Centre Universitaire de Relizane **Année Universitaire : 2022/2023**
Spécialité : LMD SM " 2 ème année physique & chimie"
Module :Méthodes Numériques et Programmation

TD/TP N°6: Résolution Numérique des équations différentielles

On appelle équation différentielle une équation reliant une fonction et ses dérivées successives. Lorsque les conditions initiales sont précisées, on obtient un problème de condition initiale (p.c.i) encore appelé problème de Cauchy

- **Problème de Cauchy**

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y(t))$$

$Y(t_0) = Y_0$

$Y'(t) = f(t, y(t))$

$Y(t_0) = Y_0$(condition initiale ou condition de Cauchy).

- **Algorithme d'Euler**

Etant donné un pas h une condition initiale (T_0,Y_0)

$Y_{n+1}=Y_n+h*F(T_n,Y_n)$

$T_{n+1}=T_n+h$

- **Algorithme Runge kutta d'ordre 2**

$T_{n+1}=T_n +h$

$P_{n,1}= F(T_n, Y_n)$

$P_{n,2}= F(T_{n+1}, Y_n+ (h* P_{n,1}))$

$Y_{n+1}=Y_n+(\frac{h}{2}*(P_{n,1}+(h* P_{n,2}))$

- **Algorithme Runge kutta d'ordre 4**

$T_{n+1}=T_n +h$

$P_{n,1}= F(T_n, Y_n)$

$P_{n,2}= F(T_n+\frac{h}{2} , Y_n+(\frac{h}{2}* P_{n,1}))$

$P_{n,3}= F(T_n+\frac{h}{2} , Y_n+(\frac{h}{2}* P_{n,2}))$

$P_{n,4}= F(T_{n+1}, Y_n+(h* P_{n,3}))$

$Y_{n+1}=Y_n+(\frac{h}{6}*(P_{n,1}+ 2* P_{n,2}+ 2* P_{n,3}+ P_{n,4}))$

Exercice1

Soit le problème de Cauchy suivant

Y’(t)=Y(t)+t **t∈[0,1]**

Y(0)=1

Appliquer la méthode d’Euler a ce problème, avec h=0.1 puis évaluer la solution en t=1.

Exercice 2

Soit le problème de Cauchy suivant

Y’=$\boldsymbol{Y - \frac{2t}{Y}}$

Y(0)=1

Approcher la solution de l’équation différentielle ci-dessous en t=0.2 en utilisant
La méthode de Runge Kutta d’ordre 2 et4, avec un pas h=0.2

Exercice 3

Écrire un programme en fortran 77 permettant d’approcher la solution d’une équation différentielle via la méthode uler

Y’(t)=-Y(t)+t+1

Y(0)=1

Appliquer la méthode d’Euler avec h=0.25 et n=4(prendre 4 chiffres âpres la virgule)

```
program uler
      implicit none
      real y,t,h,f
      integer i,n
      read(*,*)h,n,t,y
      do i=1,n
      y=y+(h*f(t,y))
      t=t+h
       write(*,*)y
       write(*,*) t
      enddo
      end
      real function f(t,y)
      f=-y+t+1
      return
      end
```

i	t	y
-	0	1
1	0.25	1
2	0.5	1.0625
3	0.75	1.1718
4	1	1.3163