B. Rupture

I. Mécanique de la rupture

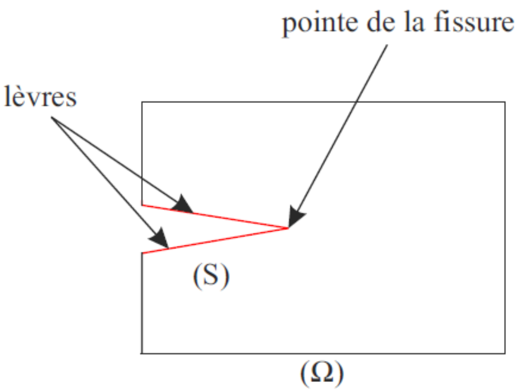
1. Définition :

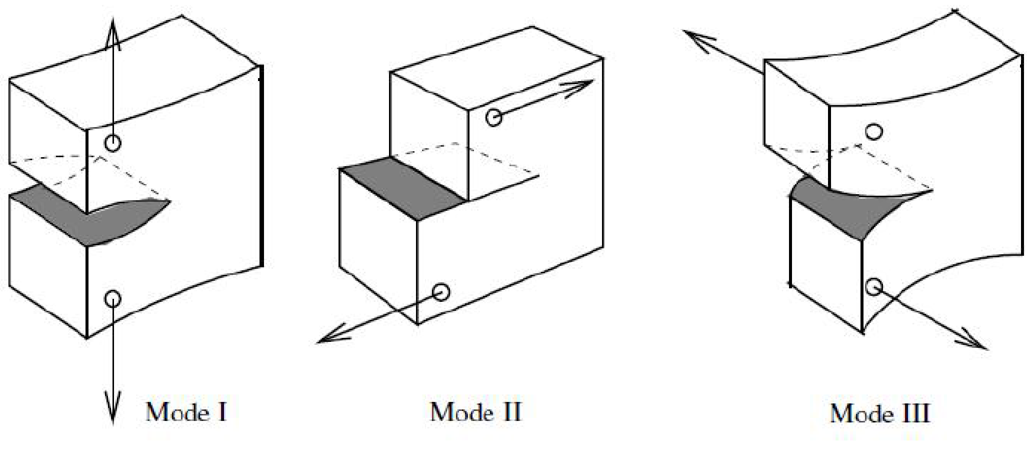
Le mécanisme de rupture est un processus mécanique produisant au sein d'un matériau une discontinuité locale de matière appelée *fissure*.
La mécanique de la rupture a pour objet l’étude du comportement mécanique d’un matériau en présence de fissures macroscopiques.
On distingue deux types de rupture :

- rupture fragile : la rupture fragile est caractérisée par l'absence de déformation plastique macroscopique, et donc par la propagation très rapide possible des fissures.
- rupture ductile : la rupture ductile liée essentiellement à la présence d'inclusion. Dans ce mode de rupture, la déformation plastique macroscopique est importante.

2. Modes de rupture :

La fissuration se manifeste par la séparation irréversible d’un milieu continu en deux parties, appelées lèvres de la fissure, ce qui introduit une discontinuité au sens des déplacements. Les mouvements possibles des lèvres de chaque fissure sont des combinaisons de trois modes indépendants :





Mode I : ouverture (ou clivage), les surfaces de la fissure se déplacent perpendiculairement au plan de fissure ;
Mode II : cisaillement plan, (glissement de translation**) :** les surfaces de la fissure se déplacent dans le plan de fissure et dans une direction perpendiculaire au front de fissure ;
Mode III : cisaillement anti-plan, (glissement de rotation) **:** les surfaces de la fissure se déplacent dans le plan de fissure et dans une direction parallèle au front de la fissure.

a. Critère de Griffith

Pour expliquer la propagation d'une fissure, Griffith a établi le critère suivant : la propagation se déclenche quand la diminution du taux de libération de l'énergie de déformation élastique stockée (énergie potentielle) est au moins égale au taux de création d'énergie de formation de surface de fissure.

Supposons la présence d'une fissure de longueur 2a dans un matériau sous une contrainte σ. La contrainte σ_f à partir de laquelle cette fissure grandit est $\sigma_f \sqrt{a} = C$, C est une constante.

Griffith a déterminé la valeur de l'énergie de déformation élastique qui se libère lorsqu'une fissure apparaît :

$\Delta U_E(a) = -\frac{\pi a^2 \sigma^2}{E}$, ou E est le module de Young, σ est la contrainte appliquée en traction qui agit normalement au voisinage de la fissure. Le signe négatif est utilisé parce que la propagation de la fissure libère de l'énergie de déformation élastique.

D'autre part la création de fissure nécessite l'énergie de surface $U_s(a) = 4\gamma a$ la condition de propagation est représentée par le critère de Griffith :

$$\frac{\partial(\Delta U_E(a) - 4\gamma a)}{\partial a} \geq 0$$

La propagation instable de la fissure se réalise si elle est énergétiquement favorable et on définit une valeur critique de *a* pour une tension appliquée déterminée, ou une valeur critique de tension, σc, pour chaque valeur de *a*.

$$\frac{2\pi a \sigma_c^2}{E} - 2\gamma = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_c = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi a}}$$

b. Modèle d'Irwin

La théorie de Griffith concorde parfaitement avec les données expérimentales sur des matériaux fragiles (verre). Pour les matériaux ductiles (acier), le calcul de l'énergie de surface γ donne des valeurs non réalistes. La plasticité doit jouer un rôle dans la rupture des matériaux ductiles.

Dans ce cas l'énergie totale dissipée est donnée par $G = 2\gamma + G_p$, G_p est la dissipation plastique.

On obtient, donc : $\sigma_c = \sqrt{\dfrac{EG}{\pi a}}$.

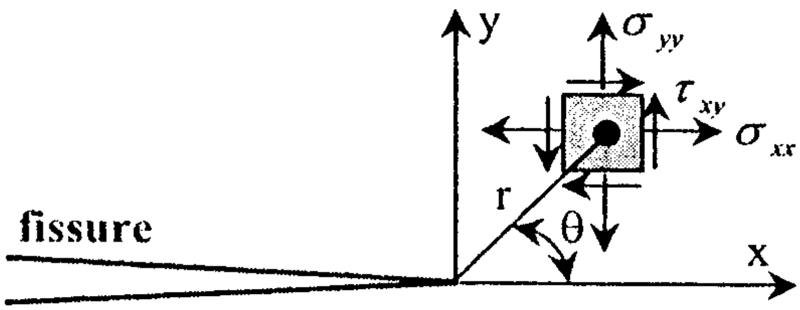
II. Ténacité

1. définition

La ténacité est la capacité d'un matériau à résister à la propagation d'une fissure ; cela s'oppose à la fragilité. On peut définir la ténacité comme étant la quantité d'énergie qu'un matériau peut absorber avant de rompre. Les matériaux pouvant se déformer plastiquement ont donc une plus grande ténacité que les matériaux à déformation uniquement élastique comme le verre.

2. Facteur d'intensité des contraintes :

Lorsqu'un corps fissuré est sollicité par un champ de force il se produit au voisinage de la fissure une très grande concentration de contraintes.



L'ensemble des contraintes appliquées sur un élément centré en un point M de coordonnées polaires (r,θ) par rapport à l'extrémité d'une fissure sollicitée en mode d'ouverture ou mode I sont décrites par les relations suivantes :

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\left(1 - \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\left(1 + \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}$$

Ces relations peuvent s'écrire sous la forme condensée suivante :

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta)$$

en contraintes planes : $\sigma_{zz} = 0$

déformations planes : $\sigma_{zz} = \nu\,(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$

ν: coefficient de poisson

Mode II

$$\sigma_{xx} = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\sin\frac{\theta}{2}\left(2+\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}\right), \qquad \sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left(1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right), \qquad \sigma_{zz} = \nu\left(\sigma_{xx}+\sigma_{yy}\right)\ ;\ \ \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

Mode III

$$\tau_{xz} = -\frac{K_{III}}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}}\sin\frac{\theta}{2}, \qquad \tau_{xz} = -\frac{K_{III}}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}}\cos\frac{\theta}{2}$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \tau_{xy} = 0$$

Pour la figure suivante en mode I

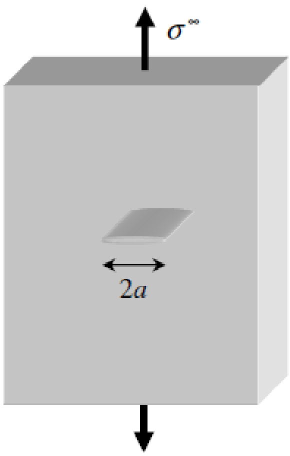


Figure I.2 : Fissure traversante de longueur $2a$ dans une plaque infinie

Le facteur K_I est donné par : $K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$

L'énergie de Griffith G par unité de surface fissurée est donnée par : $G = \dfrac{\pi a \sigma^2}{E}$

De ces deux équations, on a : $G_I = \dfrac{K_I^2}{E}$

IRWIN suggère que la fissure devient instable et se propage lorsque le facteur d'intensité de contraintes K_I atteint une valeur critique K_{IC} appelée ténacité qui caractérise quantitativement la résistance d'un matériau à la propagation brutale d'une fissure en mode I. Il énonça ainsi le critère de contrainte par la relation :

$$K_{IC} = \sigma_c . Y . \sqrt{a}$$

Y : Représente un coefficient de forme, c'est une fonction géométrique de l'éprouvette et de la longueur de fissure, il est donné pour les principales pièces par des tables. L'unité de la ténacité est en MPa$\cdot\sqrt{m}$

3. Détermination expérimentale de K_{IC} :

L'essai consiste à solliciter en traction ou en flexion des éprouvettes géométriquement identiques comprenant des fissures de longueurs différentes, les charges de rupture relevées serviront au calcul de K_{IC}.

La mesure de la ténacité est réalisée à partir d'essais de flexion 3 points, menés jusqu'à la rupture.

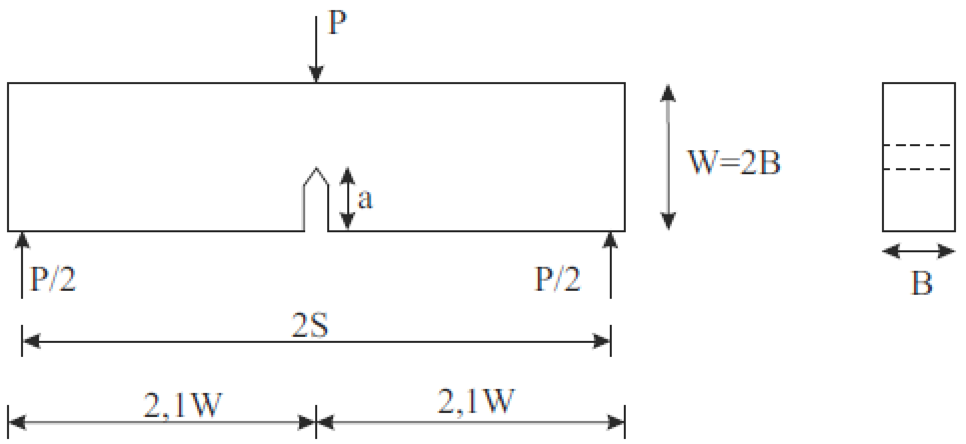


Figure 1.14 – *Éprouvette de flexion en trois points.*

La charge maximale atteinte pour la rupture P_c permet de déterminer la ténacité du matériau selon la formule suivante :

$$K_{IC} = \frac{P_c S}{BW^{3/2}} \frac{3(\frac{a}{W})^{1/2}\left[1.99 - (\frac{a}{W})(1-\frac{a}{W})(2.15 - 3.93\frac{a}{W} + 2.7\frac{a^2}{W^2})\right]}{2(1+2\frac{a}{W})(1-\frac{a}{W})^{3/2}}$$

Avec 2S=4W.

4. Taux de restitution d'énergie :

Pour augmenter la surface d'une fissure dans un matériau il faut fournir un certain travail. Le bilan énergétique du système composé des forces extérieures et du corps fissuré s'écrit :

$$\frac{dW}{dA} = \frac{dU}{dA} + \frac{dT}{dA}$$

W : Travail des forces extérieures

U : l'énergie élastique stockée dans les matériaux

A : surface de la fissure

T : la somme de toutes les énergies dissipées de façon irréversible

De cette relation l'énergie nécessaire à la création de surface (G) est donnée par :

$$\frac{d}{dA}(W-U)=\frac{dT}{dA}=G$$

Elle est appelée taux de restitution d'énergie. L'amorçage de la fissure se caractérise par une valeur critique du taux de restitution d'énergie notée G_{IC} d'où le critère de rupture : $G>=G_{IC}$

5. Lien entre ténacité et taux de restitution critique

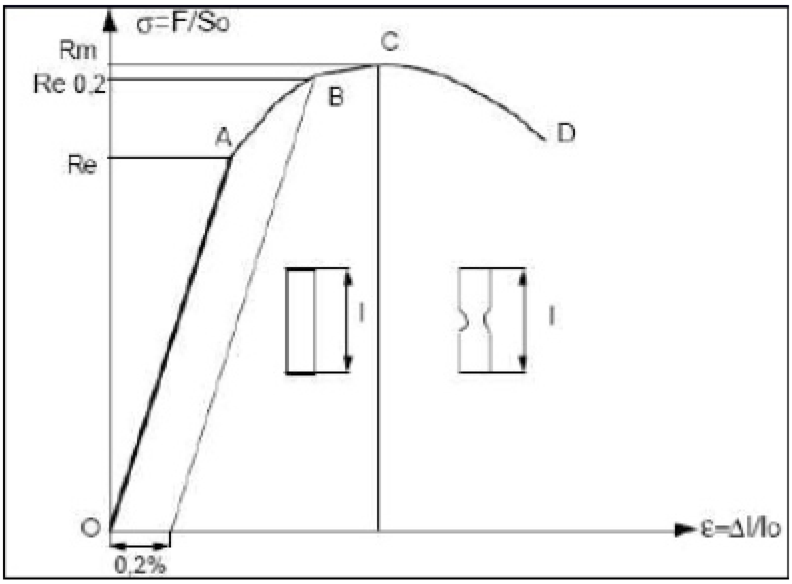
Pour une fissure sollicitée uniquement suivant le mode I. La relation entre GIC et KIC est :

$G_{IC}=\frac{K_{IC}^2}{E}$ en contraintes planes

$G_{IC}=\frac{(1-\nu^2)K_{IC}^2}{E}$ en déformation plane

III. Rupture à déformation imposée

C'est un essai de traction simple qui consiste à imposer un allongement à une éprouvette de section initiale S_o et de longueur utile Lo. La courbe type obtenue pour un matériau ductile est la suivante :



La droite OA correspond à la déformation élastique réversible.

La courbe AC est le domaine de déformation plastique homogène : si on supprime la force de traction, il y a un retour élastique suivant une parallèle à OA et il reste une déformation permanente.

Pour CD, la force nécessaire pour déformer le matériau diminue alors que l'allongement continue d'augmenter : cette instabilité est appelée instabilité plastique. La striction apparaît.

En D il y a rupture de l'éprouvette.

- Re désigne la limite d'élasticité, ou limite de proportionnalité,
- R0,2 désigne la limite d'élasticité conventionnelle, qui correspond à une déformation inélastique de 0,2%,
- Rm désigne la résistance à la traction,

IV. Fissures

Suivant le type de matériau étudié, et le chargement appliqué, la propagation peut être stable (la fissure a besoin de plus d'énergie pour reprendre sa progression) ou instable (la fissure poursuit sa progression jusqu'à la ruine de la structure, sans nécessiter d'énergie supplémentaire).il existe trois types de critères de propagation de fissures : critères d'amorçage, de bifurcation, et de stabilité.

A. Critères d'amorçage

Ces critères permettent de déterminer à quel moment et à quel endroit la fissure va s'amorcer. Pour le mode I il y a amorçage lorsque le paramètre K_I "Le facteur d'intensité de contrainte" atteint la valeur critique K_{IC} (la ténacité du matériau). De même, au niveau énergétique, Griffith a proposé une valeur limite du taux de restitution d'énergie, appelée résistance à la fissuration et notée G_C. Il y aura alors propagation lorsque G atteint la valeur critique G_C qui représente l'énergie nécessaire à la création de nouvelles surfaces libres en fond de fissure. Remarquons que pour un matériau élastique fragile, G_C ne dépend que de l'énergie superficielle intrinsèque 2γ du matériau :$G_C=2\gamma$.

De même que pour G ou K, il existe une caractéristique intrinsèque du matériau δ_C, qui représente l'ouverture de fissure critique (CTOD) que peut subir le matériau avant qu'il n'y ait propagation.

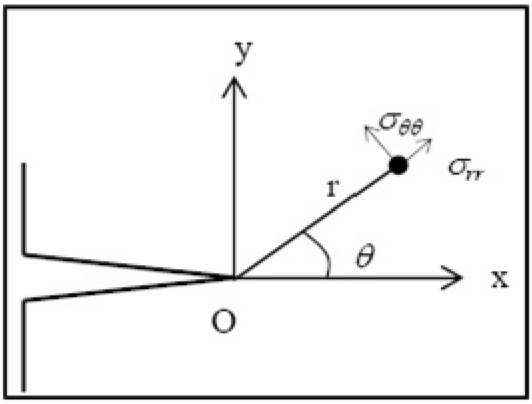
B. Critères de bifurcation

Lorsque le chargement ou la géométrie d'une structure n'est pas symétrique par rapport à l'axe de la fissure, la rupture se présente en mode mixte, et la fissure ne se propage pas de façon rectiligne. Il est alors nécessaire d'utiliser des critères de bifurcation, afin de déterminer la nouvelle direction de propagation.

Critère de la contrainte normale maximale :

Ce critère est basé sur les hypothèses suivantes :

- La fissure se propage dans la direction pour laquelle la contrainte de traction circonférentielle $\sigma_{\theta\theta}$ est maximale.
- L'accroissement de fissure se produit lorsque $K_{IC} = \sqrt{2\pi r \sigma_{\theta\theta}}$



Finalement, l'angle de bifurcation de la fissure est solution du système :

$$K_I \sin(\theta) + K_{II}\left(3\cos(\theta) - 1\right) = 0 \quad \text{sous les conditions} \begin{cases} K_{II}\sin(\theta/2) < 0 \\ \theta \in \left]-\pi;\pi\right[\\ K_I > 0 \end{cases}$$

Il existe également un critère basé sur la déformation maximale. La propagation de la fissure se manifeste lorsque la déformation ε_θ atteint une valeur critique $\varepsilon_{\theta c}$ (déterminée en mode d'ouverture pure et reliée à K_{Ic}).

C. Critères de stabilité

L'analyse de la stabilité de propagation est fondée sur le bilan énergétique :

$I = W_{ext} + W_e + W_d$

I est l'énergie interne du système

W_{ext} le travail des forces extérieures

W_e l'énergie de déformation

W_d l'énergie dissipée lors d'une extension de fisure

Alors, pour une fissure de longueur « a » donnée, et un incrément de propagation« da », la propagation sera :

$$\textit{stable} \text{ si } \quad \frac{d^2 I(a)}{da^2} < 0$$

$$\textit{instable} \text{ si } \quad \frac{d^2 I(a)}{da^2} > 0$$

Pour étudier la stabilité d'une propagation de fissures, la méthode la plus utilisée est la courbe de résistance, ou encore courbe-R, qui traduit l'évolution du taux critique de restitution de l'énergie G en fonction de la longueur de la fissure. Elle est déterminée de façon expérimentale, et permet de caractériser la propagation stable d'une fissure dans un matériau donné.