinales doivent être réparties le long ~~de~~ des parois

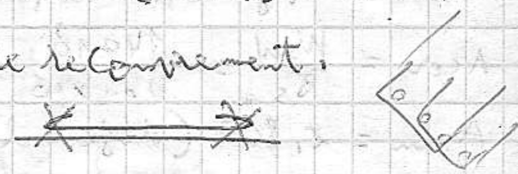
* pour une section carré ou réctangulaire ; au moins une barre au niveau de chaque angle.

$n \geq 4$ et pair

* Pour une section ~~régulaire~~ circulaire ; au moins 6 barres régulièrement réparties

$e = cst$.

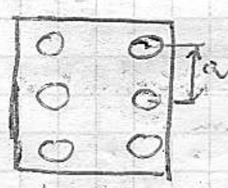
* éviter les crochets dans les zones de recouvrement.



* dans les section rectangulaires La distance a entre le centre de gravités de 2 barres voisines doit vérifier :

$$a \leq \min\{b' + 10 ; 40\,cm\}.$$

b' = la plus petite dimention de la section



- Armatures minimal (condition de non fragilité)

$A'_{min} = \max\left(4\%\ \text{m de périmetre} ; 0{,}2\% B\right)$

B = section de béton

Pour section rectangulaire ;

$$A'_{min} = \max\left\{\frac{8(b+h)}{100} ; \frac{0{,}2 bh}{100}\right\}$$

(p) périmètre $= (b+h) \times 2$

و b , h بـ 100 X و 100 [illegible]

$$A'_{min} = \max\left\{\frac{4p}{100} ; \frac{0{,}2 bh}{100}\right\}.$$

$p = (b+h) \times 2$.

- Armature maximal ;

$A'_{max} = 5\% B$

Section rectangulaire

$$A'_{max} = \frac{5bh}{100}.$$

2) Armatures transversales ;

$\phi_t \geq 6$ mm en fissuration préj.

$\phi_t \geq 8$ mm en fiss. très préjudi

- elles doivent entourer toutes les armatures longitudinales.
- on rappele que les armatures longitudinales ne sont (présentent) prise en compte que si elle sont entourés par des armatures transversale espacées de 15 fois leurs diamètre au maximum.

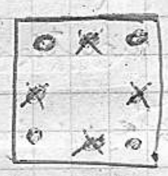
$S_t \leq 15\,\phi$ (ϕ diamètre des A_ℓ)

IV - justification de poteaux

Le calcul se fait à l'E.L.U.R

* Si $\lambda > 35$:

• Section carrées : on ne prend en compte que les armatures situées au niveau des angles.



• section rectangulaire : on ne prend en compte que ~~les armatures~~ les barres situées au niveau des grands côtés.

1- Détermination des armatures longitudinales :

a/ Compression centrée :

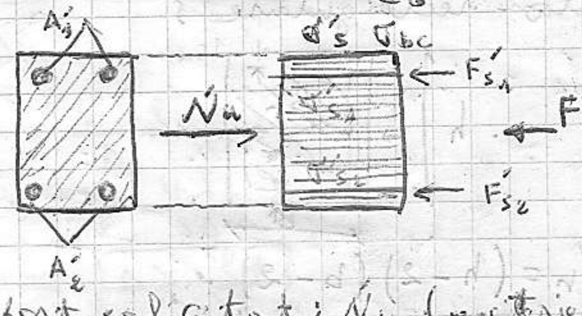
Compression centrée si $e_1 = \frac{M_u}{N_u}$ ...

$e_1 = \frac{M_u}{N_u} \leq$ moitié du noyau central.

* Pour une section rectangulaire

$e_1 = \frac{M_u}{N_u} \leq \frac{h}{6}$ e_1 : excentricité

Compression simple $\Rightarrow \varepsilon'_s = 2‰ = cst$



effort solicitant : N_u (extérieur)

" résistant : N'_R (intérieur).

$N'_R = F'_b + F'_{s_1} + F'_{s_2}$

$F'_b = B'\sigma_{bc}$

B' section du béton.

$F'_{s_1} = A'_1\sigma'_{s_1}$ et $F'_s = F'_{s_1} + F'_{s_2}$

$F'_{s_2} = A'_2\sigma'_{s_2}$. $= A'_1\sigma'_{s_1} + A'_2\sigma'_{s_2}$

avec $\sigma'_{s_1} = \sigma'_{s_2} = \sigma'_2$

et $A'_1 + A'_2 = A'$

$$\boxed{F'_s = A'\sigma'_2}$$

$N'_R = F'_b + F'_s = B'\sigma_{bc} + A'\sigma'_2$

* pour que notre section puisse résister on doit avoir $N_u \leq N'_R$

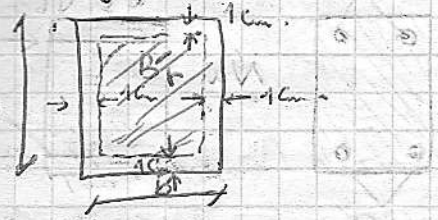
$$\boxed{N_u \leq B'\sigma_{bc} + A'\sigma'_2}$$

Les règles B.A.E.L apportant de nombreux correctifs à cette formule

- B' est remplacée par une section réduite B'_r (pour tenir compte les imperfections géométriques).

B_r : est obtenue en réduisant 1 cm sur tout le pourtour de la section.

Section rectangulaire ;



$B'_r = (h-2)(b-2)$.

- On prend $\sigma_{bc} = \frac{f_{cj}}{0{,}9\,\theta\,\gamma_b}$ $(\theta = 1)$

- On admet $\sigma'_2 = \frac{f_e}{\gamma_s}$

- On introduit un coefficient réducteur de l'effort résistante

• $\lambda \leq 50 \Rightarrow \alpha = \frac{0{,}85}{1 + 0{,}2\left(\frac{\lambda}{35}\right)^2}$

• $50 \leq \lambda \leq 70 \Rightarrow \alpha = 0{,}6\left(\frac{50}{\lambda}\right)^2$

* La formule devient :

$$N'_u \leq \alpha \left\{ \frac{B'_r \cdot f_{cj}}{0{,}9\,\theta\,\gamma_b} + A' \frac{f_e}{\gamma_s} \right\}$$

أو

$$\frac{N'_u}{\alpha} \leq \frac{B'_r\, f_{cj}}{0{,}9\,\theta\,\gamma_b} + A' \frac{f_e}{\gamma_s}$$

أو

$$\frac{N'_u}{\alpha} - \frac{B'_r\, f_{cj}}{0{,}9\,\theta\,\gamma_b} \leq A' \frac{F_e}{\gamma_s}$$

أو

$$A' \geq \frac{\frac{N_u}{\alpha} - \frac{B'_r\, f_{cj}}{0{,}9\,\theta\,\gamma_b}}{f_e/\gamma_s}$$

أو

$$\boxed{A'_u \geq \left\{ \frac{N'_u}{\alpha} - \frac{B'_r\, f_{cj}}{0{,}9\,\theta\,\gamma_b} \right\} \frac{\gamma_s}{F_e}}$$

$A' = \max(A'_u \,;\, A'_{min})$

b) Compression excentrée :

• $e_1 = \frac{M_u}{N_u} \geq$ moitié du noyau central.

- Section rectangulaire, $e_1 \geq \frac{h}{6}$

* On peut considérer de façon forfaitaire l'effet flambement, si la condition suivant est vérifiée ;

$$\frac{l_f}{h} \leq \max\left(15 \,;\, 20\frac{e_1}{h}\right).$$

l_f : longueur de flambement.

h : hauteur de la section.

$e_1 = \frac{M_u}{N'_u}$

dans ce cas en calcul notre section en flexion composé avec les nouvelles sollicitations majorées obtenus comme suit :

On détermine :

a) $e_a = \max\left(2\text{ cm} \,;\, \frac{l}{250}\right)$

$l = l_0$ (longueur initiale du poteau)

b) $e_2 = \frac{3\, l_f^2}{10^4\, h}(2 + \alpha_0 \phi)$

e_a : excentricité additionnelle

$\phi = 2$ en générale.

$\alpha_0 = \frac{M_G}{M_{Total}}$

M_G : Moment dû aux charge permanente.

M_{Total} : " total.

M_G et M_{total} sont calculés avant toute majoration ([illegible] majoré combinaison)

$e = e_1 + e_2 + e_a$

La section sera calculé à l'aide de : N'_u : inchangé (لا يتغير)

et $M_u = N_u' e = N_u' (e_1 + e_2 + e_a)$

2) armature transversalles :

a) Diamètre ϕ_t :

$\phi_t \geq \frac{\phi_{l\,max}}{3}$.

$\phi_{l\,max}$: diamètre max des armatures longitudinals ;

$\phi_t \geq 6$ mm. en fiss préjudiciable

$\phi_t \geq 8$ mm en fiss très //

b) espassement ; S_t.

$S_t \leq \min\ (40\text{cm} ; b' + 10 ; 15\,\phi_{l\,min})$.

b' = + petit côté de la section

$\phi_{l\,min}$ = diametre min des armatures longitudinal

3) Dimensionnement ;

on cherche A' et B'.

• Formule forfaitaire :

$$N_u' \leq \alpha \left[\frac{B_r' \, f_{c28}}{0{,}90\,\gamma_b} + A' \frac{f_e}{\gamma_s} \right].$$

$$\boxed{B_r' \geq \frac{0{,}90\,\gamma_b}{f_{c28}} \left[\frac{N_u'}{\alpha} - A' \frac{f_e}{\gamma_s} \right]}$$

on prend $\frac{A'}{B_r'} = 1\%$

$$\boxed{A' = 0{,}01\,B_r'}$$

Section rectangulaire avec $b < h$.

• pour que toutes les armature participent à la résistance du poteaux doit avoir $\lambda \leq 35$

avec $\boxed{\lambda = 3{,}46 \frac{l_f}{b}}$

$3{,}46 \frac{l_f}{b} \leq 35$.

$b \geq \frac{3{,}46}{35} l_f$

$$\boxed{b \geq \frac{l_f}{10}}$$

$(b-2)(h-2) = B_r'$

$h - 2 = \frac{B_r'}{b-2} \Rightarrow \boxed{h = \frac{B_r'}{(b-2)} + 2}$ [cm]

عند ما نحسب h نجد h < b نأخذ مقطع مربع

Si $h < b \Rightarrow$ Prendre un poteaux de section carré de côte b

• Section circulaire ;

de Diamètre D.

$\lambda = \frac{4\,l_f}{D} \leq 35$.

$\Rightarrow D \geq \frac{4\,l_f}{35}$

$= \boxed{D \geq \frac{l_f}{9}}$

V - Application ;

Ferrailler la section d'un poteau (25×25) cm², appartenant à un batiment courant (à l'étages multiples) soumis à $N_Q = \pm 550$ KN. (dû charges d'explotation).

Acier FeE 400 - Fissuration préjudiciable

Béton ;

$f_{c28} = 25$ MPA, $C_g = 25$ mm.

$l_f = 0{,}7\, l_0 = 2{,}57$ m.

N_Q = effort centré.

• effort Centré $\Rightarrow$ compréssion centrée

élancement $\lambda = \frac{l_f}{i}$

section carrée $a \times a \Rightarrow \lambda = 3{,}46 \frac{l_f}{a}$.

$\lambda = 3{,}46 \cdot \frac{257}{25} = 35{,}57$.

$\lambda < 70 \Rightarrow$ on peut utiliser

• la formule forfaitaire :

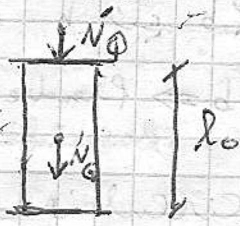
$$N_u \leq \alpha \left\{ \frac{B_r' \, f_{c28}}{0{,}90\,\gamma_b} + A' \frac{f_e}{\gamma_s} \right\}.$$

$$\frac{N_u}{\alpha} \leq \frac{B_r \cdot f_{c28}}{0,9\,\theta\,\gamma_b} + A' \frac{f_e}{\gamma_s} \}$$

$$A' \geq \left\{ \frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r \cdot f_{c28}}{0,9\,\theta \cdot \gamma_b} \right\} \cdot \frac{\gamma_s}{f_e}$$

* Calcule de N_u ;

charge concentré



Poids propre ;

$$N_G = V \cdot \rho_{b.a} = \overbrace{S \cdot l_0}^{V} \cdot \rho_{b.a}$$

$$N_G = 0,25 \times 0,25 \cdot 3,67 \times 2500 = 573,44\,kg = 5,73\,KN.$$

$$l_f = 0,7\,l_0 \Rightarrow l_0 = \frac{l_f}{0,7} = \frac{2,57}{0,7} = 3,67\,m.$$

C.F ;

$$1,35\,\underset{\uparrow N_G}{G_{max}} + G_{min} + \gamma_{Q_1} \underset{\uparrow N_Q}{Q_1} + 1,3 \cancel{\sum \psi_{0i}}\, Q_i$$

$$N_{Gu} = 1,35\,N_G = 1,35 \times 5,73 =$$

$$N_{Qu} = \gamma_{Q_1} N_Q = \cancel{1,5 \times 8}\ 1,5 \times 550$$

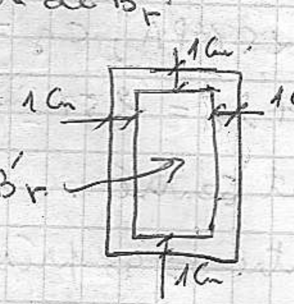
$$N_u = N_{Gu} + N_{Qu} = 832,74\,KN.$$

N_u donné par la C.F $\Rightarrow \begin{cases} \gamma_b = 1,5 \\ \gamma_s = 1,15 \end{cases}$

* Calculer de α ;

$$\lambda < 50 \Rightarrow \alpha = \frac{0,85}{1+0,2\left(\frac{\lambda}{35}\right)^2} = 0,7.$$

* Calculer de B'_r



$$\Rightarrow B'_r = (a-2)(a-2)$$
$$= (25-2)(25-2) = 529\,Cm^2.$$

$\theta = 1$ en général.

$$A' \geq \left\{ \frac{832,74 \times 10^3}{0,7} - \frac{10^2 \times 529 \times 25}{0,9 \times 1 \times 1,5} \right\} \frac{1,15}{400} 10^2$$

$$A' \geq 6,04\,Cm^2.$$

* Condition de non fragilité ;

$$A'_{min} = \max \left\{ 4\,Cm^2/m \text{ de périmètre} ; 0,2\%\,B' \right\}$$

périmètre $K = 4a = 100\,Cm = 4 \times 25 = 1\,m$.

$4\,Cm^2/m$ de périmètre $= 4K = 4 \times 1 = 4\,Cm^2$

• $0,2\%\,B' = \frac{0,2}{100} B' = \frac{0,2}{100} \cdot 25 \cdot 25 = 1,25\,Cm^2$.

pour une section rectangulaire :

$$A'_{min} = \max \left\{ \frac{8(b+h)}{100} ; \frac{0,2\,b\,h}{100} \right\}.$$

section carrée ;

$$A'_{min} = \max \left\{ \frac{8 \cdot (2a)}{100} ; \frac{0,2\,a \times a}{100} \right\}.$$

Section finale ;

$$A' = \max \{ A'_u ; A'_{min} \}.$$

$$A' = 6,04\,Cm^2.$$

• choix de la section appliqué A'_a ;

$A'_a \geq A'$

$\phi \leq \frac{b'}{10}$ b' ، أصغر بعد للساحة

$\phi \geq 12\,mm$.

$$\boxed{12 \leq \phi \leq \frac{b}{10}}$$

• Le Centre de gravité des armature confondu avec celui du béton.

- nombre de barre ≥ 4 et pair
- symetrie / axe vertical.
- 〃 / axe horizontal.

* disposition constructive respecté

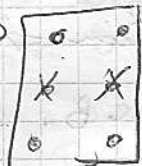
* Dans notre Cas ;

$$\phi \leq \frac{b'}{10} = \frac{250}{10} = 25\,mm.$$

$$12 \leq \phi \leq 25$$

$4\phi 14 = 6,16\,Cm^2$.

$6\phi 12 = 6,79\,Cm^2$.

$\lambda > 35 \Rightarrow$  $\Rightarrow$ obligatoirement 4 barres.

$A'_a = 4HA14 = 6,16\ cm^2$.

* Armature transversale ;

• Diametre

$\phi_t \geq \frac{\phi_{l max}}{3} = \frac{14}{3} = 4,67\ mm$.

$\phi_t \geq 6\ mm$ (fiss préj).

$\Rightarrow$ soit $\phi_t = 6\ mm$.

• espacement S_t ;

$S_t \leq \min (b'+10\ ;\ 40\ cm\ ;\ 15\ \phi_{l min})$

$S_t \leq \min (25+10\ ;\ 40\ cm\ ;\ 15 \times 1,4)$.

$S_t \leq 21\ cm$.

$\Rightarrow$ soit $S_t = 20\ cm$.

* disposition constructives ;

$C = \max \begin{cases} C_1 \\ C_2 \\ C_g \end{cases}$

$C_1 = \max \begin{Bmatrix} \phi = 1,4\ cm \\ 1\ cm \end{Bmatrix} = 1,4\ cm$.

$C_2 = 3\ cm$ (fissuration préjudiciable)

$C_g = 25\ mm = 2,5\ cm$.

$\Rightarrow C = 3\ cm$.

espacement entre armature longitudinal

• horizontal,

$e_h \geq \max \begin{cases} \phi \\ 1,5\ C_g \end{cases}$

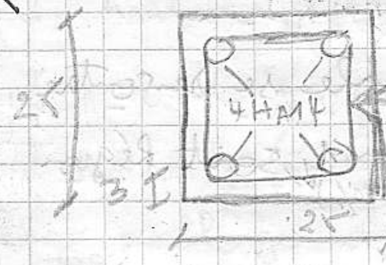
$\Rightarrow e_{h\,min} = 3,75\ cm$.

• verticalement ;

$e_v \geq \max \begin{cases} \phi \\ C_g \end{cases} \Rightarrow e_{v\,min} = 2,5\ cm$

4 barres au niveau des angles

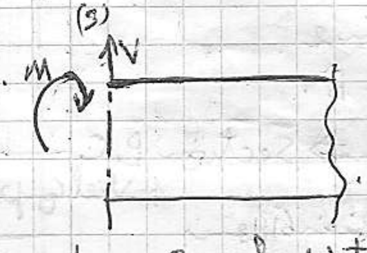
$\Rightarrow$ inutile de vérifier e_h et e_v



CHAP 03 flexion simple

I) Définition générales ;

flexion simple = Moment fléchissant + effort tranchant



* dans ce chapitre nous étudierons l'effet du moment fléchissant (M) (M>0).

M → armatures longitudinales.

L'effet de l'effort tranchant (armature transversale) sera étudiés ultérieurement (chap 8)

on rencontre la flexion simple au niveau des planchers, les murs de soutènement, les ponts, ... etc

comme les section utilisé en pratique soit soit rectangulaire, soit en forme de "T" nous étudierons uniquement ces 2 types des section.

pour le calcul à l'E.L.U.

pour calculer A_u et éventuellement A'_u

- calcul à l'E.L.S.

- vérifier la condition de non fragilité

$\lambda > 35 \Rightarrow$  $\Rightarrow$ obligatoirement 4 barres.

$A'_a = 4 HA\,14 = 6{,}16\,cm^2$.

* Armature transversale :

* Diametre

$\phi_t \geq \frac{\phi_{l\,max}}{3} = \frac{14}{3} = 4{,}67\,mm$.

$\phi_t \geq 6\,mm$ (fiss préj).

$\Rightarrow$ soit $\phi_t = 6\,mm$.

* espacement S_t :

$S_t \leq \min(b'+10\,;\,40\,cm\,;\,15\,\phi_{l\,min})$

$S_t \leq \min(25+10\,;\,40\,cm\,;\,15 \times 1{,}4)$

$S_t \leq 21\,cm$.

$\Rightarrow$ soit $S_t = 20\,cm$.

* disposition constructives :

$C = \left\{ \begin{array}{l} C_1 \\ C_2 \\ C_g \end{array} \right.$

$C_1 = \max \left\{ \begin{array}{l} \phi = 1{,}4\,cm \\ 1\,cm \end{array} \right\} = 1{,}4\,cm$.

$C_2 = 3\,cm$ (fissuration préjudiciable)

$C_g = 25\,mm = 2{,}5\,cm$.

$\Rightarrow C = 3\,cm$.

espacement entre armature longitudinal

* horizontal :

$e_h \geq \max \left\{ \begin{array}{l} \phi \\ 1{,}5\,C_g \end{array} \right.$

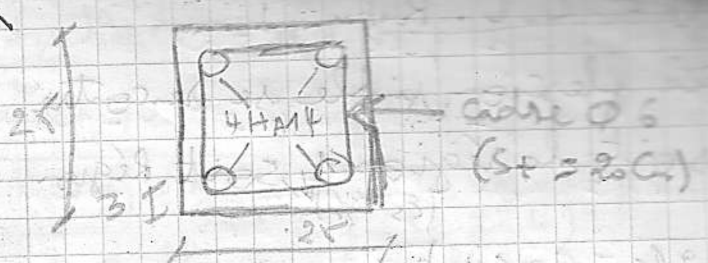
$\Rightarrow e_{h\,min} = 3{,}75\,cm$.

* verticalement :

$e_V \geq \max \left\{ \begin{array}{l} \phi \\ C_g \end{array} \right. \Rightarrow e_{V\,min} = 2{,}5\,cm$

4 barres au niveau des angles

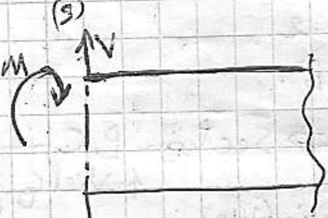
$\Rightarrow$ inutile de vérifier e_h et e_V



CHAP 03 flexion simple

I) Définition - générales :

flexion simple = Moment fléchissant + effort tranchant



* dans ce chapitre nous étudierons l'effet du moment flechissant (M) ($M > 0$).

M = armatures longitudinales.

L'effet de l'effort tranchant (armature transversale) sera étudiés ultérieurement (chap 8)

on rencontre la flexion simple au niveau des planchers, les murs de soutennement, les ponts, ... etc

Comme les section utilisé en pratique soit soit rectangulaire, soit en forme de "T" nous étudierons uniquement ces 2 types des section.

pour le calcul à l'E.L.U.

pour calculer A_u et eventuellement

- Calcul à l'E.L.S.
- verifier la condition de non fragil

(1)

1) E.L.U.R :

La flexion simple se rencontre soit la région 1 $(\varepsilon_s = 10‰)$, soit Région 2 $(\varepsilon_{bc} = 3,5‰)$

Si $\left.\begin{array}{l} y \leq 0,2593\, d \\ \alpha < \alpha_{AB} = 0,2593 \end{array}\right\} \Rightarrow$ Région 1 Pivot A.

$\left.\begin{array}{l} 0,2593\,d \leq y \leq d \\ \alpha_{AB} \leq y \leq d \end{array}\right\} \Rightarrow$ Région 2 Pivot B.

* en flexion simple ⇒ Section P.C $\boxed{\text{partiel comprimé}}$

. ستعمل المنحنى فقط في مقطع جزئي وليس كلي

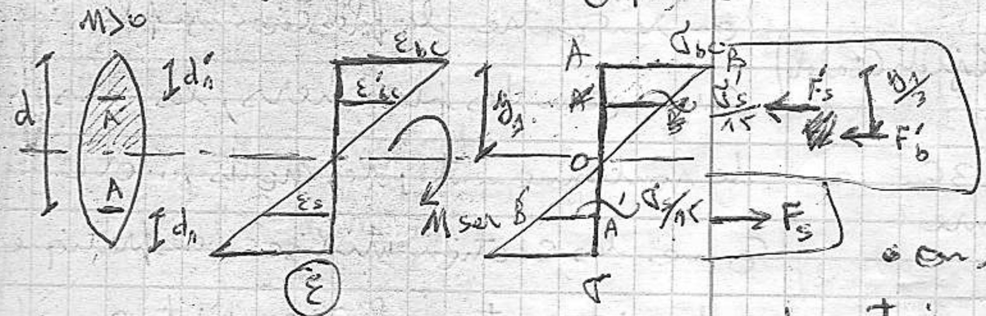
⇒ doit utiliser de diagramme $\boxed{(\sigma_{bc} - \varepsilon_{bc})}$ de forme rectangulaire.

2) E.L.S :

a) position de l'axe neutre :

prenent le cas général d'une section avec une armature comprimées

$M > 0$



F_s' : effort de compression dans les armature comprimées.

F_b' : " " " les béton comprimées

F_s : effort de traction dans les armature tendue.

pour les autre notation ⇒ voir chap 3 paragraphe B.

* la position de l'axe neutre peut être obtenue en écrivant que le moment statique par rapport à l'axe neutre est nulle $\boxed{S_{yy'} = 0}$

eq d'equilibre ; $\sum F = 0$.

$\sum F_{ext} = \sum F_{inter}$.

un element $ds \Rightarrow dF = \sigma\, ds$.

$\sigma = K y$.

$dF = K y\, dS$.

* toute la section ;

$\Rightarrow F = \sum dF = \sum K y\, dS$.

$\sum F_{ext} = F = \sum K y\, dS$.

$\sum F_{ext} = 0$. (لأن C يوجد عزم فقط انعطاف بسيط)

$\Rightarrow \sum K y\, dS = 0$!

$\sum y\, dS = 0$

K : coefficient $\neq 0$.

$\Rightarrow \sum y\, dS = 0 \Rightarrow S_{yy'} = 0$.

* on peut avoir y_1 à partir des triangles semblables.

par exemple OAB et OA'B'.

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{OA}{OA'}$$

$$\frac{\sigma_{bc}}{\sigma_s/15} = \frac{y_1}{d - y_1}$$

$$\sigma_{bc}\, d - \sigma_{bc}\, y_1 = \frac{\sigma_s}{15}\, y_1$$

$$15\,\sigma_{bc}\, d - 15\,\sigma_{bc}\, y_1 = \sigma_s\, y_1$$

$$\Rightarrow y_1 = \frac{15\,\sigma_{bc}\, d}{15\,\sigma_{bc} + \sigma_s}$$

divisons en haut et en bas par σ_{bc}

$$y_1 = \frac{15\,\frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{bc}}\, d}{15\cdot\frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{bc}} + \frac{\sigma_s}{\sigma_{bc}}} = \frac{15\, d}{15 + \frac{\sigma_s}{\sigma_{bc}}}$$

Posons : $y_1 = \alpha_1 d$ et $\frac{\sigma_s}{\sigma_{bc}} = K_1$. $\Rightarrow y_1 = \frac{15}{15+K_1} d$. $\Rightarrow y_1 = \alpha_1 d$.

$$\Rightarrow \boxed{\alpha_1 = \frac{15}{15+K_1}}$$

$$\Rightarrow \boxed{K_1 = \frac{15(1-\alpha_1)}{\alpha_1}}$$

b) Calcul des contraintes ;

On a déjà établi que (chap 3 pragraph B).

$\sigma_{bc} = K y_1$

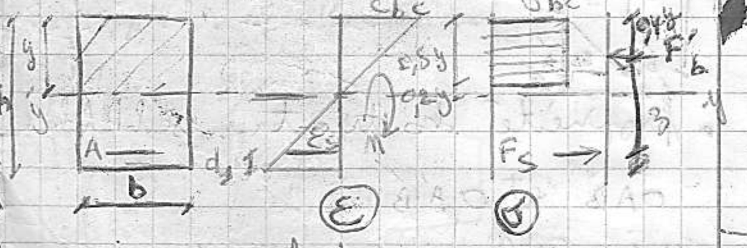
$\sigma_s = 15K(d - y_1)$.

$\sigma'_s = 15K(y_1 - d'_1)$.

II - Section rectangulaire ;

A - Section rectangulaire sans armatures comprimées ($A' = 0$).

1 - E.L.U.R ;



$\sigma_{bc} = 0,85\,\frac{f_{cj}}{\theta\,\gamma_b}$ si $\theta = 1 \Rightarrow \sigma_{bc} = 0,85\,\frac{f_{cj}}{\gamma_b}$

F'_b : effort de compression dans le béton appliqué à $0,4y$.

F_s : " " traction dans les armature longitudinal.

z : bras de levier (distance dans F_s et F'_b)

y : position de l'axe neutre.

d ; hauteur utile ($d = h - d_1$).

On prend en général $d = 0,9h$;

$\Rightarrow d_1 = \frac{h}{10}$ (La distance d_1 entre A et la fibre tendu).

ε_s = allongement de l'acier ;

ε_{bc} = raccourcissement du béton.

b) équations d'équilibre ;

$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_s - F'_b = 0$.

avec $F'_b = 0,8\, y\, \sigma_{bc} \cdot b$;

$F_s = A \cdot \sigma_s$.

$A\sigma_s - 0,8\, y\, \sigma_{bc}\, b = 0$ ....(1).

$\Sigma M/_A = 0 \Leftrightarrow \Sigma M_{ext} + \Sigma M_{inter} = 0$.

$\Leftrightarrow M_u - F'_b \cdot z = 0$

$\Leftrightarrow M_u - 0,8\, y\, \sigma_{bc} \cdot b \cdot z = 0$ ...(2).

Posons $y = \alpha d$; $z = Bd$; $\boxed{\mu = \frac{M_u}{b d^2 \sigma_{bc}}}$ moment réduit

& $z = B \cdot d$.

dessins $z = d - 0,4y$ avec $y = \alpha d$.

Soit $z = d - 0,4\alpha d = (1 - 0,4\alpha) d = Bd$

$$\Rightarrow \boxed{B = 1 - 0,4\alpha}$$

équation (2) ; $\begin{cases} y = \alpha d \\ z = d - 0,4y \end{cases}$

$M_u - 0,8\, y\, \sigma_{bc}\, b \cdot z = 0$ avec $z = (1 - 0,4\alpha) d$

$M_u - 0,8\, \alpha d\, \sigma_{bc}\, b\, (1 - 0,4\alpha) d = 0$

$M_u - 0,8\, \alpha\, b\, \sigma_{bc}\, d^2 (1 - 0,4\alpha) = 0$. $/ b d^2 \sigma_{bc}$

$$\frac{M_u}{b d^2 \sigma_{bc}} = \frac{0,8\, \alpha\, d^2 \sigma_{bc}}{b d^2 \sigma_{bc}} (1 - 0,4\alpha)$$

$$\boxed{\frac{M_u}{b d^2 \sigma_{bc}}} = 0,8\,\alpha\,(1 - 0,4\alpha)$$

μ $\boxed{\mu = \frac{M_u}{b d^2 \sigma_{bc}}}$

$$\boxed{\mu = 0,8\,\alpha\,(1 - 0,4\alpha)}$$

$0{,}32\alpha^2 - 0{,}8\alpha + \mu = 0$

$\Delta = (-0{,}8)^2 - 4\times 0{,}32\,\mu = 0{,}64 - 1{,}28\mu$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{0{,}64 - 1{,}28\mu} = \sqrt{0{,}64(1-2\mu)}$

$\sqrt{\Delta} = 0{,}8\sqrt{1-2\mu}$.

$\alpha_{1,2} = \dfrac{0{,}8 \mp 0{,}8\sqrt{1-2\mu}}{2\times 0{,}32} = \dfrac{1 \mp \sqrt{1-2\mu}}{0{,}8}$

$\boxed{\alpha_{1,2} = 1{,}25\left(1 \pm \sqrt{1-2\mu}\right)}$

S, P, C $\Rightarrow y < d$ soit $\alpha < 1$.

$\Rightarrow \boxed{\alpha = 1{,}25\left(1 - \sqrt{1-2\mu}\right)}$

$b_3)$ $\sum M_{/F_b'} = 0$.

$\Leftrightarrow M_u - F_s z = 0$.

$M_u - A\sigma_s z = 0 \ldots$ (3).

$z = \beta d$.

$\Rightarrow M_u = A\sigma_s \beta d$

Soit $\boxed{A_u = \dfrac{M_u}{\sigma_s \beta d}}$

c) recherche du Pivot (Région) :

Rappel :

Si $y \leqslant 0{,}2593\,d$, $\alpha \leqslant \alpha_{AB} = 0{,}2593$ $\Big\}$ Région 1, Pivot A. ($\varepsilon_s = 10‰$)

Si $0{,}2593d \leqslant y \leqslant d$, $\alpha_{AB} \leqslant \alpha \leqslant 1 = \alpha_{BC}$ $\Big\}$ Région 2, Pivot B ($\varepsilon_{bc} = 3{,}5‰$)

Nous avons $\mu = 0{,}8\alpha(1 - 0{,}4\alpha)$.

- Si $\alpha = \alpha_{AB} \Rightarrow \mu = \mu_{AB}$.

$\mu_{AB} = 0{,}8\,\alpha_{AB}(1 - 0{,}4\,\alpha_{AB})$

$\mu_{AB} = 0{,}8\times 0{,}2593(1 - 0{,}4\times 0{,}2593)$

$\boxed{\mu_{AB} = 0{,}186}$

$\boxed{\mu_{AB} = 0{,}186}$

- Si $\alpha = \alpha_{BC} \Rightarrow \mu = \mu_{BC}$

$\mu_{BC} = 0{,}8\,\alpha_{BC}(1 - 0{,}4\,\alpha_{BC})$.

$= 0{,}8\cdot 1\,(1 - 0{,}4\times 1)$

$\boxed{\mu_{BC} = 0{,}48}$

- Si $\mu \leqslant \mu_{AB} = 0{,}186 \Rightarrow$ Région 1 Pivot A.

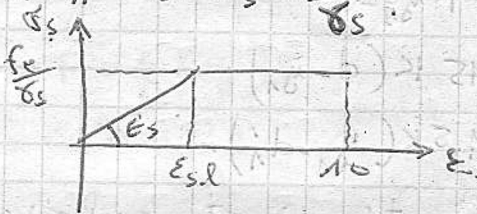
- Si $\underset{0{,}186}{\mu_{AB}} \leqslant \mu \leqslant \underset{0{,}48}{\mu_{BC}} \Rightarrow$ Région 2 Pivot B.

d) détermination de "σ_s" :

* pivot A :

$\mu \leqslant \mu_{AB}$.

$\varepsilon_s = 10‰ \Rightarrow \sigma_s = \dfrac{f_e}{\gamma_s}$.



$d_2)$ pivot B

$\mu_{AB} \leqslant \mu \leqslant \mu_{BC}$. ($\varepsilon_{bc} = 3{,}5‰$)

Diagramme des déformation :

- propriété des triant : semblable OAB et OA'B'.

$\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{OA'}{OA}$. avec $\varepsilon_s = 3{,}5‰$ et $y = \alpha d$

$\dfrac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{bc}} = \dfrac{(d-y)}{y}$

$\dfrac{\varepsilon_s}{3{,}5/1000} = \dfrac{d - \alpha d}{\alpha d} = \dfrac{1-\alpha}{\alpha}$

$1000\,\varepsilon_s = 3{,}5\left(\dfrac{1-\alpha}{\alpha}\right) = 3{,}5\left(\dfrac{1}{\alpha} - 1\right)$

Soit $\boxed{\varepsilon_s = \dfrac{3{,}5}{1000}\left(\dfrac{1}{\alpha} - 1\right)}$

- Si $\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sl}$

$\Rightarrow \sigma_s = E_s \varepsilon_s$

- Si $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{sl}$.

$\Rightarrow \sigma_s = \frac{fe}{\gamma_s}$

avec $\varepsilon_{sl} = \frac{fe}{\gamma_s E_s}$ et $E_s = 2 \cdot 10^5$ MPa

e) moment résistant ; (moment limite M_l) / (اللحظة أن يمكن وضع أقطاب داخل المنطقة المضغوطة)

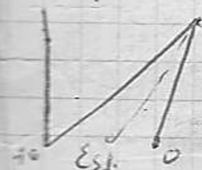
* Le moment résistant "M_l" est le moment obtenir lorsque $\varepsilon_s = \varepsilon_{sl}$ et ($\sigma_s = \frac{fe}{\gamma_s}$). A cette valeur ε_{sl} correspond une valeur pour chaqu'un des coefficient μ, α et B

~~II~~

$$\varepsilon_{sl} = \frac{fe}{\gamma_s E_s}$$

ε_{sl} appartient de la région 02, pivot B ($\varepsilon_{bc} = 3,5‰$)

$0 \leq \varepsilon_{sl} \leq 10$



$$\boxed{\varepsilon_s = \varepsilon_{bc}\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)} \text{ avec } \varepsilon_{bc} = 3,5‰$$

- Si $\varepsilon_s = \varepsilon_{sl} \Rightarrow \alpha = \alpha_l$

$\Rightarrow \varepsilon_{sl} = \frac{3,5}{1000}\left(\frac{1}{\alpha_l} - 1\right)$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha_l = \frac{3,5}{3,5 + 1000\,\varepsilon_l}}$$

* $\mu = 0,8\alpha(1 - 0,4\alpha)$

$\alpha = \alpha_l \Rightarrow \mu = \mu_l$

$\mu_l = 0,8\alpha_l(1 - 0,4\alpha_l)$

* $B = 1 - 0,4\alpha \Leftrightarrow B_l = 1 - 0,4\alpha_l$.

* $\mu = \frac{M}{bd^2\sigma_{bc}}$ Si $\mu = \mu_l \Rightarrow M_l = M$.

$\boxed{M_l = \mu_l\, bd^2\, \sigma_{bc}}$

* On compare le moment sollicitant (M_u), au moment limite M_l.

- Si $M_u \leq M_l \Rightarrow$ La section ne comporte que des armatures tendue ($A' = 0$).

- Si $M_u > M_l \Rightarrow$ La section comporte les armatures comprimé ($A' \neq 0$)

- $M_u = \mu\, bd^2\, \sigma_{bc}$.

$M_l = \mu_l\, bd^2\, \sigma_{bc}$.

Si $M_u \leq M_l \Rightarrow \mu \leq \mu_l$. ($A' = 0$)

Si $M_u > M_l \Rightarrow \mu > \mu_l$ ($A' \neq 0$).

* Remarque : Les coefficient μ_l, ε_{sl} sont inversement proportionnelles

C'est à dire :

- Si $\mu \leq \mu_l \Rightarrow \varepsilon_s \geq \varepsilon_{sl}$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_s = \frac{fe}{\gamma_s}}$$

- Si $\mu > \mu_l \Rightarrow \varepsilon_s < \varepsilon_{sl}$

$\Rightarrow \sigma_s = E_s \varepsilon_s$

et pour l'existance les armatures comprimées ; (تحديد وجود A')

- Si $\mu < \mu_l \Rightarrow \varepsilon_s \geq \varepsilon_{sl} \Rightarrow A' = 0$.

- Si $\mu > \mu_l \Rightarrow \varepsilon_s < \varepsilon_{sl} \Rightarrow A' \neq 0$

A' nécissaire si $\varepsilon_s < \varepsilon_l$

$\Rightarrow$ Région 2 pivot B.

* Les armatures comprimées ne peuvent être necissaire dans Région 2 pivot B.

jamais dans la région 1 pivot A

$\mu = \frac{M_u}{b d^2 \sigma_{bc}}$

* Si $\mu \leq \mu_l \Rightarrow$ pivot A

$\Rightarrow A' = 0$ et $\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$

$\mu < 0{,}48$ يجب لا تكون اسلاك مضغوطة

* Si $\mu > \mu_l \Rightarrow$ pivot B

$\varepsilon_{bc} = 3{,}5‰ \Rightarrow \varepsilon_{sl}, \alpha_l, \mu_l$ نحسب

- si $\mu_l \leq \mu_l \Rightarrow A' = 0$ et $\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$

A, B, α نحسب

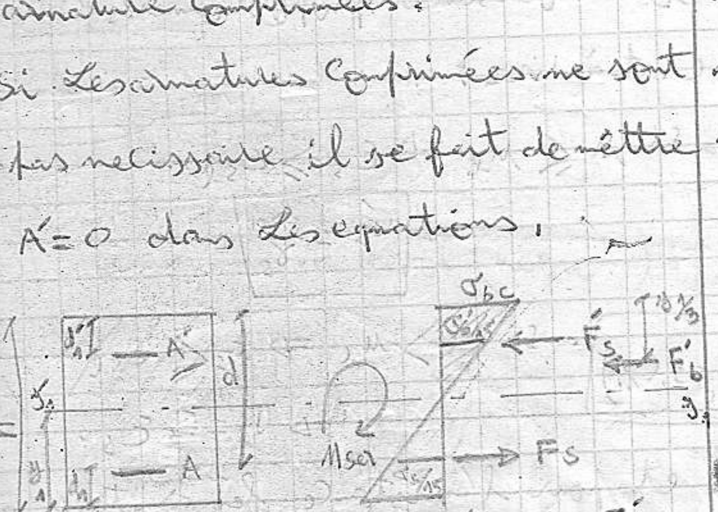
X

2 - E.L.S :

a) Calcul des contraintes :

on va étudier le cas général d'une section rectangulaire avec armature comprimées.

Si les armatures comprimées ne sont pas nécessaire il se fait de mettre $A' = 0$ dans les équations.



F'_b تطبق في مركز ثقل الشكل المضغوط

a1) position de l'axe neutre ($y_1 = ?$) :

pour déterminer y_1 on écrit que le moment statique (S) / l'axe neutre $= 0$. $(S_{y_1y_1} = 0)$

$S_{y_1y_1} = 0 \Leftrightarrow b y_1 \cdot \frac{y_1}{2} + 15A'(y_1 - d'_1) - 15A(d - y_1) = 0$

(1) $\Leftrightarrow b\frac{y_1^2}{2} + 15A'(y_1 - d'_1) - 15A(d - y_1) = 0$

y_1 = racine > 0 de cette équation

a2) K = ?

écrivons $\sum M/_{y_1y_1} = 0$

$M_{ser} - F'_s(y_1 - d'_1) - F'_b \frac{2y_1}{3} - F_s(d - y_1) = 0$

avec $\boxed{F'_b = \frac{1}{2} b y_1 \sigma_{bc}}$

$\boxed{F'_s = A'\sigma'_s}$ $\boxed{F_s = A\sigma_s}$

$M_{ser} - A'\sigma'_s(y_1 - d'_1) - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} b y_1^2 \sigma_{bc} - A\sigma_s(d - y_1) = 0$

avec $\boxed{\sigma_{bc} = K y_1}$

$\boxed{\sigma_s = 15K(d - y_1)}$ $\boxed{\sigma'_s = 15K(y_1 - d'_1)}$

$M_{ser} - A'15K(y_1 - d'_1)^2 - \frac{b}{3} y_1^3 K - A15K(d - y_1)^2 = 0$

$M_{ser} - 15A'K(y_1 - d'_1)^2 - \frac{b}{3} y_1^3 K - 15AK(d - y_1)^2 = 0$

$M_{ser} = 15A'K(y_1 - d'_1)^2 + \frac{b}{3} y_1^3 \cancel{K} + 15KA(d - y_1)^2$

$\frac{M_{ser}}{K} = \underbrace{15A'(y_1 - d'_1)^2 + \frac{b}{3} y_1^3 + 15A(d - y_1)^2}_{I_{y_1y_1}}$

$\boxed{M_{ser} = K I_{y_1y_1}}$

Soit $K = \frac{M_{ser} \to N.m}{I_{y_1y_1} \to cm^4}$.

$I_{y_1y_1}$: عزم العطالة بالنسبة l'axe neutre

Finalement :

$\sigma_{bc} = K y_1$

$\sigma_s = 15K(d - y_1)$

$\sigma'_s = 15K(y_1 - d'_1)$

et vérifier que :

$\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc}$

et $\sigma_s \leq \bar{\sigma}_s$

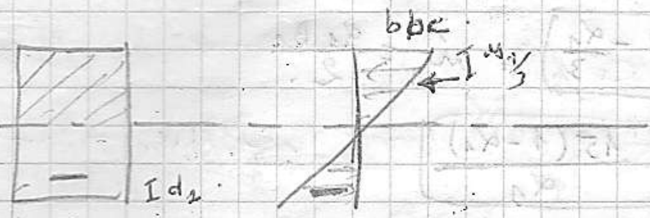
Remarque : Les calculs sont font avec A et A' déterminer à l'E.L.U.

... le cas où les contraintes ne vérifi...

par les égalités précédente $\begin{cases}\sigma_{bc} \le \bar\sigma_{bc}\\ \sigma_s \le \bar\sigma_s\end{cases}$

il faut modifier les armatures en recalculons à l'E.L.S

b) Calcul des armatures :



$F'_b = \frac{1}{2} b y_1 \sigma_{bc}$ appliqué à $y_1/3$

$F_s = A\sigma_s$

Rappel :

$y_1 = \alpha_1 d$, $K_1 = \frac{\sigma_s}{\sigma_{bc}}$

$K_1 = \frac{15(1-\alpha_1)}{\alpha_1}$

$\alpha_1 = \frac{15}{15+K_1}$

b1) équation d'équilibre :

* $\sum F = 0 \Leftrightarrow F_s - F'_b = 0$

$A\sigma_s - \frac{1}{2} b y_1 \sigma_{bc} = 0$ ... (1)

• $\sum M/A = 0 \Leftrightarrow M_{ser} - F'_b Z = 0$

$Z = d - \frac{y_1}{3}$

$M_{ser} - \frac{1}{2} b y_1 \sigma_{bc}(d - y_1/3) = 0$

avec $y_1 = \alpha_1 d$.

$M_{ser} = \frac{1}{2} b \alpha_1 d \sigma_{bc}(d - \alpha_1 d/3)$

$M_{ser} = \frac{1}{2} b \alpha_1 d^2 \sigma_{bc}(1 - \alpha_1/3)$

posons : $Z = \beta_1 d$

$d - y_1/3 = d(1 - \alpha_1/3) = \beta_1 d$

$\boxed{\beta_1 = 1 - \frac{\alpha_1}{3}}$

$M_{ser} = \frac{1}{2} b d^2 \sigma_{bc} \beta_1 \alpha_1$

$\boxed{M_{ser} = \frac{\alpha_1 \beta_1}{2} b d^2 \sigma_{bc}}$

posons $\alpha_1 \frac{\beta_1}{2} = \mu'_1$

$\boxed{M_{ser} = \mu'_1 b d^2 \sigma_{bc}}$ ... (2)

$K_1 = \frac{\sigma_s}{\sigma_{bc}} \Rightarrow \sigma_{bc} = \frac{\sigma_s}{K_1}$ ... (3)

(2) et (3) on a

$\boxed{M_{ser} = \mu'_1 b d^2 \frac{\sigma_s}{K_1}}$

$M_{ser} = \frac{\mu'_1}{K_1} b d^2 \sigma_s$.

posons $\mu'_1/K_1 = \mu_1$

$M_{ser} = \mu_1 b d^2 \sigma_s$.

Soit $\boxed{\mu_1 = \frac{M_{ser}}{b d^2 \sigma_s}}$

• $\sum M/F'_b = 0$

$M_{ser} - F_s Z = 0$

$M_{ser} = F_s Z$.

$M_{ser} = A\sigma_s \beta_1 d$.

$\boxed{A_{ser} = \frac{M_{ser}}{\beta_1 d \sigma_s}}$ $\sigma_s = \bar\sigma_s$

$\boxed{A_{ser} = \frac{M_{ser}}{\beta_1 d \bar\sigma_s}}$

b) existance de A' :

Equation (2) :

$M_{ser} = \mu'_1 b d^2 \bar\sigma_{bc}$

Moment résistant M_R (moment max)

M_{max} obtenu pour $(\mu'_1 b d^2 \sigma_{bc}) = max$

c'est-à-dire $\sigma_{bc} = max$

$\sigma_{bc} = \bar\sigma_{bc} \Leftrightarrow \boxed{M_{max} = M_R = \mu'_1 b d^2 \bar\sigma_{bc}}$

Si $M_{ser} \le M_R \Rightarrow A' = 0$

Si $M_{ser} > M_R \Rightarrow A' \neq 0$

Comparer M_{ser} à M_R revient à comparer σ_{bc} à $\bar\sigma_{bc}$

- Si $\sigma_{bc} \leq \overline{\sigma}_{bc} \Rightarrow A' = 0$
- Si $\sigma_{bc} > \overline{\sigma}_{bc} \Rightarrow A' \neq 0$

avec : $\boxed{\overline{\sigma}_{bc} = 0,6\, f_{c28}}$

b3) détermination des différente coefficient : $(\alpha_1, B_1, K_1, \mu_1, \mu_1)$

$\sum M/A' = 0 \Leftrightarrow M_{ser} - F_b' Z = 0$

$M_{ser} = \frac{1}{2} b\, y_1 \sigma_{bc} (d - y_1/3)$

$y_1 = \alpha_1 d$

$M_{ser} = \frac{1}{2} b \alpha_1 d \sigma_{bc} (d - \frac{\alpha_1 d}{3})$

$M_{ser} = \frac{1}{2} b d^2 \alpha_1 \sigma_{bc} (1 - \alpha_1/3)$

$M_{ser} = \frac{1}{2} b d^2 \alpha_1 \sigma_{bc} (\frac{3 - \alpha_1}{3})$

$M_{ser} = \frac{1}{6} b d^2 \alpha_1 \sigma_{bc} (3 - \alpha_1) \ldots (5)$

- apartir le triangle semblables :

$\frac{\sigma_{bc}}{\sigma_s/15} = \frac{y_1}{d - y_1} \Rightarrow \frac{\alpha_1 d}{d - \alpha_1 d} = \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1}$

$\boxed{\sigma_{bc} = \frac{\sigma_s}{15} \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1}} \ldots (6) \quad \sigma_s = \overline{\sigma}_s$

(5) et (6) on trouve

$M_{ser} = \frac{1}{6} b d^2 \alpha_1 \frac{\sigma_s}{15} \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1} (3 - \alpha_1)$

$M_{ser} = \frac{\overline{\sigma}_s}{90} b d^2 (\frac{3\alpha_1^2 - \alpha_1^3}{1 - \alpha_1})$

$90(1 - \alpha_1) M_{ser} = \overline{\sigma}_s b d^2 \alpha_1^2 (3 - \alpha_1)$

$90 M_{ser} - 90 \alpha_1 M_{ser} = \overline{\sigma}_s b d^2 (3\alpha_1^2) - \overline{\sigma} b d^2 \alpha_1^3$

$b d^2 \overline{\sigma}_s \alpha_1^3 - 3 b d^2 \overline{\sigma}_s \alpha_1^2 - 90 \alpha_1 M_{ser} + 90 M_{ser} = 0$

Divisons par $b d^2 \overline{\sigma}_s$

$\alpha_1^3 - 3\alpha_1^2 - \frac{90 M_{ser}}{b d^2 \overline{\sigma}_s} \alpha_1 + \frac{90 M_{ser}}{b d^2 \overline{\sigma}_s} = 0$

$\frac{M_{ser}}{b d^2 \overline{\sigma}_s} = \mu_1$

$\Rightarrow \alpha_1^3 - 3\alpha^2 - 90 \mu_1 \alpha_1 + 90 \mu_1 = 0$

α : nombre réel.

$\alpha_1 < 1$

- Resolution (methode approchée)

on calcul $\boxed{\lambda = 1 + 30 \mu_1}$

$\boxed{\cos \varphi = \lambda^{-3/2}} \Rightarrow \varphi = \ldots°$

$\Rightarrow \boxed{\alpha_1 = 1 + 2\sqrt{\lambda} \cos(240° + \frac{\varphi}{3})}$

$\boxed{B_1 = 1 - \frac{\alpha_1}{3}}$, $\mu_1 = \frac{\alpha_1 B_1}{2}$

$\boxed{K_1 = \frac{15(1 - \alpha_1)}{\alpha_1}}$

3) Armature minimale :

$\boxed{A_{min} = 0,23\, b\, d\, \frac{f_{tj}}{f_e}}$

pour la détermination des armatures en pratique :

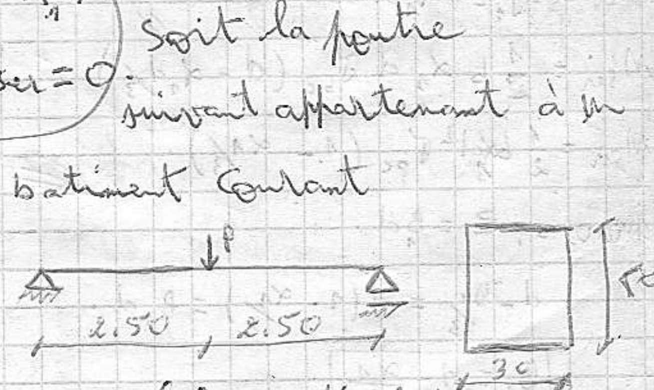
1) en fiss peu nuisible :
- Calculer A_u à l'E.L.U et vérifier les contraintes à l'E.L.S.

2) en fiss préj ou très préjd
- Calculer A_u
- // A_{ser}

4) application :

exemple 1 :

Soit la poutre suivant appartenant à un batiment courant



P = 46 KN (charge d'exploitation)

Acier Fe E 500

$f_{c28} = 20$ MPa

$c_g = 25$ mm.

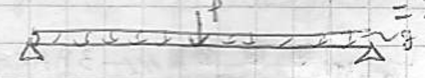
Fiss préjd.

a Ferrailler la section ?

الحل :

Poids propre $g = \rho . S$

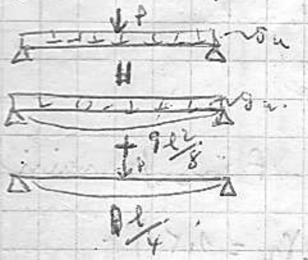
$g = 0,3 \times 0,5 \times 2500 = 375\ kg/m$
$= 3,75\ KN/m$



1) E.L.U.R

C.F : $1,35\, G_{max} + G_{min} + \gamma_{Q_1} Q_1 + 1,3 \sum \psi_{0i} Q_i$

$g_u = 1,35 \times 3,75 = 5,0625$
$P_u = 1,5 \times 46 = 69$



$M_u = g_u\, l^2/8 + P_u\, l/4 = 102,06\ KN.m$

C.F $\Rightarrow \gamma_b = 1,5$, $\gamma_s = 1,15$

2) E.L.S :

$G_{max} + G_{min} + Q_1 + \sum \psi_{0i} Q_i$

$g_{ser} = g$, $P_{ser} = P$.

$M_{ser} = g_{ser}\, l^2/8 + P_{ser}\, l/4 = 69,22\ KN.m$

II Armatures :

1) E.L.U.R : (Organigramme 1) :

$d = 0,9\, h = 45\ cm$
$d_1 = h - d = 5\ cm$

$\sigma_{bc} = \dfrac{0,85\, f_{cj}}{\theta \gamma_b} = \dfrac{0,85 \times 20}{1,5} = 11,33\ MPa$.

Notations : Dans toutes les formules,

moment en N.m

Contraintes en MPa.

Dimensions en cm.

Section en cm².

$\mu = \dfrac{M_u}{b d^2 \sigma_{bc}} = \dfrac{102,06 \cdot 10^3}{30 \times (45)^2 \cdot 11,33} = 0,148$

$\mu_{AB} = 0,186$

$\mu_{BC} = 0,48$

$\mu < \mu_{AB} \Rightarrow$ Région ① pivot A.
$\varepsilon_s = 10‰$

$A' = 0$ et $\sigma_s = \dfrac{f_e}{\gamma_s} = 435\ MPa$.

$\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1-2\mu}) = 0,201$

$\beta = 1 - 0,4\alpha = 0,92$

$A_u = \dfrac{M_u}{\beta d \sigma_s} = \dfrac{102,06 \cdot 10^3}{0,92 \cdot 45 \times 435} = 5,67\ cm^2$.

Fiss préjudiciable $\Rightarrow$ Calculons les armatures.

2) E.L.S : (organigramme 2) :

$\overline{\sigma}_s = \min\left(\frac{2}{3} f_e\ ;\ 110\sqrt{\eta f_{tj}}\right)$

$\eta = 1,6$ (HA).

$f_{tj} = 0,6 + 0,06\, f_{cj} = 0,6 + 0,06 \times 20 = 1,8\ MPa$

$\Rightarrow \overline{\sigma}_s = 186,7\ MPa \simeq 187\ MPa$.

$\mu_1 = \dfrac{M_{ser}}{b d^2 \overline{\sigma}_s} = \dfrac{69,22 \cdot 10^3}{30 (45)^2 \cdot 186,7} = 0,00609$

$\lambda = 1 + 30\mu_1 = 1,183$

$\cos\varphi = \lambda^{-3/2} = 0,778 \Rightarrow \varphi = 38,97°$

$\alpha_1 = 1 + 2\sqrt{\lambda}\cos\left(240° + \frac{38,97}{3}\right)$.

$\alpha_1 = 0,364$.

$K_1 = \dfrac{15(1-\alpha_1)}{\alpha_1} = 26,2$.

$\sigma_{bc} = \dfrac{\overline{\sigma}_s}{K_1} = \dfrac{186,7}{26,2} = 7,12\ MPa$.

$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6\, f_{c28} = 12\ MPa$

$\sigma_{bc} < \overline{\sigma}_{bc} \Rightarrow A' = 0$.

$\beta_1 = 1 - \dfrac{\alpha_1}{3} = 0,879$.

$A_{ser} = \dfrac{M_{ser}}{\overline{\sigma}_s \beta_1 d} = \dfrac{69,22 \cdot 10^3}{186,7 \times 0,879 \times 45} = 9,37\ cm^2$

$A'_{ser} = 0$.

3) Armature minimale :

$A_{min} = 0,23\, b d \dfrac{f_{tj}}{f_e} = 1,12\ cm^2$

Armatures finales :

$A = \max(A_u ; A_{ser} ; A_{min})$.

$\begin{cases} A = 8{,}37\ cm^2. \\ A' = 0 \quad (\text{pas de montage}). \end{cases}$

5) Choix de la Section Appliqué (A_a).

$A_a \geq A_{calculer}$

nombre de barres ≥ 2.

Symétrie / axe de symetrie vertical.

$\phi \leqslant \frac{b'}{10}$ b' = + petit côté de la section

• disposition constructive :

$\phi \leqslant \frac{b'}{10} = \frac{b}{10} = \frac{300}{10} = 30\ mm$.

$\phi_{max} = 30\ mm$.

$2\phi 25 = 9{,}82\ cm^2$.

$3\phi 20 = 9{,}42\ cm^2$.

~~4 φ 20~~

$5\ HA16 = 10{,}05$.

Soit $A_a = 3\phi 20 = 9{,}42\ cm^2$.

6) disposition constructive :

• enrobage :

$C = \max \begin{cases} C_1 = \max\{\phi = 2cm ; 1cm\} = 2cm \\ C_2 = 3\ cm \\ C_g = 2{,}5\ cm \end{cases}$

$\Rightarrow C = 3\ cm$.

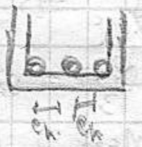
• espacement :

$e_h = \max \begin{cases} \phi \\ 1{,}5\, C_g \end{cases} = 3{,}75\ cm$.

$e_v = \max\{\phi ; C_g\} = 2{,}5\ cm$.

$\phi_t \geqslant 6\ mm$ (Fiss préj)

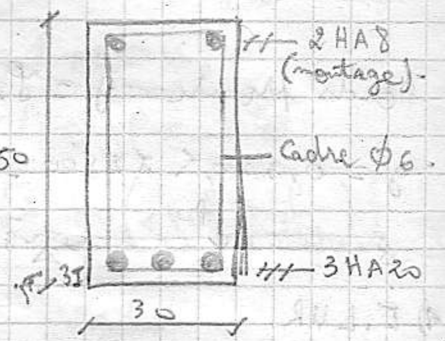
Soit $\phi_t = 6\ mm$.



$2e_h = b - 2c - 2\phi_t - 3\phi \Rightarrow e_h = 8{,}4\ cm$.

$e_h \geqslant e_{h\,min}$

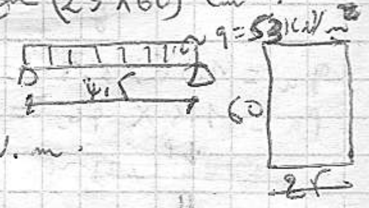
6) Ferraillage :



Exemple 2 :

Soit une section $(25 \times 60)\ cm^2$.

Soumise à :



$M_u = 214{,}04\ KN.m$

$M_{ser} = 143{,}65$ "

Acier FeE400 Fiss peu nuisible.

$f_{c28} = 25\ MPa\ (\gamma_b = 1{,}5)$.

$C_g = 25\ mm$.

1) E.L.U.R :

$d = 0{,}9\,h = 54\ cm$.

$\sigma_{bc} = \frac{0{,}85 f_{cj}}{\theta \gamma_b} = 0{,}85\ \frac{25}{1{,}5} = 14{,}16\ MPa$

$u = \frac{M_u}{b d^2 \sigma_{bc}} = \frac{214{,}04\ 10^3}{25 (54)^2\ 14{,}16} = 0{,}207$.

$0{,}48 = u_{BC} > u > u_{AB} = 0{,}186 \Rightarrow$ Région 2 Pivot B.

$\varepsilon_{sl} = \frac{f_e}{\gamma_s E_s} = \frac{400}{1{,}15 \times 2\,10^5} = 1{,}739\text{‰}$

$\gamma_b = 1{,}5 \Rightarrow \gamma_s = 1{,}15$

$\alpha_l = \frac{3{,}5}{3{,}5 + 1000\,\varepsilon_{sl}}$

$\alpha_l = \frac{3{,}5}{3{,}5 + 1000 \times 1{,}739\,10^{-3}} = 0{,}668$

$\mu_l = 0{,}8\,\alpha_l (1 - 0{,}4\,\alpha_l) = 0{,}392$.

$\mu = 0{,}207 < \mu_l = 0{,}392$.

$\Rightarrow A' = 0$.

$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = 348\ MPa$

$\alpha = 1{,}25 (1 - \sqrt{1 - 2u}) = 0{,}293$.

$B = 1 - 0{,}4\alpha = 0{,}883$.

$A_u = \frac{M_u}{\sigma_s B d} = 12{,}9\ cm^2$.

2) E.L.S :

Fiss peu nuisible

$\Rightarrow$ Vérifier les Contraintes

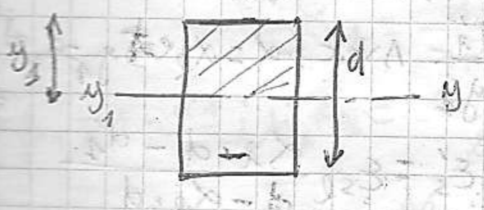
pas de limitation de σ_s

$\Rightarrow$ on peu vérifier $\sigma_{bc} < \bar{\sigma}_{bc}$

- Calcul de σ_{bc} :

$\sigma_{bc} = K \, y_1$.

$K = \frac{M_{ser}}{I_{yy_1}}$ $\quad S_{yy_1} = 0$



$S_{yy_1} = (y_1 \times b) \times \frac{y_1}{2} - 15A(d - y_1) = 0$

$b\frac{y_1^2}{2} - 15Ad + 15Ay_1 = 0$

$\frac{b}{2} y_1^2 + 15Ay_1 - 15Ad = 0$

$A_u = A = 12,9 \, Cm^2$.

$12,5 \, y_1^2 + 193,5 \, y_1 - 10449 = 0$.

$\Delta = 748,29$

$y_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} =$ 24,3

$y_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

L'axe neutre ... Section :

$y_1 = \frac{-193,5 + \sqrt{748,26}}{2(12,5)} = 22,2 \, Cm$

$K = \frac{M_{ser}}{I_{yy_1}} =$

$I_{yy_1} = \frac{b \, y_1^3}{3} + 15A(d - y_1)^2$.

$= \frac{25 \times (22,2)^3}{3} + 15(12,9)(54 - 22,2)^2$.

$I_{yy_1} = 286\,850,34 \, Cm^4$.

$K = \frac{M_{ser}}{I_{yy_1}} = \frac{143,55 \, 10^3}{286850,40} = 0,5$

$\sigma_{bc} = K y_1 = 0,5 \times 22,2 = 11,1 \, MPa$

$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 \, f_{c28} = 0,6 \times 25 = 15 \, MPa$

$\sigma_{bc} < \bar{\sigma}_{bc} \Rightarrow A_u$ convient

- Condition de non fragilité :

$A_{min} = 0,23 \, bd \, \frac{f_{tj}}{fe} = 1,63 \, Cm^2$.

$f_{tj} = 2,1 \, MPa$.

- Armatures final :

$\begin{cases} A = \max(A_u, A_{min}) = 12,9 \, Cm^2 \\ A' = 0 \Rightarrow \text{barres de montage} \end{cases}$

- Choix de A_a :

$\phi \leq \frac{b}{10} = \frac{250}{10} = 25 \, mm$.

$A_a > A$.

3 HA25 = 14,73.

4 HA20 = 12,57 < 12,9.

5 HA 20 = 15,71

7 HA16 = 14,07

$\boxed{3\phi 20 + 2\phi 16 = 13,44 \, Cm^2}$

* Disposition constructive :

- enrobage

$C = \max \begin{cases} C_1 = \max\begin{cases}\phi = 2 \\ 1 \, Cm\end{cases} = 2 \, Cm \\ C_2 = 1 \, Cm \\ C_g = 2,5 \, Cm_g \end{cases}$

$C = 2,5 \, Cm \Rightarrow C = 3 \, Cm$.

- espacement :

$e_h \geq \max\begin{cases}\phi = 2 \, Cm \\ 1,5 \, C_g\end{cases} = 3,75 \, Cm$.

$e_v \geq \max\begin{cases}\phi = 2 \, Cm \\ 2,5 \, Cm\end{cases} = 2,5 \, Cm$

$e_h < 3,75$

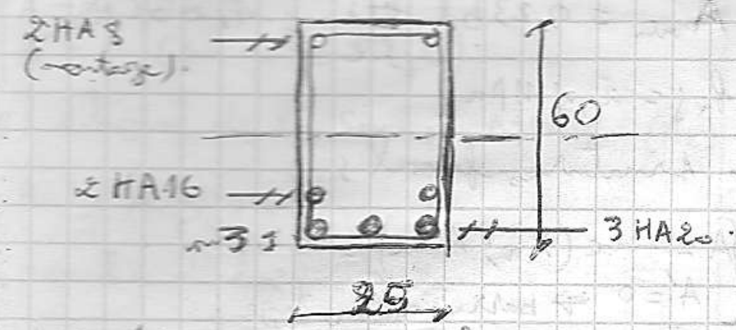
$1,5 \times 1C$ 2,5 Cm.

Soit $\phi_t = 6 \, mm$.

$e_h = 5,9 \, Cm > 3,75 \, Cm$

4) $M_1 = E_1 C$

* Ferraillage :



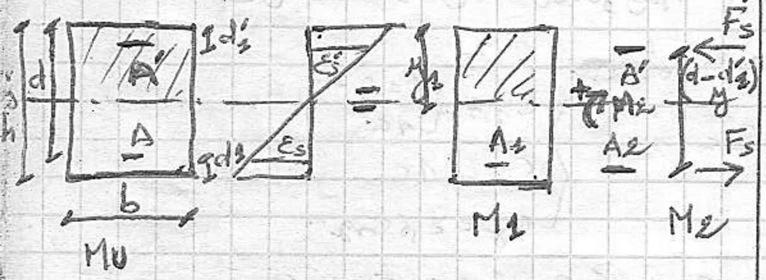
3) Section rectangulaire avec armature comprimées :

~~... si Mu > MR~~

1) ELUR :

A' necessaire si : $\mu > \mu_l$ $(M_u > M_l)$

* la section réel sera divisée en deux (02) section fictives (imaginaire)



* la section (1) : equilibre moment résistant.

$M_1 = M_l = \mu_l \, b \, d^2 \, \sigma_{bc}$

• Si $\mu = \mu_l \Rightarrow \alpha = \alpha_l \, , \beta = \beta_l$

et $\varepsilon_s = \varepsilon_{sl} \Rightarrow \sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$

et $A_1 = \frac{M_1}{\sigma_s \, \beta . d} = \boxed{\frac{M_l}{\sigma_s \, \beta_l \, d}}$

* la section (2)

$M_2 = M_u - M_1 = M_u - M_l$.

$\Sigma M / A' = 0 \Rightarrow M_2 - F_s \, (d - d'_1) = 0$

avec : $F_s = A_2 \, \sigma_s$

$M_2 = A_2 \, \sigma_s \, (d - d'_1)$

$\Rightarrow \boxed{A_2 = \frac{M_2}{\sigma_s \, (d - d'_1)}}$

Avec : $\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$.

d'_1 : choisi tel que : $d'_1 \leq d_1$

$\Sigma M / A_2 = 0$

$\Rightarrow M_2 - F'_s \, (d - d'_1) = 0$

Avec : $F'_s = A' \sigma'_s$

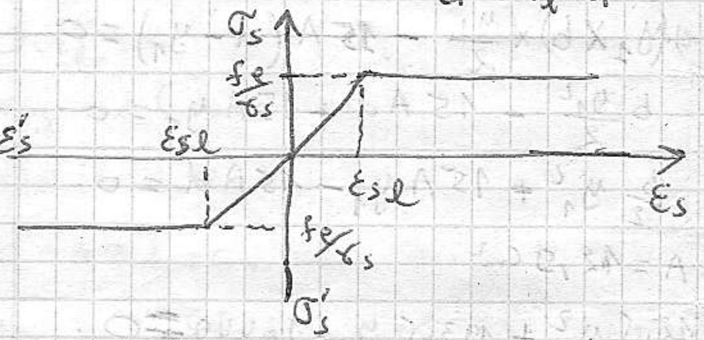
$M_2 = A' \sigma'_s \, (d - d'_1)$

$\Rightarrow \boxed{A' = \frac{M_2}{\sigma'_s \, (d - d'_1)}}$

triangles semblables :

$\frac{\varepsilon'_s}{\varepsilon_s} = \frac{y_1 - d'_1}{d - y_1}$ Avec : $\alpha = \alpha_l$ et $y_1 = \alpha_1 . d$

$\varepsilon_s = \varepsilon_{sl} \Rightarrow \varepsilon'_s = \varepsilon_{sl} \frac{\alpha_l . d - d'_1}{d - \alpha_l . d}$



• Si $\varepsilon'_s < \varepsilon_{sl} \Rightarrow \sigma'_s = E_s \, \varepsilon'_s$

• Si $\varepsilon'_s \geq \varepsilon_{sl} \Rightarrow \sigma'_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$.

Finalement :

$$\begin{cases} A_u = A_1 + A_2 \\ A'_u = A' \end{cases}$$

2) ELS :

A' necessaire si $\sigma_{bc} > \overline{\sigma}_{bc}$ ($M_{ser} > M_R$).

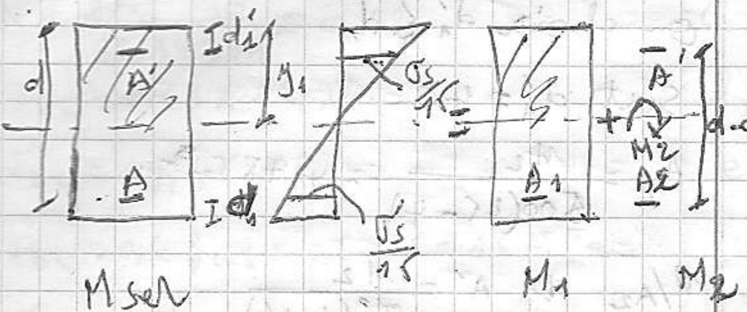
$M_R = \mu_1 \, b \, d^2 \, \sigma_{bc}$

Avec $\mu_1 = \frac{\alpha_1 \beta_1}{2}$

a) Calcul des contraintes

b) Calcul des armatures

même principe que pour ELUR.



Section ① :

$M_1 = M_R = \mu_1' b d^2 \bar{\sigma}_{bc}$

$\begin{cases} \sigma_{bc} = \bar{\sigma}_{bc} \\ \sigma_s = \bar{\sigma}_s \end{cases} \Rightarrow K_1 = \dfrac{\bar{\sigma}_s}{\bar{\sigma}_{bc}}$

$\alpha_1 = \dfrac{15}{15 + K_1}$

$\beta_1 = 1 - \dfrac{\alpha_1}{3}$; $\mu_1' = \dfrac{\alpha_1 \beta_1}{2}$

Soit $\boxed{A_1 = \dfrac{M_2}{\bar{\sigma}_s \beta_1 . d}}$

Section ② :

$M_2 = M_{ser} - M_1$.

$\Sigma M/A_2 = 0 \Rightarrow M_2 - F_s'(d - d_1') = 0$

Avec $F_s' = A' \sigma_s'$

$M_2 = A' \sigma_s' (d - d_1')$

$\Rightarrow \boxed{A' = \dfrac{M_2}{\sigma_s' (d - d_1')}}$

triangle semblable :

$\dfrac{\sigma_s'/15}{\sigma_{bc}} = \dfrac{y_1 - d_1'}{y_1}$

$\Rightarrow \sigma_s' = 15 \sigma_{bc} \dfrac{y_1 - d_1'}{y_1}$

Avec : $\sigma_{bc} = \bar{\sigma}_{bc}$ et $y_1 = \alpha_1 . d$.

$\sigma_s' = 15 \bar{\sigma}_{bc} \dfrac{y_1 - d_1'}{y_1}$.

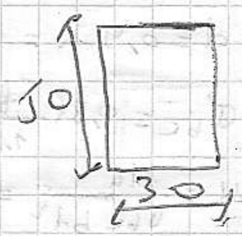
$\Sigma M/A' = 0 \Rightarrow M_2 - F_s (d - d_1') = 0$

Avec $F_s = A_2 \bar{\sigma}_s$.

$\Rightarrow \boxed{A_2 = \dfrac{M_2}{\bar{\sigma}_s (d - d_1')}}$

Application :

Soit la poutre suivante appartenant à un batiment courant :



Acier FeE 500

$f_{c28} = 25$ MPa

$\gamma_b = 1,15$ et $\gamma_s = 1,0$

$M_u = 500$ KN.m.

$M_{ser} = 220$ KN.m

Ferrailler la section :

1) si la fissuration peu nuisible

2) si " " préjudiciable

Remarque :

la Règle BAEL impose que le moment de flexion équilibré par les armatures comprimées doit reste inferieur à 40 % du moment totale.

II) Armatures :

A - Fiss peu nuisible :

1) E.L.U.R : (organigramme n° 1).

$d = 0,9\,h = 45\,Cm$.

$\sigma_{bc} = 0,85 \frac{fc_j}{1,15} \simeq 18,48\,MPa$.

$\mu = \frac{M_u}{\sigma_{bc}\, b d^2} = \frac{500\,10^3}{18,48 \times (45)^2 \times 30} = 0,445$.

$\mu_{AB} = 0,186$, $\mu_{BC} = 0,48$.

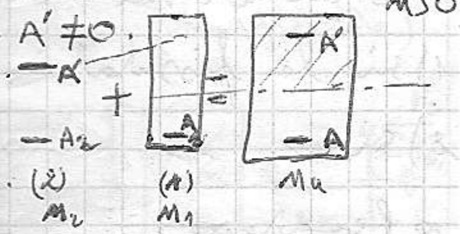
$\mu_{AB} < \mu < \mu_{BC}$ $\Rightarrow$ région pivot b ($\varepsilon_{bc} = 3.5‰$)

$\varepsilon_{sl} = \frac{fe}{\gamma_s E_s} = \frac{500}{1 \times 2\,10^5} = 2,5\,10^{-3}$.

$\alpha = \frac{3,5}{3,5 + 1000\,\varepsilon_{sl}} = 0,583$.

$\mu_l = 0,8\,\alpha_l (1 - 0,4\,\alpha_l) = 0,358$.

$\mu > \mu_l$ $\Rightarrow A' \neq 0$.



$M_1 = M_l = \mu_l\, b d^2 \sigma_{bc}$

$M_1 = 0,358 \cdot 30 (45)^2\, 18,48 = 401912,28\,N.m$.

$\mu = \mu_l \Rightarrow \varepsilon_s = \varepsilon_{sl} \Rightarrow \sigma_s = \frac{fe}{\gamma_s} = \frac{500}{1} = 500\,MPa$.

$\alpha = \alpha_l \Rightarrow B = B_l = 1 - 0,4\,\alpha_l$

$B_l = 1 - 0,4 \times 0,583 = 0,767$

$A_1 = \frac{M_l}{\sigma_s B_l d} = \frac{401912,28}{500 \cdot 0,767 \times 45} = 23,29\,Cm^2$.

* Section (2) :

$M_2 = M_u - M_1 = 500\,10^3 - 401912,28$

$M_2 = 98087,72\,N.m \simeq 98,1\,KN.m$.

$40\%\,M_u = \frac{40}{100}\,500 = 200\,KN.m$.

$M_2 < 40\%\,M_u$

$M/_{A'} = 0 \Leftrightarrow M_2 - F_s (d - d_1') = 0$

$\Leftrightarrow M_2 = A_2 \sigma_s (d - d_1')$

$A_2 = \frac{M_2}{\sigma_s (d - d_1')}$

$d_1 = h - d = 5\,Cm$.

$d_1 = \frac{h}{10} = 5\,Cm$

On choisit $d_1' \leq d_1$

Soit $d_1' = 4\,Cm$

$A_2 = \frac{M_2}{500 (45 - 4)} = 4,78\,Cm^2$.

$M/_{A_2} \Rightarrow A' = \frac{M_2}{\sigma_s' (d - d_1')}$

$\sigma_s' = \sigma_s = \frac{fe}{\gamma_s}$.

$\Rightarrow A' = A_2 = 4,78\,Cm^2$.

$A_u = A_1 + A_2 = 4,78 + 23,29$.

$\begin{cases} A_u = 28,07\,Cm^2 \\ A' = 4,78\,Cm^2 \end{cases}$

2) E.L.S :

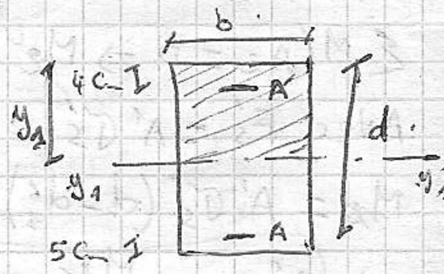
Fiss peu nuisible $\Rightarrow$ vérification des contraintes (pas de vérification de σ_s en Fiss peu nuis.

$\Rightarrow$ Il suffit de vérifier σ_{bc}

$\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc}$

$\sigma_{bc} = K\, y_1$

$S_{y_1 y_2} = 0$



$S_{y_1 y_2} = 0 \Leftrightarrow b\, y_1^2/2 + 15 A' (y_1 - d_1') - 15 A (d - y_1) = 0$.

avec $A = A_u = 28,07\,Cm^2$.

$A' = A'_u = 4,78\,Cm^2$

$15\, y_1^2 + 493,75\, y_1 - 19234,05 = 0$

$y_1 = 22,97\,Cm$.

K ? $K = \frac{M_{ser}}{I_{y_1 y_1'}}$

$I_{y_1 y_2} = \frac{b\, y_1^3}{3} + 15 A' (y_1 - d_1')^2 + 15 A (d - y_1)^2$

$I_{y_1 y_2} = 354340,91\,Cm^4$

$K = \frac{220 \; 10^3}{351340{,}91} = 0{,}63$

$\sigma_{bc} = 0{,}63 \times 22{,}97$

$\sigma_{bc} = 14{,}45$ MPa

$\bar{\sigma}_{bc} = 0{,}6 f_{c28} = 0{,}6 \times 25 = 15$ MPa.

$\sigma_{bc} < \bar{\sigma}_{bc}$

⇒ A_u et A'_u convient.

. condition de non fragilité ;

si $A' \neq 0$ inutile de vérifier A_{min}
($A' \neq 0$ c'est A_{min} max)

$A_{min} = 0{,}23 \, b \, d \frac{f_{tj}}{f_e} = 1{,}3 \text{ Cm}^2 < A_u$.

A' ; A_{min} ; A_u et A'_{min} ...

$A = \max(A_u ; A_{min}) = 28{,}07 \text{ Cm}^2$.

$A' = A'_u = 4{,}78$ Cm.

5) Section appliquées ;

$A = 28{,}07 \longrightarrow$

$\phi \leq \frac{b}{10} = 30$ mm

$A_a \geq A$

$A' = 4{,}78 \text{ Cm}^2$ $A'_a \geq A'$

$\phi \leq \frac{b'}{10} = 30$ mm.

$A = 28{,}07 \longrightarrow$

$A_a = 6 \text{ HA}25 = 29{,}45 \text{ Cm}^2$.

$A_a = 9 \text{ HA}20 = 28{,}27 \text{ Cm}^2$

$A_a = 14 \text{ HA}16 = 28{,}15 \text{ Cm}^2$

$A' = 4{,}78$

$A'_a = 3 \text{ HA}16 = 6{,}03 \text{ Cm}^2$.

$= 5 \text{ HA } 12 = 5{,}65 \text{ Cm}^2$.

5) disposition constructive ;

. enrobage ;

$$C = \max \begin{cases} C_1 = \max \begin{cases} \phi = 2 \text{ Cm} \\ 1 \text{ Cm} \end{cases} = 2 \text{ Cm} \\ C_2 = 3 \text{ Cm} \\ C_g = 2{,}5 \text{ Cm} \end{cases}$$

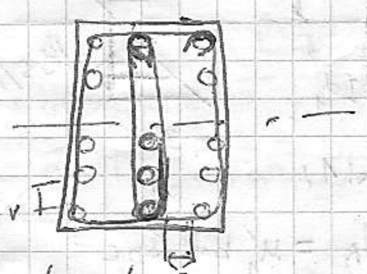
$C = 3$ Cm.

l'espacement ;

$e_h = \max \begin{cases} \phi_{max} \\ 1{,}5 c_g \end{cases} = 3{,}75$ Cm.

$e_v = \max \begin{cases} \phi_{max} \\ c_g \end{cases} = 2{,}5$ Cm.

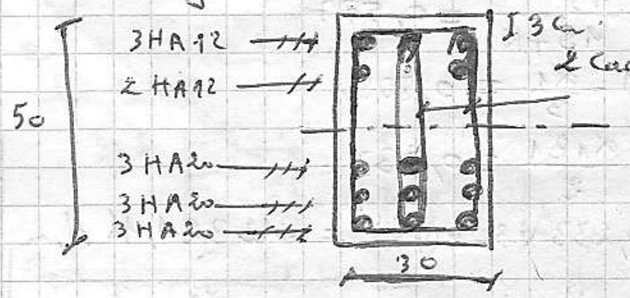
$\phi_t = 6$ mm.



$2e_h = b - 2C - 2\phi_t - 3\phi$,

$e_h > e_{h\,min}$ $e_v = 2{,}5$ ...

Ferraillage ;



2) Fiss très préj ;

$A_u = 28{,}07 \text{ Cm}^2$
$A'_u = 4{,}78 \text{ Cm}^2$ } déjà calculés (Voir A)

*) E.L.S ;

$M_{ser} = 220$ KN.m

fiss très préj ⇒ calcul des armatures

⇒ organigramme n°21

$d = 45$ Cm.

$\bar{\sigma}_s = \min\left(\frac{1}{2} f_e ; 90\sqrt{\eta f_{tj}}\right)$ $\eta = 1{,}6$ (HA)

$f_{tj} = 0{,}6 + 0{,}06 f_{cj} = 2{,}1$ MPa.

$\bar{\sigma}_s = \min\left(\frac{1}{2} 500 ; 90\sqrt{2{,}1 \times 1{,}6}\right) = 165$ MPa.

$\mu_1 = \frac{M_{ser}}{b d^2 \bar{\sigma}_s} = \frac{220 \; 10^3}{165 \times 30 \times 45^3} = 0{,}022$

$\lambda = 1 + 30 \mu_1 = 1{,}66$

$\cos\varphi = \lambda^{-3/2} = 0{,}468 \Rightarrow \varphi = 62{,}12°$

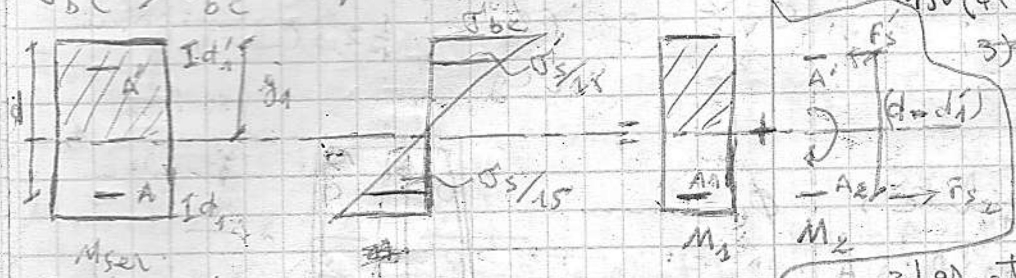
$\alpha_1 = 1 + 2\sqrt{\lambda} \cos\left(240 + \frac{\varphi}{3}\right) = 0{,}599$

$K_1 = \frac{15(1-\alpha_1)}{\alpha_1} = 10{,}04$

$\sigma_{bc} = \frac{\bar{\sigma}_s}{K_1} = \frac{165}{10{,}04} = 16{,}43$ MPa

$\bar{\sigma}_{bc} = 0{,}6\, f_{c28} = 15$ MPa

$\sigma_{bc} > \bar{\sigma}_{bc} \Rightarrow A' \neq 0$



Section 1 :

$M_1 = M_R = \mu'_1\, b d^2 \bar{\sigma}_{bc}$

$\sigma_{bc} = \bar{\sigma}_{bc},\ \sigma_s = \bar{\sigma}_s$

$\bar{\sigma}_s = \frac{fe}{\gamma_s}$ $\quad K_1 = \frac{\sigma_s}{\sigma_{bc}} = \frac{\bar{\sigma}_s}{\bar{\sigma}_{bc}} = 11{,}0$

$\alpha_1 = \frac{15}{15+K_1} = 0{,}577$

$\beta_1 = 1 - \frac{\alpha_1}{3} = 0{,}808$

$\mu'_1 = \frac{\alpha_1 \beta_1}{2} = 0{,}233$

$M_1 = 0{,}233 \times 30 \times (45)^2 = 212\,321{,}15$ N.m

$A_1 = \frac{M_1}{\bar{\sigma}_s\, \beta_1\, d} = 35{,}39$ cm².

* Section 2 :

$M_2 = M_{ser} - M_1 = 7678{,}75$ N.m

$d'_1 < d_1$ soit $d'_1 = d_1 = 5$ cm

$40\%\, M_{ser} = \frac{40}{100}\, 220 = 88$ kN.m

$M_2 < 40\%\, M_{ser}$

$\Sigma M/A' = 0 \Rightarrow A_2 = \frac{M_2}{\sigma_s (d - d'_1)}$ avec $\sigma_s = \bar{\sigma}_s$

$d'_1 \leq d_1$ soit $d'_1 = 4$ cm

$A_2 = \frac{M_2}{\bar{\sigma}_s (d - d'_1)} = 1{,}14$ cm²

$\Sigma M/A_2 = 0 \Rightarrow A'_2 = \frac{M_2}{\sigma'_s (d - d'_1)}$

* diagramme des contrainte et propriétés des triangles semblables,

$\frac{\sigma'_s/15}{\sigma_s/15} = \frac{y - d'_1}{d - y_1} \Rightarrow \sigma'_s = \sigma_s \left(\frac{y_1 - d'_1}{d - y_1}\right)$

avec $\sigma_s = \bar{\sigma}_s$

et $y_1 = \alpha_1 d = 0{,}577 \times 45 = 26$ cm

$\sigma'_s = 165 \frac{(26-4)}{45-26} = 190{,}4$ MPa

$A' = \frac{7678{,}75}{190(45-4)} = 0{,}98$ cm².

~~3) armatures fi~~

$A_{ser} = A_1 + A_2$

$A_{ser} = 36{,}53$ cm²

$A'_{ser} = A' = 0{,}98$ cm².

3) armatures finales

E.L.U.R $\begin{cases} A_u = 28{,}07 \text{ cm}^2 \\ A'_u = 4{,}78 \text{ cm}^2 \end{cases}$

E.L.S $\begin{cases} A_{ser} = 36{,}53 \text{ cm}^2 \\ A'_{ser} = 0{,}98 \text{ cm}^2 \end{cases}$

* il faut comparer la somme des armatures à l'E.L.U.R $(A_u + A'_u)$ avec $(A_{ser} + A'_{ser})$.

$A = \max(A_u + A'_u\ ;\ A_{ser} + A'_{ser})$

$A = A_{ser} + A'_{ser} = 37{,}51$ cm²

$A = A_{ser} = 36{,}53$ cm².

$A' = A'_{ser} = 0{,}98$ cm².

III - Section en "T";

A - Généralités;

Les section en "T" se rencontrent fréquemment au niveau des planchers (de batiments); des tablier de ponts; les murs de soutènement ... etc.

La partie ABCD appelé table de compression ou table.

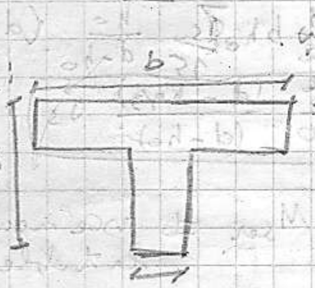
et la partie EFGH appelé nervure ou âme,

dans tout ce qui suit le moment sera considéré (M>0).

. dans le cas contraire (M<0): Le Calcules des armatures revient au calcul d'une section rectangulaire de largeur GH car le Beton tendue n'intervient pas

M<0 ⇒

notation:



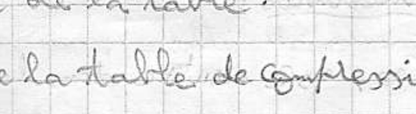
h: hauteur totale.
b: largeur de la table.
b_0: " " " nervure
h_0: hauteur de la table.

B) largeur de la table de compression:

$\frac{b - b_0}{2} \leq \min\left(\frac{l}{10} ; \frac{l_1}{2}\right)$.

l: longueur de la travée (trame-cébult)

l_1: distance entre parements de 2 nervures voisines,



C- position de l'axe neutre

2 Cas pour (M>0)

1er cas
axe neutre dans la table; M>0

Calcul d'une section rectangulaire (b×h). (Béton tendu négligé).

2ème cas;
axe neutre dans la nervure;

M>0

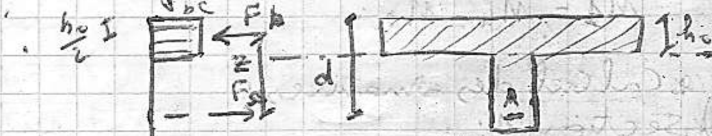
Calcul d'une section en "T"

D - section en "T" sans armatures comprimées.

a) position de l'axe neutre.

pour déterminer la position de l'axe neutre on va considérer le cas limite (hauteur de la zone comprimé = h_0).

et on calcul le moment résistant de la table.



et ce moment de la table M_T ou (M_{bT})

$M_T = F'_b \cdot Z$ avec $Z = d - h_0/2$
$F'_b = b\, h_0\, \sigma_{bc}$

$\Rightarrow M_T = b\, h_0^2 /2\, \sigma_{bc}$

$\boxed{M_T = b\, h_0\, \sigma_{bc}\left(d - h_0/2\right)}$

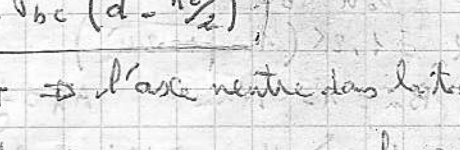
si $M_u < M_T \Rightarrow$ l'axe neutre dans la table

si $M_u > M_T \Rightarrow$ " " " la nervure ($y_1 > h_0$)

b) Calcul des armatures;

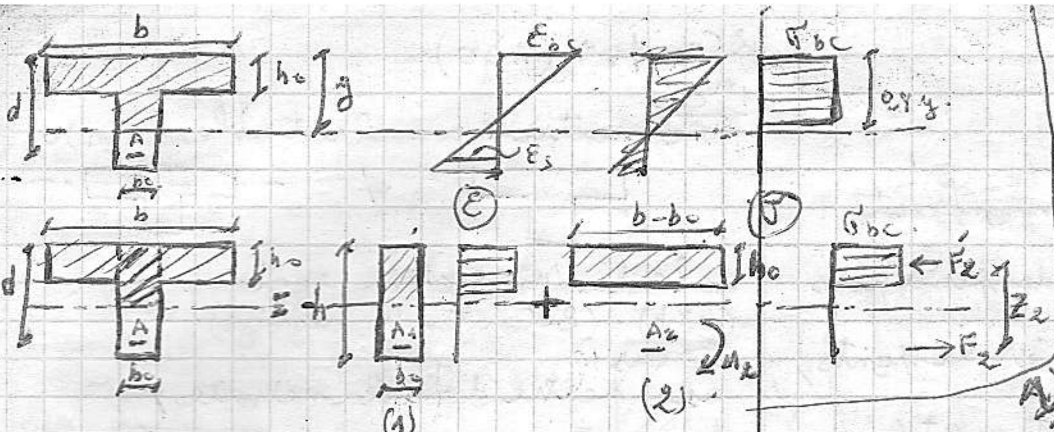
b_1) axe neutre dans la table.

⇒ Calcul d'une section rectangulaire (b×h).



⇒ organigramme n°1.

* axe neutre dans la nervure;
⇒ Calcul d'une section en "T"



M_u $\quad M_1 = M_m \quad M_2$

* Calcul de M_1 et M_2 :

1) section 2 :

$\sum M/_A = 0 \Rightarrow M_2 - F'_2 Z_2$ avec $F'_2 = (b - b_0) h_0 \sigma_{bc}$

et $Z_2 = d - h_0/2$

$\Rightarrow \boxed{M_2 = (b - b_0) h_0 \sigma_{bc} (d - \frac{h_0}{2})}$

Dimension en cm, σ_{bc} en MPa $\Big\} \Rightarrow M_2$ en N.m.

section ① :

$M_1 = M_u - M_2$.

* Calcul des armatures :

1) Section 1 :

Le calcul d'une section rectangulaire ($b_0 \times h$) sollicité par le moment $M_1 = M_m$

$\Rightarrow$ utiliser l'organigramme n° 1 en remplaçant b par b_0 et M_u par M_1 (M_m).

$\mu_m = \frac{M_1}{b_0 d^2 \sigma_{bc}}$ $\quad$ • $\mu_m \leq \mu_{AB} \Rightarrow A' = 0$, $\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$

$\alpha_m = 1{,}25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_m})$

$\beta_m = 1 - 0{,}4\alpha_m$ $\quad A_1 = \frac{M_1}{\sigma_s \beta_m d}$

• $\mu_m > \mu_{AB} \Rightarrow$ pivot B.

$\varepsilon_{sl} = \frac{f_e}{\gamma_s E_s}$, $\alpha_l = \frac{3{,}5}{3{,}5 + 1000\,\varepsilon_l}$

$\mu_l = 0{,}8\,\alpha_l (1 - 0{,}4\alpha_l)$

• si $\mu_m \leq \mu_l \Rightarrow A' = 0$

• si $\mu_m > \mu_l \Rightarrow A' \neq 0$.

2) * Section 2 :

$\sum M/_{F'_2} = 0 \Leftrightarrow M_2 - F_2 \times Z_2 = 0$ avec $F_2 = A_2 \sigma_s$

$Z_2 = d - \frac{h_0}{2}$ $\Rightarrow A_2 = \frac{M_2}{\sigma_s (d - h_0/2)}$

Finalement :

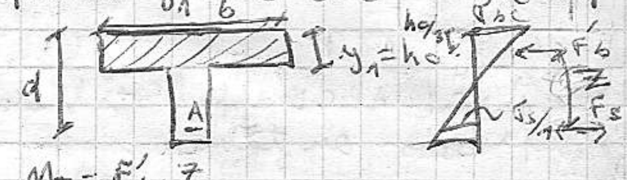
$\begin{cases} A_u = A_1 + A_2 \\ A' = 0. \end{cases}$

2) E.L.S :

a) Calcul des armatures :

A) position de l'axe neutre

On prend $y_1 = h_0$ et on calcule M_T



$M_T = F'_b \cdot Z$

avec $F'_b = \frac{1}{2} b h_0 \sigma_{bc}$

$Z = d - h_0/3$

$\boxed{M_T = \frac{1}{2} b h_0 \sigma_{bc} (d - h_0/3)}$ ... ①

Triangle semblable ;

$\frac{\sigma_{bc}}{\sigma_s/15} = \frac{h_0}{d - h_0}$ avec $\sigma_s = \bar{\sigma}_s$

$\sigma_{bc} = \frac{\bar{\sigma}_s}{15} \cdot h_0 / (d - h_0)$ ... ②

نعوّض ② في ① نجد ،

$M_T = \frac{1}{2} b h_0 \frac{\bar{\sigma}_s}{15} \frac{h_0}{d - h_0} (d - \frac{h_0}{3})$.

$\boxed{M_T = \frac{b h_0^2}{30} \frac{(d - h_0/3)}{(d - h_0)} \bar{\sigma}_s}$

• Si $M_T \geq M_{ser} \Rightarrow$ axe neutre dans la table.

• Si $M_T \leq M_{ser} \Rightarrow$ axe neutre dans la nervure

* armatures :

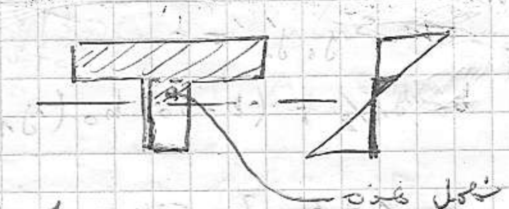
1er cas ; axe neutre dans la table :

$\Rightarrow$ Calcul d'une section rectangulaire ($b \times h$).

2ème cas ; axe neutre dans la nervure :

On utilise méthode approchée en prenant $Z = d - h_0/2$

$\Rightarrow A_{ser} = \frac{M_{ser}}{Z \bar{\sigma}_s}$



on calcul σ_{bc} :

$$\sigma_{bc} = \left[\frac{A_{sc} d}{b \cdot h_0} + \frac{h_0}{30}\right]\frac{\sigma_s}{Z}$$

- Si $\sigma_{bc} \leq \overline{\sigma_{bc}} = 0,6\, f_{c28} \Rightarrow A' = 0$.
- Si $\sigma_{bc} \geq \overline{\sigma_{bc}} \Rightarrow A' \neq 0$.
  $\Rightarrow$ Calcul d'un section en "T" avec A'

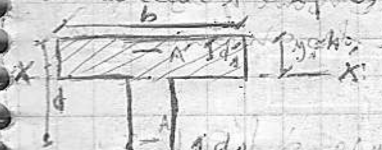
b/ Calcul des contraintes :

On va prendre le cas général en "T" avec armature comprimée.

Si A' n'est pas nécessaire mettre A' = 0 dans l'équation.

b.) position de l'axe neutre :

on prend le cas limite $y_1 = h_0$ et on calcul l'expression $S_{xx'}$



$$S_{xx'} = b\, \frac{h_0^2}{2} + 15 A' (h_0 - d_1') - 15 A (d - h_0)$$

si $S_{xx'} \geq 0 \Rightarrow$ axe neutre trouvé dans la table ($y_1 \leq h_0$).

si $S_{xx'} < 0 \Rightarrow$ axe neutre dans la nervure.

* dans les 2 cas on détermine y_1 à partir $S_{y_1 y_1'} = 0$

et $K = \dfrac{M_{ser}}{I_{yy_1'}}$

$\sigma_{bc} = K y_1$

$\sigma_s = 15 K (d - y_1)$

$\sigma_s' = 15 K (y_1 - d_1')$.

- Condition de non fragilité :

que la section en "T" soit calculé comme section rectangulaire ou non A min (reste) est donnée par :

(A_{min})

pour $M > 0 \Rightarrow A_{min} = \dfrac{I_{gg_0'}}{0,81\, h \cdot V'} \cdot \dfrac{f_{t28}}{fe}$

pour $M < 0 \Rightarrow A_{min} = \dfrac{I_{gg_0'}}{0,81\, h \cdot V} \cdot \dfrac{f_{t28}}{fe}$

G_0 : Centre de gravité de la section de Béton.

4 - Application :

$M_u = 299,78$ KN.m

$M_{ser} = 201,03$ KN.m

($\gamma_b = 1,5$; $\gamma_s = 1,15$)

Acier FeE 500

Fiss. préj. $f_{c28} = 25$ MPa

$c_g = 25$ mm

1) E.L.U.R :

position de l'axe neutre :

$M_T = b\, h_0\, \sigma_{bc} \left(d - \frac{h_0}{2}\right)$

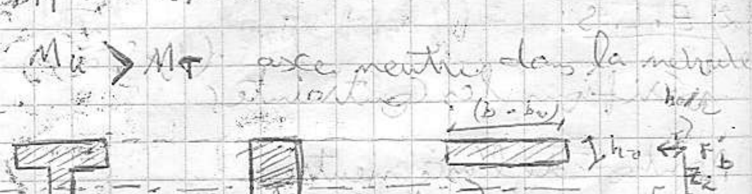
$d = 0,9 \cdot h = 45$ cm

$\sigma_{bc} = \dfrac{0,85 f_{c28}}{\gamma_b} = 0,85 \dfrac{25}{1,5} = 14,2$ MPa

$M_T = 60 \times 8 \times 14,2 \left(45 - \frac{8}{2}\right) = 279,56$ N.m

$M_T = 279,56$ KN.m

$M_u > M_T$ axe neutre dans la nervure



Calcul M_1 et M_2

section 2 - 2 :

$\sum M_{/F_s} = 0 \Leftrightarrow M_2 - F_b' \cdot Z_2 = 0$

avec $(b - b_0) h_0\, \sigma_{bc} = F_b'$

$Z_2 = \left[d - \frac{h_0}{2}\right]$

$M_2 = (b - b_0) h_0\, \sigma_{bc} \left(d - \frac{h_0}{2}\right)$.

$M_2 = (60 - 25) \cdot 8 \cdot 14,2 \left(45 - \frac{8}{2}\right) = 163016 \; N.m$

$M_1 = M_u - M_2 = 299,75 \, 10^3 - 163016$

$M_1 = 136734 \; N.m$

Section ①:

Section rectangulaire $(b_0 \times h)$ soumise à $M_1 = M_m$.

→ organigramme N° 1 en remplaçant b par b_0 et M_u par M_1.

$\mu_m = \frac{M_m}{b_0 d^2 \sigma_{bc}} = 0,190.$

$\mu_{AB} = 0,186 < \mu_m < 0,48 \Rightarrow$ Région 2. $(\varepsilon_{bc} = 3,5 ‰)$

$\varepsilon_{sl} = \frac{fe}{\gamma_s E_s} = 2,174 ‰.$

$\alpha_l = \frac{3,5}{3,5 + 2,174} = 0,617$

$\mu_l = 0,8 \alpha_l (1 - 0,4 \alpha_l) = 0,372.$

$\mu_m < \mu_l \Rightarrow A' = 0 \Rightarrow \sigma_s = \frac{fe}{\gamma_s} = 435 \; MPa$

$\alpha_m = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_m}) = 0,266.$

$\beta_m = 1 - 0,4 \alpha_m = 0,894.$

$A_1 = \frac{M_m}{\sigma_s \beta_m d} = 7,82 \; cm^2.$

× Section (2):

$\Sigma M / F'_b = 0 \Leftrightarrow M_2 - F_{s_2} z_2 = 0$

$F_{s_2} = A_2 \sigma_s$

$M_2 = A_2 \sigma_s (d - h_0/2) \Rightarrow A_2 = \frac{M_2}{\sigma_s (d - h_0/2)}$

$\Rightarrow A_2 = 9,14 \; cm^2$

$\begin{cases} A_u = A_1 + A_2 = 16,96 \; cm^2 \\ A' = 0 \end{cases}$

2) E.L.S:

vérifions les contraintes $(\sigma_b ; \sigma_s)$

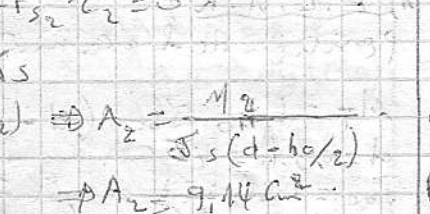
Position de l'axe neutre

$y_1 = h_0$

$S_{xx'} = b \frac{h_0^2}{2} - 15 A (d - h_0)$ $A = A_u$.

$S_{xx'} = 60 \cdot \frac{8^2}{2} - 15 \cdot 16,96 (45 - 8) = -7492,8 \; cm^2.$

$S_{xx'} < 0 \Rightarrow$ axe neutre dans la nervure



$\Rightarrow S_{y_1 y_1'} = 0$

$b_0 \frac{y_1^2}{2} + (b - b_0) h_0 \left(y_1 - \frac{h_0}{2}\right) - 15A (d - y_1) = 0$

$\Rightarrow 12,5 y_1^2 + 534,4 y_1 - 12568 = 0$

$y_1 > 0.$

K? $\Rightarrow K = \frac{M_{ser}}{I_{y_1 y_1'}}$

$I_{y_1 y_1'} = b \frac{y_1^3}{3} - (b - b_0) \frac{(y_1 - h_0)^3}{3} + 15 A (d - y_1)^2$

$I_{y_1 y_1'} = 289187,2 \; cm^4.$

$K = \frac{201,03 \, 10^3}{289187,2} = 0,7.$

$\sigma_{bc} = K y_1 = 11,2 \; MPa.$

$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 \, f_{c28} = 0,6 \times 25 = 15 \; MPa$ C.V

$\sigma_s = 15 K (d - y_1) = 430,5 \; MPa.$

$\bar{\sigma}_s = \min \left(\frac{2}{3} fe \, ; 110 \sqrt{\eta f_{t28}}\right)$

$\eta = 1,6$ (H.A)

$\bar{\sigma}_s = 201,6 \; MPa$

$\sigma_s > \bar{\sigma}_s \Rightarrow A_u$ ne convient pas à modifier les armatures à l'E.L.S.

× calcul les armatures à l'E.L.S:

Position de l'axe neutre

$M_T = \frac{b h_0^2}{30} \frac{(d - h_0/3)}{(d - h_0)} \bar{\sigma}_s$

$\bar{\sigma}_s = 201,6 \; MPa.$

$M_T = 26,64 \; KN.m.$

$M_s > M_T.$

⇒ axe neutre dans la nervure.

⇒ méthode approché

$Z = d - \frac{h_0}{2} = 45 - 4 = 41 \; cm$

$A = \frac{M_{ser}}{Z \bar{\sigma}_s} = 24,32 \; cm^2.$

$\sigma_{bc} = \left[\frac{A d}{b h_0} + \frac{h_0}{30}\right] \frac{\bar{\sigma}_s}{Z} = 12,52 \; MPa$

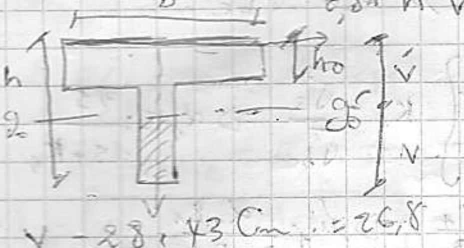
$\sigma_{bc} < \bar{\sigma}_{bc} = 15 \; MPa \Rightarrow A' = 0$

$A_{ser} = A = 24,32$ Cm² $A_u < A_{ser}$

$A'_{ser} = A' = 0$

• Armature minimale;

$M > 0 \Rightarrow A_{min} = \frac{I_{gg'}}{0,81\, h\, V} \cdot \frac{f_{t28}}{f_e}$



$V = 28,43$ Cm $= 26,8$

$V' = 21,57$ Cm $= 23,2$

$I_{g_0 g_0'} = b_0 \frac{V^3}{3} + b \frac{V'^3}{3} - \frac{(b-b_0)(V'-h_0)^3}{3}$

$I_{g_0 g_0'} = 363053,5$ Cm⁴

$f_{t28} = 0,6 + 0,06 f_{c28} = 2,1$ MPa

$A_{min} = 1,32$ Cm²

x nervure l'axe neutre

$A_{min} < A_{calculé}$

5- Armature finale;

$A = \max(A_{ser}; A_{min}) = 24,32$ Cm²

$A' = 0$ Armature de montage

• Section appliqué;

$A_a \geq A$

$\phi \leq \frac{b_0}{10} = 25$ mm

5HA25 = 24,54 Cm²

8HA20 = 25,13 Cm²

Soit $A_a = 24,54$ Cm²

7- Disposition constructive

$C = \max(C_1 = \max(1\text{Cm}; 2,5\text{Cm}); C_2 = 3\text{Cm}; C_3 = 2,5\text{Cm})$

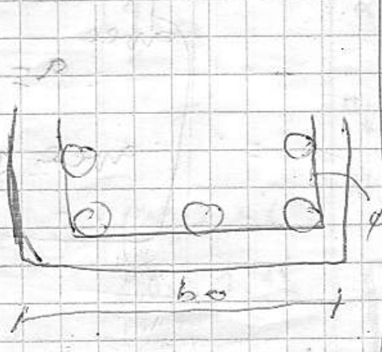
$C = 3$ Cm

$e_{Hmin} = 3,75$ Cm

$e_{Vmin} = 2,5$ Cm

fix préf $\Rightarrow \phi_t \geq 6$mm

$\Rightarrow \phi_t = 6$mm

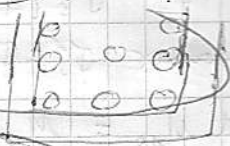


$e_h = \frac{b_0 - 2C - 2\phi_t - 3\phi}{2} = 5,1$ Cm

$e_h > e_{hmin}$

5HA25 ne convient pas;

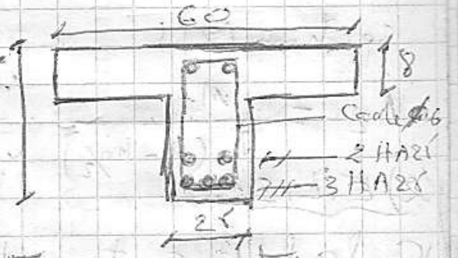
$A_a = 8HA20$.



$e_h = \frac{b_0 - 2C - 4\phi_t - 3\phi}{2}$

Ferraillage;

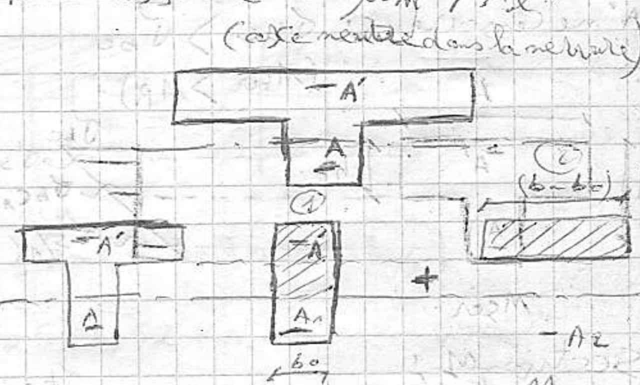
2HA8 (montage)



E) Section en T avec armature comprimé; T

1) E.L.U.R;

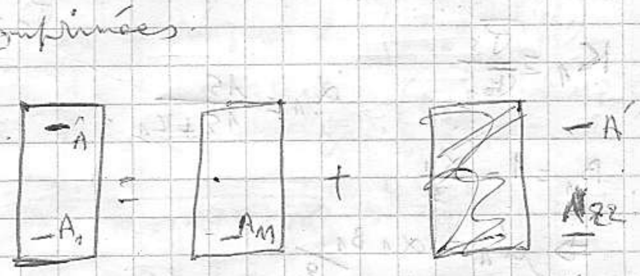
A' nécessaire si $\mu_u > \mu_l$ (axe neutre dans la nervure)



$M_u = M_1 + M_2$

$M_2 = (b - b_0) h_0 \sigma_{bc} (d - h_0/2)$

Section ①; calcul d'une section rectangulaire ($b_0 \times h$) avec armatures comprimées.



$M_{11} = M_l = \mu_l b_0 d^2 \sigma_{bc}$

$M_1 = M_l \Rightarrow \alpha = \alpha_l,\ B = B_l$

$\varepsilon_s = \varepsilon_{sl} \Rightarrow \sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$

$A_{11} = \frac{M_{11}}{\bar\sigma_s B_1 d} = \frac{M_1}{\sigma_s B_1 d}$

(1-2) : voir section rectangulaire avec A'

$A_{12} = \frac{M_{12}}{\sigma_s (d-d'_1)}$; $A' = A_{12} = \frac{M_{12}}{\sigma'_s (d-d'_1)}$

avec $\sigma'_s = \sigma_s$

et $M_{12} = M_T - M_{11}$

$A_1 = A_{11} + A_{12}$

Section (2) :

$A_2 = \frac{M_2}{\sigma_s (d - h_0/2)}$ (voir section en T sans A').

2) E.L.S :

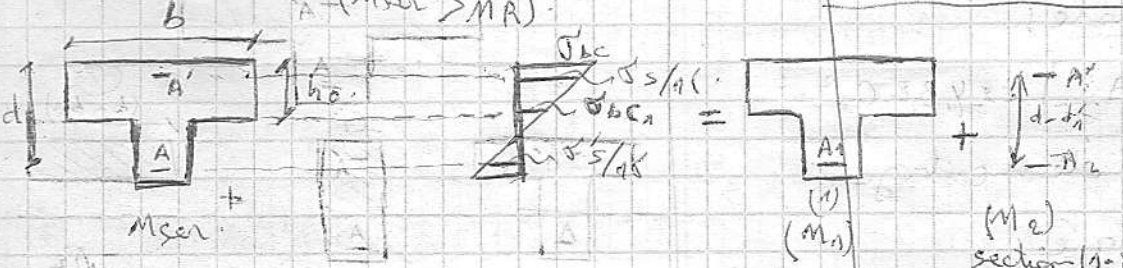
a) Calcul des contraintes :

Voir Section en T sans A' (Paragraphe III.D.2.a).

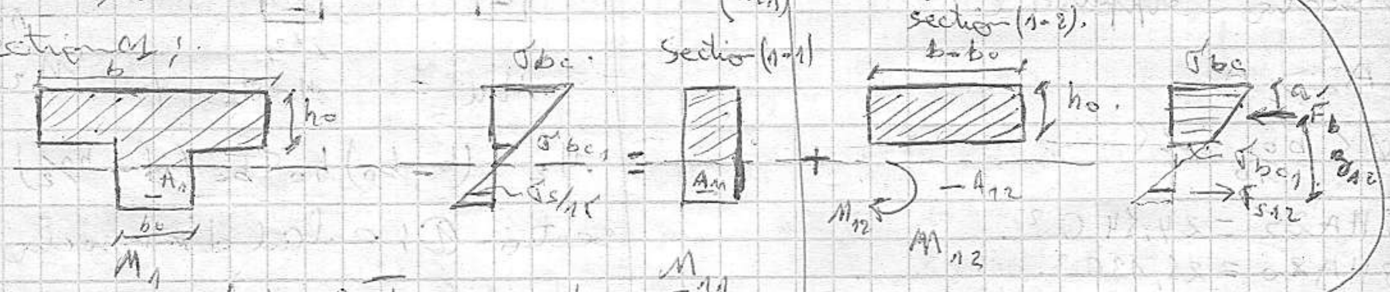
b) Calcul des armatures :

A' nécessaire si $\sigma_{bc} > \bar\sigma_{bc}$

($M_{ser} > M_R$)



Section (1) :



$M_{11} = M_R = \mu'_1 b_0 d^2 \bar\sigma_{bc}$

$\sigma_{bc} = \bar\sigma_{bc}$

$\sigma_s = \bar\sigma_s$

$K_1 = \frac{\bar\sigma_s}{\bar\sigma_{bc}}$ $\alpha_1 = \frac{15}{15 + K_1}$

$B_1 = 1 - \frac{\alpha_1}{3}$

$\Rightarrow \mu'_1 = \alpha_1 B_1 / 2$

$A_{11} = \frac{M_{11}}{\bar\sigma_s B_1 d}$

Section (1-1) :

Section rectangulaire ($b_0 \times h$).

Sans armatures comprimées

$M_{11} = M_R = \mu' b_0 d^2 \sigma_{bc}$

$\left.\begin{array}{l}\sigma_{bc} = \bar\sigma_{bc} \\ \sigma_s = \bar\sigma_s\end{array}\right\}$ $K_1 = \frac{\bar\sigma_s}{\bar\sigma_{bc}} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{15}{15 + K_1}$

$B_1 = 1 - \frac{\alpha_1}{3} \Rightarrow \mu'_1 = \frac{\alpha_1 B_1}{2}$

et $A_{11} = \frac{M_{11}}{\bar\sigma_s B_1 d}$

Section (1-2) :

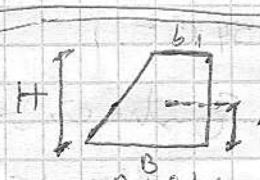
$\sum M/_{A_{12}} = 0$ (2)

$M_{12} - F'_b \cdot z_{12} = 0$

$M_{12} = F'_b \cdot z_{12}$

$F'_b = \frac{\sigma_{bc} + \sigma_{bc1}}{2} \times h_0 (b - b_0)$

appliqué à a (Centre de gravité du trapèze)



$y_G = \frac{B + 2b_1}{B + b_1} \cdot \frac{H}{3}$

avec $a = \frac{\sigma_{bc} + 2\sigma_{bc1}}{\sigma_{bc} + \sigma_{bc1}} \cdot \frac{h_0}{3}$

avec $\sigma_{bc} = \bar\sigma_{bc}$

appartir des triangle semblables;

$$\frac{\sigma_{bc1}}{\sigma_{bc}} = \frac{y_1 - h_0}{y_1} \Rightarrow \boxed{\sigma_{bc1} = \bar{\sigma}_{bc}\frac{(y_1 - h_0)}{y_1}}$$

avec $y_1 = \alpha_1 d$.

$Z_{12} = d - a$.

$\sum M/_{F_b} = 0 \Rightarrow M_{12} - F_{s12} \cdot Z_{12} = 0$

avec $F_{s12} = A_{12} \cdot \bar{\sigma}_s$ $\quad Z_{12} = d - a$

$$\Rightarrow \boxed{A_{12} = \frac{M_{12}}{\bar{\sigma}_s (d-a)}}$$

$M_1 = M_{11} + M_{12}$

$\boxed{A_1 = A_{11} + A_{12}}$

Section 2;

$M_2 = M_{ser} - M_1$

(vérifier $M_2 \leq 40\% M_{ser}$).

$$\sum M/_{A'} \Rightarrow \boxed{A_2 = \frac{M_2}{\bar{\sigma}_s (d - d_1')}}$$

On choisi $d_1' \leq d_1$

$$\sum M/_{A_2} = 0 \Rightarrow A' = \frac{M_2}{\sigma_s' (d - d_1')}$$

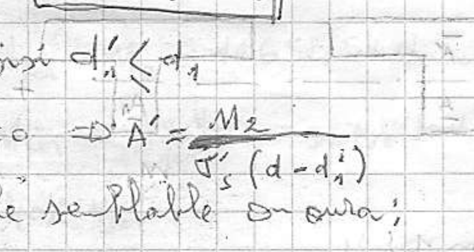
triangle semblable on aura;

$$\frac{\sigma_s'/15}{\bar{\sigma}_{bc}} = \frac{y_1 - d_1'}{y_1} \Rightarrow$$

$$\boxed{\sigma_s' = 15\,\bar{\sigma}_{bc}\frac{(y_1 - d_1')}{y_1}}$$

Finalement: $\begin{cases} A_{ser} = A_1 + A_2 \\ A'_{ser} = A' \end{cases}$

3) Application;



ELU: $M_u = +1241,33$ KN.m $\quad \begin{cases} \gamma_b = 1.5 \\ \gamma_s = 1.15 \end{cases}$

ELS: $M_{ser} = +919,5$ KN.m

Acier Fe E 400

Fiss préj

$f_{c28} = 25$ MPa.

$C_g = 25$ mm.

1) E.L.U;

organigramme n°3;

$d = 0,9\, h = 63$ cm

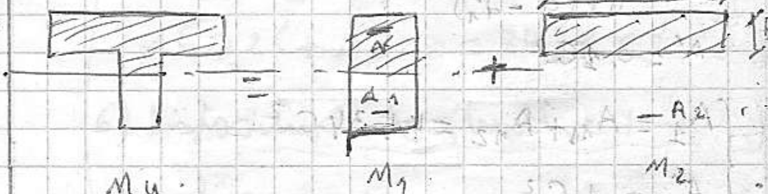
$$\sigma_{bc} = \frac{0,85\, f_{cj}}{\theta \gamma_b} = 0,85 \frac{25}{1 \times 1,5} = 14,2 \text{ MPa}$$

* position de l'axe neutre:

$M_T = b\, h_0 \sigma_{bc} (d - h_0/2)$

$M_T = 823,6$ KN.m.

$M_u > M_T \Rightarrow$ axe neutre dans la nervure



$M_2 = (b - b_0)\, h_0 \sigma_{bc} (d - h_0/2)$.

$M_2 = 576,52$ KN.m $\quad$ 1690794

$M_1 = M_n = M_u - M_2 = 664,81$ KN.m.

Section:

Section rectangulaire sollicité à $M_1 = M_n$

$$\mu_n = \frac{M_n}{b_0 d^2 \sigma_{bc}} = \frac{664.81}{63^2 \times 30 \times 14,2} = 0,393.$$

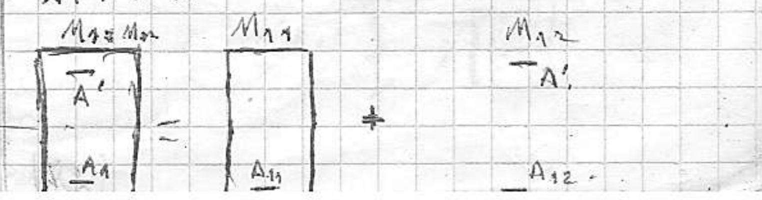
$\mu_n > \mu_{AB} \Rightarrow$ région 2 $(\varepsilon_{bc} = 3.5‰)$

$$\varepsilon_{sl} = \frac{f_e}{\gamma_s E_s} = 1,739‰ \quad (E_s = 2\,10^5 \text{ MPa}).$$

$$\alpha_l = \frac{3.5}{3.5 + 1000 \times 1,739 \times 10^{-3}} = 0,668$$

$\mu_l = 0,8\,\alpha_l (1 - 0,4\,\alpha_l) = 0,392$

$\mu_n > \mu_l \Rightarrow M_n > M_l \Rightarrow A' \neq 0$



Section (1-1) :

$M_{11} = M_l = \mu_l \, b \, \sigma_{bc} \, d^2 = 662\,791,2$ N.m

$M_{11} = M_l \Rightarrow \mu_u = \mu_l \Rightarrow \varepsilon_s = \varepsilon_{sl} \Rightarrow \sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = 348$ MPa

$\Rightarrow \beta = \beta_l = 1 - 0,4\,\alpha_l = 0,733$

$A_{11} = \frac{M_{11}}{\sigma_s \, \beta_l \, d} = 41,24$ cm²

Section (1-2) :

$M_{12} = M_u - M_{11} = 2018,75$ N.m

$40\% \, M_u = 496,53$ KN.m

$M_{12} < 40\% \, M_u$. $d_1 = 7$ cm

$A_{12} = \frac{M_{12}}{\sigma_s (d - d'_1)}$ $d'_1 \leq d_1 \Rightarrow d'_1 = 5$ cm

$A_{12} = 0,1$ cm²

$A' = \frac{M_{12}}{\sigma'_s (d - d'_1)}$ avec $\sigma'_s = \sigma_s$

$A' = 0,1$ cm²

$$\begin{cases} A_1 = A_{11} + A_{12} = 41,34 \text{ cm}^2 \\ A' = 0,1 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

Section 2 :

$A_2 = \frac{M_2}{\sigma_s (d - h_0/2)} = 28,56$ cm²

$$\begin{cases} A_u = A_1 + A_2 = 69,9 \text{ cm}^2 \\ A' = 0,1 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

~~73,63~~ ~~109,42~~ ~~83,05~~

2) E.L.S :

$M_{ser} = 919,5$ KN.m

Fiss préj ; ⇒ Calcul des armatures

⇒ organigramme n° 4.

$\bar{\sigma}_s = \min\left(\frac{2}{3} f_e \,;\, 110\sqrt{\eta \, f_{tj}}\right)$ $\eta = 1,6$ (HA).

$f_{tj} = 0,6 + 0,06 \, f_{cj} = 2,1$ MPa.

$\Rightarrow \bar{\sigma}_s = 201,6$ MPa.

$M_T = \frac{b \, h_0^2}{30} \cdot \frac{(d - h_0/3)}{d - h_0} \, \bar{\sigma}_s$

$M_T = 75\,652,83$ N.m

$M_{ser} > M_T$ dans la nervure

⇒ methode approché avec

$Z = d - h_0/2 = 58$ cm

$A = \frac{M_{ser}}{\bar{\sigma}_s \cdot Z} = 78,64$ cm².

$\sigma_{bc} = \left[\frac{A \cdot d}{b \cdot h_0} + \frac{h_0}{30}\right] \cdot \frac{\bar{\sigma}_s}{Z}$

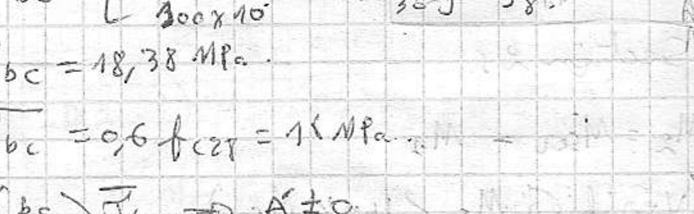
$\sigma_{bc} = \left[\frac{78,64 \times 63}{300 \times 10} + \frac{10}{30}\right] \frac{201,6}{58}$

$\sigma_{bc} = 18,38$ MPa

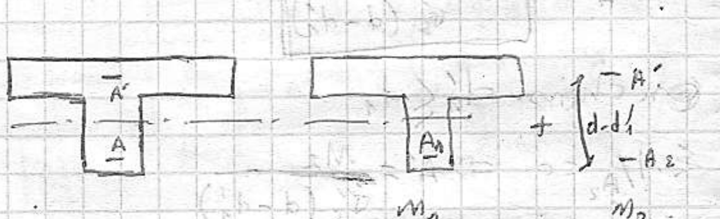
$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 \, f_{c28} = 15$ MPa

$\sigma_{bc} > \bar{\sigma}_{bc} \Rightarrow A' \neq 0$

⇒ Section en T avec A'



Section 1 :



Section 1-1 :

$M_{11} = M_R = \mu'_1 \, b_0 \, d^2 \, \bar{\sigma}_{bc}$

$\left.\begin{array}{l} \sigma_s = \bar{\sigma}_s \\ \sigma_{bc} = \bar{\sigma}_{bc} \end{array}\right\} \Rightarrow K_1 = \frac{\bar{\sigma}_s}{\bar{\sigma}_{bc}} = 13,44 \Rightarrow \alpha_1 = \frac{15}{15 + K_1} = 0,527$

$\beta_1 = 1 - \frac{\alpha_1}{3} = 0,824$

$\mu'_1 = \frac{\alpha_1 \beta_1}{2} = 0,217$

$M_{11} = 0,217 \cdot 30 (63)^2 \cdot 15 = 38793906$ N.m

$A_{11} = \frac{M_{11}}{\sigma_s \, \beta_1 \, d} = 37,05$ cm²

Section 1-2 :

$M_{12} = F'_b \cdot z_{12}$

$F'_b = (b - b_0)\, h_0 \dfrac{\sigma_{bc} + \sigma_{bc1}}{2}$

$\sigma_{bc1} = \sigma_{bc} \dfrac{(y_1 - h_0)}{y_1}$

avec $y_1 = \alpha_1 d = 0{,}527 \cdot 63 = 33{,}2$ Cm

$\sigma_{bc1} = 15 \dfrac{(33{,}2 - 10)}{33{,}2} = 10{,}48$ MPa.

$F'_b = (100 - 30)\, 10 \dfrac{15 + 10{,}48}{2} \cdot 100 = 891800$ N.

$a = \dfrac{h_0}{3} \dfrac{\sigma_{bc} + 2\sigma_{bc1}}{\sigma_{bc} + \sigma_{bc1}} = 4{,}7$ Cm.

$z_{12} = d - a = 63 - 4{,}7 = 58{,}3$ Cm

$M_{12} = F'_b \cdot z_{12} = 891800 \times 58{,}3\ 10^{-2} = 519919{,}46$ N.m.

$A_{12} = \dfrac{M_{12}}{\sigma_s \cdot (z_{12})} = 44{,}24\ Cm^2$.

$A_1 = A_{11} + A_{12} = 81{,}29\ Cm^2$.

$M_1 = M_{11} + M_{12} = 907849{,}46$ N.m

Section 2 :

$M_2 = M_{ser} - M_1 = 11650{,}54$ N.m.

$40\%\ M_{ser} = \dfrac{40 M_{ser}}{100} = 367{,}8$ KN.m.

$M_2 < 40\%\ M_{ser}$

$A_2 = \dfrac{M_2}{\sigma_s (d - d'_1)} = \dfrac{11650{,}54}{201{,}6 (63-5)} = 1\ Cm^2$. $\quad d'_1 = 5$ Cm.

$A' = \dfrac{M_2}{\sigma'_s (d - d'_1)}$

triangle semblables :

$\dfrac{\sigma'_s}{15} \Big/ \dfrac{\sigma_s}{15} = \dfrac{y_1 - d'_1}{d - y_1} \Rightarrow \sigma'_s = \sigma_s \dfrac{y_1 - d'_1}{d - y_1}$

$y_1 = 31{,}33$ Cm :

$\Rightarrow \sigma'_s = 191$ MPa.

$\Rightarrow A' = 1{,}05\ Cm^2$.

Finallement $\begin{cases} A_{ser} = A_1 + A_2 = 82{,}29\ Cm^2 \\ A'_{ser} = A' = 1{,}05\ Cm^2 \end{cases}$

3) Condition de non fragilité :

Inutile de vérifié A_{min} quand $A' \neq 0$

4) Armatures finalles :

$A_{ser} + A'_{ser}, (A'_u + A_u)$ max

$A + A' = \max \{A_u + A'_u \,;\, A_{ser} + A'_{ser}\}$.

$= A_{ser} + A'_{ser}$.

$\begin{cases} A = A_{ser} = 82{,}29\ Cm^2. \\ A' = A'_{ser} = 1{,}05\ Cm^2. \end{cases}$

5) Sections appliquées :

• $A = 82{,}29\ Cm^2$. $\quad \phi \leq \dfrac{b_0}{10} = 30$ mm.

$\phi_{max} = 25$ mm.

$A = 82{,}29\ Cm^2$

$\Rightarrow A_a = 17\ \phi 25 = 83{,}45\ Cm^2$.

$27\ \cancel{\phi 20} = 62{,}83 + 21{,}99$

$A_a = 84{,}82\ Cm^2$

$15\ \phi 25 + 3\ \phi 20 = 83{,}05\ Cm^2$.

$16\ \phi 25 + 2\ \phi 20 = 84{,}82\ Cm^2$.

6) Disposition Constructive :

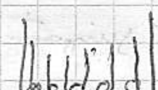
_enrobage

$e_{h\,min} = 3{,}75$ Cm.

$e_{v\,min} = 2{,}5$ Cm.

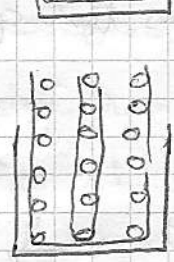
Soit $A_a = 15\ \phi 25 + 3\phi 20 = 83{,}05\ Cm^2$.

$\phi_t = 6$ mm.



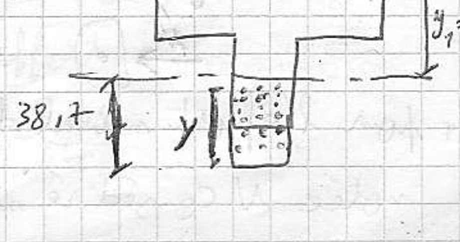
$e_h = \dfrac{b - 2c - 6\phi_t - 5\phi}{4}$

$e_h < e_{h\,min}$



$e_h = \dfrac{b_0 - 4\phi - 2c - 3\phi}{2} = 7{,}05$.

$e_h > e_{h\,min}$



Il faut $y < H$.

$y = c + \emptyset_t + 5\emptyset 25 + 1\emptyset 20 + 5e_v$

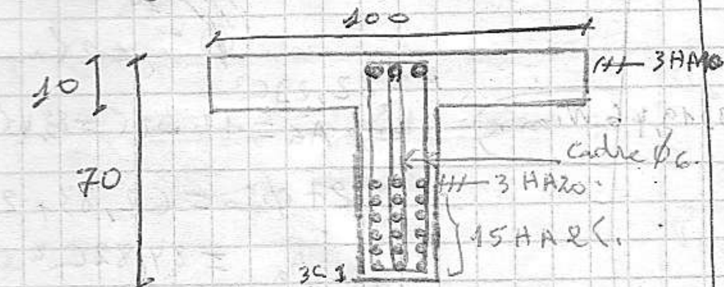
$y = 3 + 0,6 + 12,5 + 2 + 12,5$

$y = 30,6$ cm $\Rightarrow y < H$.

si $y > H \Rightarrow$ soit changé la combinaisons pour diminué y.

soit regroupé les barres on paqués.

Ferrallage;



[$A' \neq 0 \Rightarrow$ min $A' = 10$ ...]

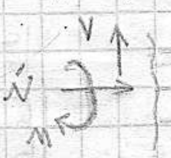
$3HA10 = 2,36$.

flexion composée;

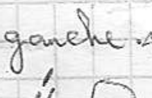
I - Définition - Généralités;

flexion composée = moment fléchissant + effort normal + effort tranchant.

* L'efforts tranchant sera étudié par la suivant (chap 8).
* Dans tout qui suit on supposera $M > 0$.

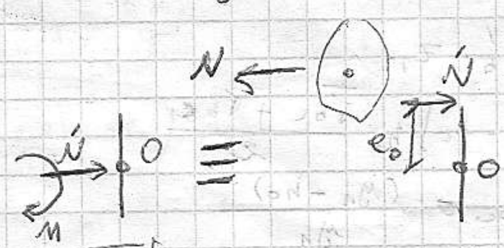


effort normal de compression noté N' considéré positif (+), il sera dirigé de ~~droite vers~~ gauche vers droite.



* pour l'effort normal de traction notée N considéré négatif (-)

le sens dirigé droite vers gauche.



$$\boxed{e_0 = \frac{M}{N}}$$

* 3 cas possible;

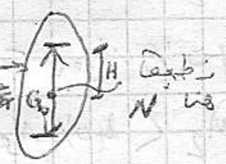
• section entiennement tendu (S.E.T)

• // // comprimé (S.E.C)

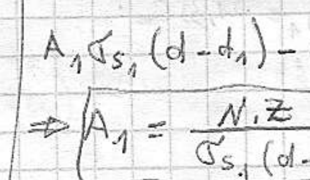
• // partielement comprimé (S.P.C)
(// tendu) (S.P.T).

II Section entièrement tendue (S.E.T);

une section est entiennement tendu si l'effort normal est un effort de traction appliquée à l'interieur d'une sigment limité par les armatures (entre les armatures



S.E.T $\Rightarrow$ Beton n'intervient pas



(excentrité N ... M e N ≡ ...)

$\sum M/_{A_2} = 0 \Rightarrow F_{s_1} \times (d - d_1) - N.Z = 0$

$F_{s_1} = A_1 \sigma_{s_1}$

$A_1 \sigma_{s_1}(d - d_1) - N.Z = 0$

$$\Rightarrow \boxed{A_1 = \frac{N.Z}{\sigma_{s_1}(d - d_1)}}$$

$\sum M/_{A_1} = 0 \Rightarrow N(d - d_1 - Z) - F_{s_2}(d - d_1)$

$\Rightarrow N(d - d_1 - Z) - A_2 \sigma_{s_2}(d - d_1) = 0 \quad \ldots (2)$

$$\boxed{A_2 = \frac{N(d - d_1 - Z)}{\sigma_{s_2}(d - d_1)}}$$

$d_1 = d_2 = h/10$

1) E.L.U.R ;

S.E.T ; ⇒ Région 1 pivot A. ($\varepsilon_s = 10‰$)

$\sigma_{s_1} = \sigma_{s_2} = \sigma_{10} = \frac{fe}{\gamma_s}$.

$$\boxed{A_{1u} = \frac{N_u \cdot Z_u}{\sigma_{10}(d-d_1)}}$$

$$\boxed{A_{2u} = \frac{N_u(d-d_1-Z_u)}{\sigma_{10}(d-d_1)}}$$

2) E.L.S ;

a) Calcul des armatures ;

pour des raisons économiques $\sigma_s = \sigma_{s_2} = \bar{\sigma}_s$

$$\boxed{A_{1\,ser} = \frac{N_{ser}\, Z_{ser}}{\bar{\sigma}_s(d-d_1)}}$$

$$\boxed{A_{2\,ser} = \frac{N_{ser}(d-d_1-Z_{ser})}{\bar{\sigma}_s(d-d_1)}}$$

b) Calcul des contraintes ;

eq ① ⇒ $\sigma_{s_1} = \frac{N_{ser}\, Z_{ser}}{A_1(d-d_1)}$.

eq ② ⇒ $\sigma_{s_2} = \frac{N_{ser}(d-d_1-Z_{ser})}{A_2(d-d_1)}$.

3) Condition de non fragilité ;

$A_{min} = \frac{B\, f_{tj}}{fe}$. B ; section du Béton

on doit avoir $A_1 + A_2 \geq A_{min}$.

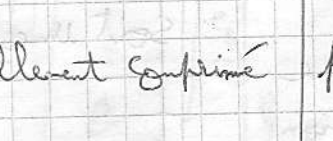
$A = \max(A_{1u} + A_{2u}\ ;\ A_{min}\ ;\ A_{1ser} + A_{2ser})$.

II section P.C (S.P.C) où (S.P.T) ;

1) E.L.U.R ;

une section sera partiellement comprimé si ; -

1er Cas : efforts normal (de traction où de compression) est appliqué en dehors du segment limité par les armatures ;



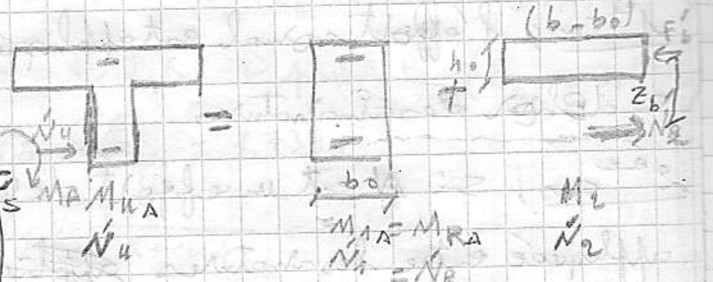
2ème cas ; l'effort normal est un effort de compression appliquée entre les armatures et

* pour section rectangulaire

$\mu_A = \frac{M_{uA}}{b d^2 \sigma_{bc}} < \mu_{BC} = 0,48$.

M_{uA} ; moment par rapport aux armatures tendu (A ...)

* pour une section en "T" ;



M_R ; moment réduite.

$N_2' - F_b' = 0 \Rightarrow N_2' = F_b' = (b-b_0)\, h_0\, \sigma_{bc}$

$M_2 = F_b' \cdot Z_b = (b-b_0)\, h_0\, \sigma_{bc}\,(d - \frac{h_0}{2})$

⇒ $M_{RA} = M_{uA} - M_2$

$N_R' = N_u' - N_2'$

et on revien aux calcul d'une section rectangulaire $b_0 \times h$ soumis par M_{RA} et N_R'.

* Pour calculé en flexion composé une S.P.C., on calculera cette section en flexion simple sous l'effet d'un moment = moment calculé par rapport au centre de gravité des armatures tendu, et on obtient A_1 et A_1'.

Pour déterminer les armatures en flexion composé :

a) N_u = effort de compression

$A_u = A_1 - \frac{N_u'}{\sigma_s}$

$A_u' = A_1'$

b) N_u = effort de traction

$$A_u = A_1 + \frac{|N_u|}{\sigma_s}$$

2) E.L.S ;

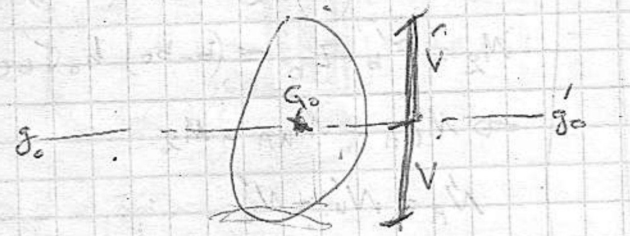
a) Calcul des armatures ;

Une S.P.C si ;

1er cas ; l'effort normal est appliquée en dehor des armatures

2ème cas ; si N est un effort de compression appliquée entre les armatures et :

$$e_{G_0 ser} = \frac{M_{G_0 ser}}{N'_{ser}} > \frac{I_{g_0 g_0'}}{B \cdot V}$$



G_0 ; Centre de gravité du beton seul.

B ; section du bétons.

Pour les armatures même chose que l'E.L.U.

Calcul en flexion simple avec M_{serA} (moment par rapport aux armatures tendu)

et on obtient A_1 et A'_1

pour la flexion composé ;

$$\left.\begin{array}{l} A_{ser} = \dfrac{-N'_{ser}}{\sigma_s} + A_1 \\ A'_{ser} = A'_1 \end{array}\right\} \text{effort de compression}$$

$$\left.\begin{array}{l} A_{ser} = A_1 + \dfrac{|N_{ser}|}{\sigma_s} \\ A'_{ser} = A'_1 \end{array}\right\} \text{effort de traction}$$

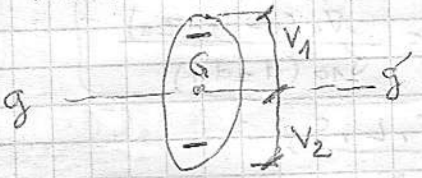
b) Calcul des contraintes ;

Une S.P.C si ;

1er cas ; N est appliquée en dehor des segment limité par des armatures.

2ème cas ; si N est un effort de compression appliquée entre les armatures et ;

$$e_{G \cdot ser} = \frac{M_{G ser}}{N_{ser}} \leq \frac{I_{gg'}}{B_0 V_2}$$



G ; Centre de gravité de la section homogène.

B_0 ; section homogène

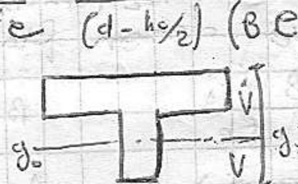
Condition de non fragilité ;

• Section rectangulaires ;

$$A_{min} = 0{,}23\, b\, d \frac{f_{tj}}{f_e} \frac{(e_{G ser} - 0{,}45 d)}{(e_{G_0 ser} - 0{,}185 d)}$$

• Section en "T" ;

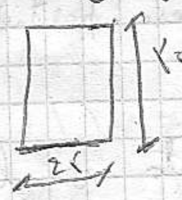
$$A_{min} = \frac{B f_{tj}}{f_e} \frac{I_{g_0 g_0'}}{(d - h_0/2)} \frac{(e_{G_0 ser} - V' + h_0/2)}{(B\, e_{G_0 ser} V - I_{g_0 g_0'})}$$



$e_{G_0 ser}$ à le même signe que l'effort normal

Application ;

Soit une section $(25 \times 50)\ cm^2$.



Soumis à ; • E.L.U.R ; $\begin{cases} M_{u G_0} = 110{,}7\ kN.m \\ N_u = 150\ kN \end{cases}$ appliqué au centre de gravité

• E.L.S ; $\begin{cases} M_{ser G_0} = 74765{,}6\ N.m \\ N'_{ser} = +105\ kN. \end{cases}$ appliqué au centre de gravité.

Acier Fe E 400 ($\gamma_s = 1{,}15$).

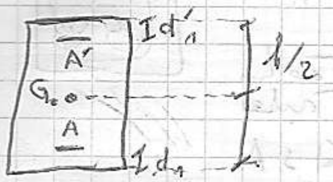
Fiss préj

$f_{c28} = 25\,MPa$, ; $C_g = 25\,mm$.

1) E.L.U.R :

$e_{G_0u} = \frac{M_{uG_0}}{N_u} = \frac{110{,}7}{105} = +73{,}8\,Cm$

⇒ excentricité vers le haut.
(N'_u appliqué au dessus de G_0).



Soit $d'_1 = d_1 = h/10 = 5\,Cm$.

$h/2 - d'_1 = 25 - 5 = 20\,Cm$.

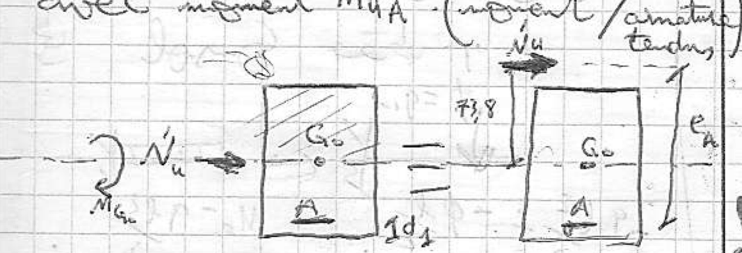
$e_{G_0u} > h/2 - d'_1$.

N'_u est en dehor de sigment limitée par les armatures.

⇒ S.P.C.

on néglige S.E.T car l'efforts ~~est~~ effort de compression.

⇒ Calcul en flexion simple avec moment M_{uA} (moment / armature tendus)



$M_{uA} = M_{G_0u} + N'_u\,(h/2 - d_1)$

≡

$M_{uA} = N'_u \cdot e_A = N'_u\,(e_{G_0u} + h/2 - d_1)$

$M_{uA} = 110{,}7 + 150\,(25-5)\,10^{-2} = 140{,}7\,kN.m$

Calcul en flexion simple d'une section (25×50) soumis à M_{uA}.

⇒ organigrame n° 1.

en remplaçant M_u par M_{uA}.

$\mu = \frac{M_{uA}}{b\,d^2\,\sigma_{bc}}$

$d = h - d_1 = 45\,Cm$.

$\sigma_{bc} = \frac{0{,}85\,f_{cj}}{\theta\,\gamma_b} = 14{,}2\,MPa$.

($\gamma_s = 1{,}15 \Rightarrow \gamma_b = 1{,}5$)

$\mu = 0{,}196 \Rightarrow$ pivot B ($\varepsilon_{bc} = 3{,}5\,‰$)

$\varepsilon_{sl} = \frac{f_e}{\gamma_s E_s} = 1{,}739\,‰$.

$\alpha_l = \frac{3{,}5}{3{,}5 + 1000\,\varepsilon_{sl}} = 0{,}668$.

$\mu_l = 0{,}8\,\alpha_l\,(1 - 0{,}4\,\alpha_l) = 0{,}392$.

$\mu < \mu_l \Rightarrow A' = 0$ et $\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = 348\,MPa$.

$\alpha = 1{,}25\,(1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 0{,}275$.

$B = 1 - 0{,}4\,\alpha = 0{,}89$.

$\begin{cases} A_{1u} = \frac{M_{uA}}{\sigma_s\,B\,d} = 10{,}1\,Cm^2 \\ A'_{1u} = 0 \end{cases}$

pour la flexion composé :

effort de compression N'_u

$\Rightarrow A_u = A_{1u} - \frac{N'_u}{\sigma_s} = 10{,}1 - \frac{150 \times 10^3}{348 \times 100}$

$\boxed{A_u = 5{,}79\,Cm^2}$

$\frac{N'_u}{\sigma_s}$

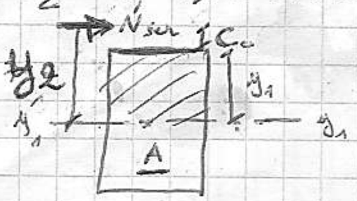
$\begin{cases} A_u = 5{,}79\,Cm^2 \\ A'_u = A'_{1u} = 0. \end{cases}$

2) E.L.S :

Vérification des contraintes

$e_{G_0ser} = \frac{M_{G_0ser}}{N'_{ser}} = +71{,}2\,Cm$.

$e_{G_0ser} > h/2 - d'_1 \Rightarrow$ S.P.C.



$C_0 < 0$

$y_2 > 0$

$y_1 = y_2 + C_0$