Fiche TD Machines thermiques

Exercice 01 :

Un (01) m^3 d'air assimilé à un gaz parfait sous une pression *P1=10 bar*s subit une détente à température constante; la pression finale est de *P2=1 bar*.

1°/ Déterminer le travail issu de la détente de l'air
2°/ Déterminer la quantité de chaleur échangée par le l'air lors de son évolution
3°/ Déduire la variation en énergie interne au cours de cette détente isotherme.

Exercice 02 :

Calculer la variation d'énergie interne de chacun des systèmes suivants :

a) - Un système absorbe *Q=2 kJ* tandis qu'il fournit à l'extérieur un travail *W=500 J*.

b) - Un gaz maintenu à volume constant cède *Q=5 kJ*.

c) - La compression adiabatique d'un gaz s'accomplit par un travail *W=80 J*.

Exercice 03:

Un volume d'air (gaz parfait) occupe un volume de *20 litres* à la pression
P_1= 1,013.10^5 *Pascal* et sous une température T_1=273 *K* subit deux transformations définies comme suit :
1- une compression isochore : l'air est chauffe jusqu'à ce que sa pression soit *3* fois sa pression initiale.
2- Dilatation isobare : l'air est chauffe jusqu'à ce que sa température soit égale à
876,1 K
1°/ Représenter sur un diagramme de Clapeyron les deux transformations qu'a subi l'air.
2°/ Quelle est la température atteinte par l'air à la fin de la première transformation ?
3°/ Calculer la masse *m* d'air et déduire la variation d'énergie interne de l'air lors de la première transformation
4°/ Quel est le volume occupe par l'air à la fin de la deuxième transformation ?
5° Calculer la variation d'énergie interne de l'air dans la deuxième transformation.
On donne : *R=8,32 J/K.mol*, C_V*=708 J/K.mol, M=29 g/mole*

Exercice 4

Une mole de gaz parfait passe d'un état (P_1, V_1, T_1) à un état (P_2, V_2, T_2) suivant une transformation adiabatique, sachant que P_2 = 2 P_1. On pose $\gamma = C_p/C_v$ (supposé constant).

- Calculer le travail échangé par le gaz et le milieu extérieur en fonction de P_1, V_1 et γ.

  Données : P_1 = 1bar, V_1 = 1 dm^3 et γ = 1,4.

Exercice 5

Une machine thermique dégage une quantité de chaleur de 1600 kJ/kg et produit un travail de 800 kJ/kg.

1°/Calculer la quantité de chaleur reçue par la machine.

2°/ Calculer son rendement thermique.

Exercice 6

Un gaz diatomique subit un cycle de transformations quasi-statiques dithermes dit de Carnot, soit :

(i) La succession d'une compression isotherme AB à la température T_2.
(ii) Une compression adiabatique BC.
(iii) Une détente isotherme CD à la température T_1.
(iv) Une détente adiabatique DA.

Les données sont les suivantes :

 P_A = 1bar, T_1= 250°C et T_2 = 25°C,

 V_C=1,5 litres et Pc=10 bars et on donne pour un gaz diatomique γ= 1,4 .

1°/ Déterminer les coordonnées dans un diagramme (P, V) les quatre points du cycle.

2°/ Tracer le cycle dans un diagramme de Clapeyron.

3°/ Calculer les quantités de chaleur Q_1 et Q_2 et le travail W reçus par le gaz au cours du cycle et préciser leurs signes. De quel type de machine thermique s'agit-il ?

4°/ Donner les expressions de l'efficacité (rendement) η cette machine dithermique en fonction de W, Q_1 et Q_2 puis en fonction des températures T_1 et T_2.

5°/ Quel principe permet de retrouver cette dernière expression pour η ?

6°/ Calculer cette efficacité.

SOLUTIONS

Exercice 01 :

La transformation de l'air considéré étant isotherme : à n et T constante, on écrit :

$$p_1V_1 = nRT_1$$

$$p_2V_2 = nRT_2$$

Avec, $T_1=T_2$ (détente isotherme), donc :

$$p_1V_1 = p_2V_2$$

D'où : $V_2 = \frac{p_1.V_1}{p_2} = \frac{10*10^5*1}{1*10^5} = 10m^3$

1- Le travail issu de la détente de l'air :

$$W_{1-2} = -\int_1^2 pdV = -nRT\int_1^2 \frac{dV}{V} = -nRT\int_1^2 d(\ln V) = -nRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Avec : $nRT = p_1V_1 = p_2V_2$ et $p_1=10^6\ Pa$; $V_1=1m^3$

D'où : $W_{1-2} = -10^6\ln 10 = -2{,}3.10^6\ J.$

2- D'après la première loi de Joule $\Delta U = 0$

Donc Q+W=0

Q = -W

= 2.3 10^6 J

3- $\Delta U = 0$ (un gaz parfait subit une détente isotherme)

Exercice 02 :

Solution :

a) La variation interne d'énergie est donnée par:

$$\Delta U = W + Q$$

Dans le cas ou le système absorbe une quantité de chaleur Q=+*2000 J* et fournit un travail au milieu extérieur W=*-500 J.*

Il en résulte :

$$\Delta U = +1500\ J.$$

b) Un gaz maintenu à volume constant ($\Delta V=0$) implique un travail nul, par contre il cède au milieu extérieur une quantité de chaleur Q=*5 kJ.*

Alors :

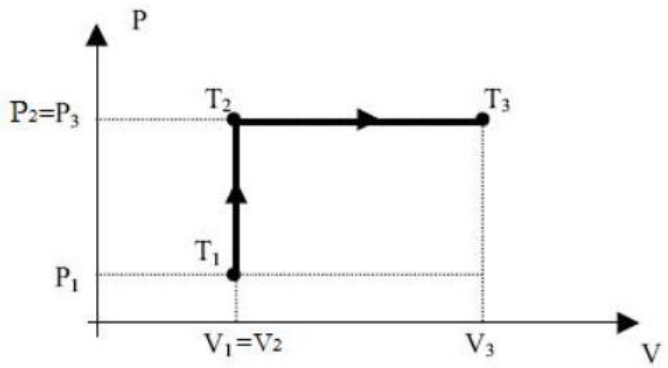
$$\Delta U = W + Q = Q = -5\,\text{kJ}\ .$$

c) pour une compression adiabatique (Q=*0*), le travail accompli est *80 J.*

La variation en énergie interne est : $\Delta U = W + Q = W = 80\,\text{J}$.

Exercice 03:

1°/ Représentation des transformations subies par l'air.



2°/ La température à la fin de la 1ère transformation « isochore »

$p_1.V_1 = n.RT_1$

$p_2.V_1 = n.RT_2$

$p_2 = 3.p_1$

$n.R = \frac{p_1.V_1}{T_1}$

Donc : $T_2 = \frac{p_2.V_1}{n.R} = \frac{3.p_1.V_1}{\frac{p_1V_1}{T_1}} = 3.T_1 = 3.293{,}1 = 819{,}3 \ K.$

3°/ La masse m d'air

$n = \frac{p_1.V_1}{RT_1}.M = \frac{101300.0{,}02}{8{,}32.273{,}1}.29. = 26$ g.

La variation en énergie interne lors de la 1ère transformation

$\Delta U_{1-2} = n.c_V.(T_2 - T_1) = 26/29 \ .708.(2 \cdot 273) = 346$ kJ

4°/ Le volume de l'air à la fin de la 2ème transformation (Isobare)

$p_3.V_3 = nRT_3$

$V_3 = \frac{nRT_3}{p_3} = \frac{\frac{p_1.V_1}{T_1}.T_3}{3.p_1} = \frac{V_1.T_3}{3.T_1} = 21{,}3 \ Litres.$

La variation en énergie interne lors de la 2ème transformation

$\Delta U_{2-3} = n.c_V.(T_3 - T_2) = 26/29 \ .708.(876.1 - 819{,}3) = 36$ kJ.

Exercice 4

Transformation adiabatique, donc :

$W = P_2V_2 - P_1V_1 / (\gamma-1)$

$P_2 = 2\ P_1$

$W = 2P_1V_2 - P_1V_1 / (\gamma-1)$

$= P_1\,(2V_2 - V_1) / (\gamma-1)$

Aussi $P_1V^{\gamma}{}_1 = P_2V^{\gamma}{}_2$

Comme $P_2 = 2\ P_1$

$V^{\gamma}{}_2 = 1/2.V^{\gamma}{}_1$

Donc $V_2 = V_1 2^{-1/\gamma}$

Le travail sera

$W = P_1\,(2.\ V_1\,2^{-1/\gamma} - V_1) / (\gamma-1)$

$= P_1\,V_1 (2.\ 2^{-1/\gamma} - 1) / (\gamma-1)$

$= P_1\,V_1\,(\,2^{1-1/\gamma} - 1) / (\gamma-1)$

$= P_1\,V_1\,(\,2^{\gamma-1/\gamma} - 1) / (\gamma-1)$

Exercice 5

Solution :

1°/ D'après le 1er principe, on écrit :

$$W = Q_H - Q_C$$

$$Q_H = 1600 + 800 = 2400 \ kJ/kg.$$

2°/ Le rendement de la machine :

$$\eta_{th} = \frac{W}{Q_H} = \frac{800}{2400} = 0{,}3333 = 33\%$$

Exercice 6

Solution:

1- Nous avons au point A : $P_AV_A=nRT_A$ $(T_A=T_2)$

$n = P_AV_A/ RT_A$

Au point C : $n= P_cV_c/ RT_c$ $(T_C=T_1)$

nous aurons donc :

$P_AV_A/ RT_2 = P_cV_c/ RT_1$

$V_A= T_2 P_cV_c/ P_A T_1$

V_A= 1.5 litres.

Le point B est défini par son appartenance à l'isotherme passant par A, et l'adiabatique passant par C. Ainsi,

$$p_B.V_B = p_A.V_A$$

Et

$$p_B.V_B^\gamma = p_C.V_C^\gamma$$

L'élimination de p_B entre les deux équations permet d'obtenir l'expression de V_B :

$$V_B = \left(\frac{p_C.V_C^\gamma}{p_A.V_A}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

La pression du gaz en B vaut :

$$p_B = \frac{p_A . V_A}{V_B} = \quad \text{bars.}$$

Les coordonnées (p, V) du point D peuvent s'obtenir à partir de la même technique que celle utilisée pour le point B.

On a pour une transformation adiabatique :

$$T.V^{\gamma-1} = Cte$$

Ainsi :

$$T_1.V_D^{\gamma-1} = T_2.V_A^{\gamma-1}$$

Soit :

$$V_D = V_A \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$V_D =$ litres.

Les points C et D étant situés sur la même isotherme, d'où :

$$p_D.V_D = p_C.V_C$$

3°/ Les échanges de chaleur ont lieu au cours des compressions et détentes isothermes. La variation d'énergie interne du gaz parfait étant nulle au cours de ces transformations, et celles-ci étant supposées quasi-statiques, on a

$$\delta Q = pdV = nRT \frac{dV}{V}$$

Après intégration, on obtient sur l'isotherme T_1:

$$Q_1 = nRT_1 \ln \frac{V_D}{V_C} = p_C.V_C \ln \frac{V_D}{V_C}$$

De même sur l'isotherme T_2:

$$Q_2 = p_A.V_A \ln \frac{V_B}{V_A}$$

Application numérique :

Au cours du cycle :

$$\Delta U = Q_1 + Q_2 + W = 0$$

D'où :

$W = -(Q_1 + Q_2) =$ Joules.

Cette machine thermique est donc un moteur thermique, du travail étant fourni (travail négatif) par le gaz au cours d'un cycle.

4°/ Cette machine étant un moteur thermique, son rendement est évalué par :

$$\eta = \frac{|W|}{Q_1} = \frac{|Q_1 + Q_2|}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

Relation liant les volumes des quatre points du cycle :

$$\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{p_A V_A \ln \frac{V_B}{V_A}}{p_C V_C \ln \frac{V_D}{V_C}} = 1 + \frac{-T_2 \ln \frac{V_A}{V_B}}{T_1 \ln \frac{V_D}{V_C}}$$

Qui se simplifie en :

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

5°/ Selon le deuxième principe de la thermodynamique : la variation d'entropie du système au cours du cycle (qui est nulle) et vérifie :

$$\Delta S = 0 \geq \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2}$$

D'où :

$$\frac{Q_2}{Q_1} \leq -\frac{T_2}{T_1}$$

Il y a égalité dans le cas réversible, ce qui est le cas ici.

Donc on peut écrire également :

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

6°/ Application numérique :

$\eta = 43\%$.