# CHAPITRE **3**

# RESISTANCE AU CISAILLEMENT DES SOLS

# **1 GENERALITES**

Il a été étudié dans les chapitres précédents le comportement du sol sous de faibles déformations. L'objet de ce chapitre concerne au contraire les grandes déformations et la rupture c'est à dire, la résistance au cisaillement des sols.

On énoncera la loi de Coulomb dont on tirera de nombreuses conséquences dans les chapitres suivants et on étudiera les principaux essais permettant de déterminer les caractéristiques mécaniques de résistance au cisaillement des sols.

# 2 LOI DE COULOMB (1775)

#### 2.1 Comportement à court terme et comportement à long terme.

On rappelle qu'un sol est un ensemble de trois phases : solide, liquide, et gazeuse. On rappelle également qu'il faut faire la distinction entre contraintes effectives et contraintes totales.

Il a été vu en hydraulique des sols que l'écoulement de l'eau dans un sol saturé n'était pas instantané et que la vitesse d'écoulement de l'eau dans un sol dépendait de son coefficient de perméabilité.

Dans les sols grenus, le coefficient de perméabilité a une valeur élevée, si bien qu'ils se drainent presque instantanément lorsqu'ils sont soumis à des charges extérieures ; Le comportement du sol ainsi que sa résistance au cisaillement ne sont régis que par le comportement du squelette solide.

Dans les sols fins, le coefficient de perméabilité est faible et sous l'effet des charges extérieures, l'eau met un temps très long à s'écouler. On distingue ainsi deux comportements extrêmes de ces sols :

- un comportement à court terme, lorsque l'eau n'a pas encore eu le temps de s'évacuer. Le sol se déforme à volume constant et l'eau joue un rôle important dans le comportement mécanique.
- un comportement à long terme, où au bout d'un temps assez long, l'eau s'est évacuée et les surpressions interstitielles provoquées par l'application des charges se sont dissipées. Le comportement du sol est alors celui du squelette solide. L'eau libre ne joue plus aucun rôle.
- A ces deux types de comportement correspondent des caractéristiques de résistances au cisaillement différentes pour un même sol fin.

## 2.2 Courbe intrinsèque, critère de Mohr Coulomb

Supposons un sol soumis à des systèmes de charges différentes. Pour chaque système, on peut tracer à la rupture un cercle de Morh lui correspondant. L'enveloppe des cercles de Morh à la rupture est appelée **courbe intrinsèque.** 

Coulomb a montré que la courbe intrinsèque des sols était une droite d'équation

$$\tau = \sigma' t g \varphi' + c'$$

- c' a les dimensions d'une contrainte et caractérise la cohésion.

 $^{arphi}$  ' est un angle appelé angle de frottement interne

 $H = \frac{c}{tg\phi}$  est la résistance du sol à la traction





# 3. DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DE PLASTICITE :

Plusieurs types d'essais sont utilisés pour déterminer les caractéristiques de plasticité ; on distingue :

- les essais de mesure in situ (scissomètre, rhéotest, pénétromètre...)
- les essais de laboratoire (compression simple, essai de cisaillement rectiligne ou boîte de Casagrande, essai de compression triaxial)

On ne s'intéressera dans ce chapitre qu'aux essais de laboratoire.

#### 3.1 La boîte de cisaillement (boîte de Casagrande)

L'échantillon est placé entre deux demi-boîtes, une supérieure  $C_1$  qui peut coulisser horizontalement sur une inférieure  $C_2$  (fig.3.2)

Le sol est placé entre deux pierres poreuses qui permettent le drainage de celui-ci. On peut remplacer les pierres poreuses par des plaques pleines et le sol ne peut plus se drainer, du moins théoriquement.



Fig. 3.2 Boîte de Casagrande.

L'appareil comporte un dispositif de chargement qui permet d'appliquer une charge verticale N par l'intermédiaire d'un piston.

L'essai consiste à tirer horizontalement sur la demi-boîte supérieure de façon à cisailler le sol selon le plan  $\pi$ . On mesure l'effort horizontal T en fonction de  $\Delta l$  (fig.3.3)

L'essai se fait à vitesse contrôlée V

Soit :

- S la section de l'échantillon selon le plan  $\pi$
- $\sigma_i = \frac{1}{S}$  la contrainte normale appliquée à L'échantillon,
- $\tau_i = \frac{1}{S}$  la résistance au cisaillement



Fig3.3 variation des contraintes de cisaillement en f( $\Delta l$ ).

# 3.2 L'appareil triaxial

L'éprouvette de sol a la forme d'un cylindre droit. Elle est placée dans une cellule appelée cellule triaxiale. L'éprouvette est contenue dans une gaine élastique étanche et parfaitement déformable. Son extrémité inférieure ou ses deux extrémités, selon le montage, son au contact d'une pierre poreuse.

La cellule est remplie d'eau. Le dispositif d'essai permet de mettre cette eau en pression, ce qui conduit à appliquer une contrainte isotrope  $\sigma_3$  à

l'éprouvette (on a ici  $\sigma_2 = \sigma_3$ ).

D'autre part l'éprouvette peut être comprimée verticalement à l'aide d'un piston. Soit P la charge ainsi appliquée.

La déformation verticale  $\Delta l$  de l'éprouvette est mesurée à l'aide d'un comparateur.



Fig. 3.4 Appareil de compression triaxial

Un robinet R permet, s'il est ouvert, le drainage de l'éprouvette par l'intermédiaire des pierres poreuses, l'essai est alors dit *drainé*. S'il est fermé, le sol ne peut pas se drainer, l'essai est dit *non drainé*.

Si R est fermé et le sol saturé, on peut mesurer la *pression interstitielle* de l'eau du sol à l'aide d'un capteur de pression.

Si R est ouvert, une burette permet de mesurer la quantité d'eau expulsée ou absorbée par l'échantillon. Pour les essais avec mesure de la pression interstitielle, il faut que le dispositif soit saturé.

L'essai proprement dit consiste, pour une pression  $\sigma_3$  constante, à faire croître *P*. Par raison de symétrie, les contraintes principales  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  sont respectivement verticales et horizontales.

Comme  $\sigma_3$  s'applique également sur la face supérieure de l'éprouvette, on a :

$$\sigma_1 = \frac{P}{S} + \sigma_3$$

avec S = section de l'éprouvette

Au moment de la rupture, on connaît donc le déviateur maximal des contraintes  $\sigma_1 - \sigma_3$ Correspondant au cercle de Mohr tangent à lacourbe intrinsèque (fig.3.5).

Si l'essai est répété pour différentes valeurs de  $\sigma_3$ , on a plusieurs cercles de Mohr et il est alors possible de tracer la courbe intrinsèque(fig. 3.6)



Fig. 3.5 Courbe contrainte / déformation

**NB** : Comme pour le cisaillement rectiligne, les valeurs de c et  $\varphi$  dépendent des conditions d'essais.



Fig. 3.6 Détermination de la droite intrinsèque d'un sol

# **4 RESISTANCE AU CISAILLEMENT DES SOLS GRENUS SANS COHESION**

Les sols grenus sans cohésion sont aussi appelés sols pulvérulents. (Sable propre, graviers...).

#### 4.1 Courbe intrinsèque d'un sol pulvérulent.

La théorie de coulomb montre et les essais effectués sur un sol pulvérulent à la boîte de Casagrande ou à l'appareil triaxial le confirment, que la courbe intrinsèque d'un tel type de sol est une droite passant à l'origine.

$$\tau = \sigma . tg\varphi$$



Fig. 3.7 Courbe intrinsèque d'un sol pulvérulent

Par ailleurs, quel que soit l'état hydrique du sable, l'angle de frottement interne φ a la même valeur.

#### 4.2 Paramètres influençant l'angle de frottement interne d'un sol pulvérulent

La résistance au cisaillement d'un sol pulvérulent est déterminée par la valeur de son angle de frottement interne , qui dépend principalement de deux paramètres : Le coefficient de frottement entre les graines et de la compacité.

L'angle de frottement interne dépend beaucoup du coefficient de frottement entre les grains  $tg \psi$  cependant est toujours plus grand que (angle de frottement grain par grain). = 30° à 45°  $\psi \approx 23^\circ$ ; Ceci est dû à la compacité.

Suivant qu'un sol pulvérulent est lâche ou serré, la valeur de l'angle de frottement interne est différente. Cette valeur varie dans le même sens que l'indice de densité.

# 5. RESISTANCE AU CISAILLEMENT DES SOLS FINS SATURES

#### 5.1. La remise sous ccontrainte

La remise sous contrainte consiste à remettre l'échantillon de sol taillé dans une carotte et à l'étudier lors d'un ess ai dans le même état de contrainte que celui régnant in situ



Cette remise sous contrainte se fait généralement avant tout essai de résistance au cisaillement et particulièrement dans le cas des essais lents ; c'est à dire drainés.



Fig.3.8 Remise sous contrainte

Dans le cas de la figure ci-dessus, les contraintes effectives verticales et horizontales sur les grains solides, sont :

$$\sigma_1 = \gamma' h$$

 $\sigma_3' = K_0 \gamma' h$ ;  $K_0$  étant le coefficient de poussée des terres au repos.

 $u = \gamma h$  est la pression hydrostatique ou pression interstitielle.

La remise sous contrainte s'effectue de la manière suivante :

#### 5.1.1. Boite de cisaillement de Casagrande

On applique à l'échantillon de sol une contrainte normale totale  $\sigma_1 = \gamma' h$  et on attend jusqu'à ce qu'il y ait eu consolidation complète sous cette contrainte (u = 0,  $\sigma_1 = \sigma_1' = \gamma' h$ )



Après consolidation

Fig. 3.9 Remise sous contrainte à la boîte de cisaillement

#### 5.1.2. Appareil triaxial

On applique à l'échantillon une contrainte isotrope  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \gamma' h$  en laissant l'orifice de drainage ouvert. Lorsque l'échantillon est reconsolidé, la pression interstitielle est nulle (u = 0) et l'on a :

$$\sigma_1' = \sigma'_2 = \sigma'_3 = \gamma' h$$

Avant consolidation

Échantillon reconsolidé

$$\sigma = \gamma' h$$

$$t = 0, \begin{cases} \sigma' = 0 \\ u = \gamma . h \end{cases}$$

$$\sigma = \gamma' h$$

$$\sigma' = \gamma' h$$

$$u = 0$$

Fig. 3.10 Remise sous contrainte à l'appareil triaxial

#### 5.2. Essai consolidé drainé (CD)

L'essai CD permet de déterminer les caractéristiques intrinsèques du squelette du sol ; il correspond au comportement du sol à long terme.

On commence par consolider l'échantillon de sol sous une contrainte isotrope  $\sigma_0$ ; c'est à dire qu'ayant appliqué cet état de contrainte, on le maintien, orifice de drainage ouvert, jusqu'à ce que la pression interstitielle se soit annulée (u = 0)



Fig. 3.11 Essai consolidé drainé

Puis laissant la contrainte latérale  $\sigma_3$  constante à l'appareil triaxial (Contrainte normale constante dans la boîte de Casagrande), on augmente très lentement la contrainte axiale  $\sigma_1$  (Contrainte tangentielle à la boîte de Casagrande), en laissant les orifices de drainage ouvert. De façon qu'à tout instant, la pression interstitielle soit nulle (u = 0). On poursuit l'essai jusqu'à rupture complète de l'échantillon.

La courbe intrinsèque obtenue (Fig. 3.12) à partir des résultats de plusieurs essais est toujours approximativement une droite dont les caractéristiques sont les suivantes,

- $\phi'$ : appelé angle de frottement effectif est l'angle que fait la droite intrinsèque avec l'axe des contraintes normales.
- c' : appelée cohésion drainée est la valeur de l'ordonnée à l'origine de la droite intrinsèque.

L'équation de la droite intrinsèque d'un sol fin saturé dite équation de Morh Coulomb est :  $\tau = \sigma' t g \phi' + c'$ 



La seule différence avec le squelette des sols grenus réside dans la cohésion effective des sols fins surconsolidés.

Dans les sols normalement consolidés, la résistance au cisaillement n'est due qu'aux contraintes effectives qui s'exercent au moment de la rupture, donc qu'à l'assemblage des grains et des particules de sol. Il n'y a pas de cohésion effective (Fig. 3.12-b).

Dans les sols sur consolides, la cohésion effective est due à une adhésion entre les grains, adhésion

provoquée par la préconsolidation  $( \sigma_c > \sigma_{V0})$ .

#### 5.3 Essai non consolidé non drainé, et concept de cohésion non drainée

L'essai non consolidé non drainé (UU) correspond au comportement à court terme du sol en place.

Il s'effectue à l'appareil triaxial ou à la boîte de cisaillement si le sol est très imperméable. Dans ce cours, il sera décrit à l'appareil triaxial.

L'échantillon de sol « intact » c'est-à-dire non remanié, est soumis, *orifice de drainage fermé*, à l'état de contrainte isotrope.  $\sigma_0$ .

Puis, toujours avec les orifices de drainage fermés, on augmente jusqu'à la rupture la contrainte  $\sigma_1$  tout en laissant la contrainte latérale  $\sigma_3$  constante.

La résistance au cisaillement du sol ainsi déterminée est indépendante de la valeur de la contrainte isotrope initiale.

En effet après extraction, l'échantillon de sol n'étant soumis à aucune surcharge ( $\sigma_3 = \sigma_1 = 0$ ), il se décomprime et une surpression interstitielle négative s'y développe. L'état de contraintes initial est donc le suivant :



Fig. 3.13 Etat de contraintes initial

Lors de la mise en compression isotrope de l'échantillon, on augmente les contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  d'une même valeur  $\sigma_0$  Les orifices de drainage étant fermés, cet accroissement de contrainte isotrope  $\sigma_0$  provoque une augmentation de la pression interstitielle. Par suite, les contraintes effectives restent inchangées et les déformations demeurent les mêmes puisque celles-ci ne dépendent que du squelette solide. L'état des contraintes est alors :



Fig. 3.14 Mise en compression isotrope

Le cisaillement se réalise sans drainage et donc à volume constant et à contrainte latérale constante ( $\sigma_3 = \sigma_0$ ). Par conséquent, la surpression interstitielle  $\Delta u$  qui en résulte ne dépend que du déviateur de contraintes appliqué ( $\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_1 - \sigma_0$ ):

$$\Delta u = f[\Delta(\sigma_1 - \sigma_3)] = f(\Delta_{\sigma_1})$$

L'état de contraintes effectives à la rupture  $(\sigma_1 ', \sigma_3 ')$  est donc indépendantes de la valeur de la contrainte isotrope initiale  $\sigma_0$ .



Fig. 3.15 Etat de contraintes à la rupture.

Les différents cercles de Morh à la rupture, en contraintes totales, sont simplement translatés parallèlement à l'axe des contraintes normales. Ils ne correspondent qu'à un seul cercle de Morh en contraintes effectives. (Fig. 3.16)



Fig. 3.16 Résultats d'essais UU

L'enveloppe de ces cercles est une droite parallèle à l'axe des dont l'ordonnée à l'origine est appelée cohésion non drainée et notée  $c_u$ 

Ce résultat, uniquement démontré en sollicitation triaxiale, est en fait supposé valable pour toutes les sollicitations : on considère ainsi qu'un sol fin saturé en condition non drainée a comme critère de rupture, :

 $\tau = c_u$ 

Cette hypothèse est à peu près vérifiée en pratique, mais il n'en reste pas moins que  $c_u$  n'est pas une caractéristique intrinsèque du sol et varie le type de sollicitation. Cela tient du fait que les surpressions interstitielles à la rupture sont fonction du chemin de contrainte suivi et la résistance au cisaillement ou contraintes totales s'écrit d'après le critère de Mohr Coulomb

$$\tau = c' + (\sigma - u) t g \varphi'$$

La cohésion non drainée d'un sol fin dépend, comme la résistance au cisaillement d'un sol grenu, de l'état de compacité du sol. Or cet état est lui-même fonction de la contrainte effective maximum subie par le sol, c'est à dire de la pression de pré consolidation. La cohésion non drainée d'un sol fin est donc une fonction de cette pression  $\sigma_c$ 

## 5.4. Essai consolidé non drainé

IL a été vu au paragraphe précédent que la cohésion non drainée d'un sol était une fonction de la pression de pré consolidation  $\sigma_c$ 

L'essai consolidé non drainé a deux buts :

1) déterminer la variation de la cohésion non drainée  $c_u$  en fonction de la contrainte de pré consolidation,

2) déterminer les caractéristiques de la résistance au cisaillement à long terme (c'et  $\phi$ ') en mesurant la pression interstitielle au moment de la rupture.

Dans le premier cas, l'essai peut être réalisé à l'appareil triaxial ou à la boîte de cisaillement. Dans le deuxième cas, l'essai est obligatoirement réalisé à l'appareil triaxial.

On commence par consolider l'échantillon de sol sous une contrainte isotrope  $\sigma_0$  qui peut être différente de la contrainte effective verticale qui s'exerçait in situ.



Fig. 3.17 : Consolidation et rupture

Puis *les orifices de drainage étant fermés*, on augmente jusqu'à la rupture, la contrainte axiale  $\sigma_1$  tout en laissant la contrainte latérale  $\sigma_3$  constante.

Les rayons des cercles de Morh à la rupture en contraintes totales donnent la cohésion drainée correspondant à chaque valeur de  $\sigma_0$ . Les points  $(\sigma_0, c_u)$  sont alignés sur une droite de pente et d'ordonnée à l'origine  $c_{u0}$  (fig. 3.18 b). Il faut remarquer que cette droite n'est pas du tout une droite intrinsèque car elle traduit le comportement d'un mélange liquide solide. Elle traduit le fait que la variation de  $c_u$  en fonction de  $\sigma_c$ .

En mesurant la pression interstitielle u au moment de la rupture, on peut tracer les cercles de Mohr en contraintes effectives à la rupture et déterminer ainsi la courbe intrinsèque du squelette solide et les caractéristiques à long terme de la résistance au cisaillement du sol, c' et  $\varphi'$  (fig.3.18 a)

On écrit les variations de  $c_u$  en fonction de  $\sigma_c$  sous la forme :

 $c_u = c_{u0} + \lambda . \sigma_0$ 

Le paramètre  $\lambda$  permet ainsi de calculer l'accroissement  $\Delta c_u$  de la cohésion non drainée correspondant à une augmentation de la pression de consolidation.

$$\lambda = \frac{\Delta c_u}{\Delta \sigma_c}$$



Fig. 3.18 Résultats d'essais (CU)



L'essai (CU) est beaucoup utilisé pour déterminer les caractéristiques à long terme d'un sol, de préférence à l'essai C.D, qui est toujours un essai très long. A titre d'exemple, un essai CD dure quelques semaines alors qu'un essai CU dure quelques jours.

# 5.5. Essai de compression simple

L'essai de compression simple consiste à écraser un échantillon cylindrique de sol intact entre les deux plateaux d'une presse. La compression axiale à la rupture  $R_c$  est appelée la résistance à la compression simple.

Comme le montre le cercle de Mohr,



Fig. 3.19 Essai de compression simple