Université Ahmed Zabana Relizane **Année Universitaire : 2022/20223**
Spécialité : LMD SM " 2 ème année Physique /Chimie"
Module : Méthodes Numériques et Programmation

TD 5: Résolution d'un système linéaire Ax=b (la méthode indirecte Gauss Siedel)

1. Problème

Lorsque le nombre des inconnues d'un système linéaire devient grand, le schéma des méthodes directes donnant une solution exacte devient complique.

2.Solution

Dans ces conditions, il devient plus commode de rechercher les solutions en utilisant des

méthodes numériques approchées : ce sont les méthodes itératives.

3. Méthode Gauss Seidel (Principe générale)

Pour i de 1 à n faire

$$x_i^{k+1} = \frac{b_i}{a_{ii}} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{k+1} - \sum_{j=i+1}^{n} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{k}$$

- **Tests d'arrêts**

L'algorithme se termine une fois la précision atteinte, c'est à dire $\left\| X_{n+1} - X_n \right\| \le \varepsilon$.

- **Conditions convergence**

La méthode de Gauss-Seidel converge si la matrice A du système linéaire A.x= b est diagonale fortement (strictement) dominante.$| a_{ii} |> \sum_{j=1}^{n} | a_{ij} |$

c'est-à-dire si pour toute ligne i = 1, . . . , n le terme de la diagonale est plus grand en valeur absolue que la somme des valeurs absolues des autres coefficients .

Exercice 1

Etudier la convergence de la méthode de gauss Seidel

- Trouver une approximation de la solution du système linéaire en utilisant la méthode de GAUSS-SEIDEL, Prendre $x^0(1.2, 0,0)$ et le nombre d'itérations 3.

$10X_1+X_2+X_3=12$
$2X_1+10X_2+X_3=13$
$2X_1+2X_2+10X_3=14$

Exercice 2:

Soit à résoudre le système suivant :

$5 X_1+ X_2+2 X_3=19$
$2 X_1+3 X_2+8 X_3=39$
$X_1+4 X_2-2 X_3=-2$

-Réécrire le système pour qu'il soit à diagonale fortement dominante
-Donner la matrice d'itération de GAUSS SEIDEL G en écrivant le système linéaire sous la forme $x^{(k+1)} = G x^{(k)} + b$.