

Fiche TD N°3:

Suplex:

vecteur de vitesse moyenne:

$$\vec{V}_{\text{moy}} = \frac{\vec{MM'}}{t'-t} = \frac{\vec{MM'}}{t'-t}$$

$\vec{MM'}$ s'appelle le vecteur de déplacement

vecteur accélération moyenne:

$$\vec{a}_{\text{moy}} = \frac{\vec{V}-\vec{V'}}{t-t'} = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}; a_{\text{moy}} = \frac{|\Delta\vec{V}|}{\Delta t}$$

$\vec{V}$ et $\vec{V'}$: vecteurs vitesse instantanée

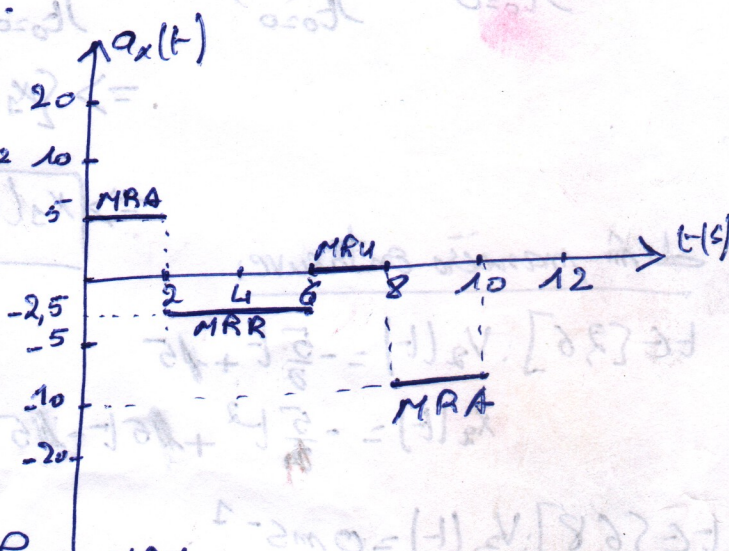
1) trace $a_x(t)$ $a_x(t)$: accélération.

$$t \in [0, 2]: a_{1x} = \frac{\Delta V_1}{\Delta t} = \frac{10-0}{2-0} = 5 \text{ ms}^{-2}$$

$$t \in [2, 6]: a_{2x} = \frac{\Delta V_2}{\Delta t} = \frac{0-10}{6-2} = -\frac{5}{2} \text{ ms}^{-2} = -2,5 \text{ ms}^{-2}$$

$$t \in [6, 8]: a_{3x} = \frac{\Delta V_3}{\Delta t} = 0 \text{ ms}^{-2}$$

$$t \in [8, 10]: a_{4x} = \frac{\Delta V_4}{\Delta t} = \frac{-20-0}{10-8} = -\frac{20}{2} = -10 \text{ ms}^{-2}$$



$a.v > 0 \rightarrow$ le mvnt se déplace accéléré MRA

$a.v < 0 \rightarrow$ " " " retardé MRR

$a.v = 0 \rightarrow$ " " " uniforme MRU

$$\vec{OM} = \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\vec{V} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$\vec{V} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$$

$$\vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$$

2) Écrire l'équation de $v_1(t)$ et $x(t)$ pour $t_0=0$ et $x_0=0$ m

$$t \in [0, 2]; a_1 = 5 \text{ m/s}^2$$

$$a_1 = \frac{dv_1(t)}{dt} \Rightarrow dv_1(t) = a_1 dt \Rightarrow \int_{t_0=0}^t dv_1(t) = \int_{t_0=0}^t 5 dt = 5 \int_{t_0=0}^t dt$$

$$\Rightarrow [v_1(t)]_{t_0=0}^t = 5 \cdot [t]_{t_0=0}^t \Rightarrow v_1(t) - v_1(0) = 5(t-0)$$

$$\Rightarrow \boxed{v_1(t) = 5t} \text{ parce que } (v_0=0)$$

$$v_1(t) = \frac{dx_1(t)}{dt} \Rightarrow dx_1(t) = v_1(t) dt \Rightarrow \int_{t_0=0}^t v_1(t) dt = \int_{t_0=0}^t dx_1(t)$$

$$\Rightarrow \int_{t_0=0}^t dx_1(t) = \int_{t_0=0}^t (5t) dt \Rightarrow \int_{t_0=0}^t dx_1(t) = \int_{t_0=0}^t (5t) dt = [x_1(t)]_{t_0=0}^t - [x_1(t)]_{t_0=0}^t = \frac{1}{2} \cdot 5t^2$$

$$\Rightarrow [x_1(t)]_{t_0=0}^t = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot [t^2]_{t_0=0}^t + [x_1(t)]_{t_0=0}^t$$

$$\Rightarrow \boxed{x_1(t) = \frac{5}{2} t^2} \quad (x_0=0)$$

de m même on trouve:

$$t \in [2, 6]: v_2(t) = -\frac{5}{2}t + 15$$

$$x_2(t) = -\frac{5}{4}t^2 + 15t - 15$$

$$t \in [6, 8]: v_3(t) = 0 \text{ m/s}^2$$

$$x_3(t) = x_2(6) = 30 \text{ m}$$

$$t \in [8, 10]: v_4(t) = -10t + 80$$

$$x_4(t) = -5t^2 + 80t - 290$$

grapher $x(t)$

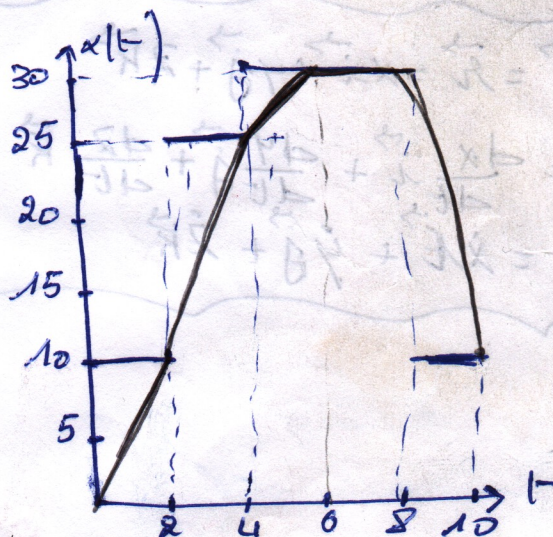
$$x(2) = x_1(2) = 10 \text{ m}$$

$$x(4) = x_2(4) = 25 \text{ m}$$

$$x(6) = x_2(6) = 30 \text{ m}$$

$$x(8) = x_3(8) = 30 \text{ m}$$

$$x(10) = x_4(10) = 10 \text{ m}$$



4) $x(t) = 0$?

graphiquement le point où $x(t) = 0$ c'est pour $t = 0$.

Analytiquement

$$t \in [0, 2]: x_1(t) = 0 \Rightarrow \frac{5}{2} t^2 = 0 \Rightarrow t = 0$$

$$t \in [2, 6]: x_2(t) = 0 \Rightarrow -\frac{5}{2} t^2 + 15t - 15 = 0$$

$$\Delta = 150 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1,89 \notin [2, 6] \\ t_2 = 3,10 \notin [2, 6] \end{cases}$$

$$t \in [6, 8]: x_3(t) = 6 = 40 \text{ m} \neq 0$$

$$t \in [8, 10]: x_4(t) = 0 \Rightarrow -5t^2 + 8t - 29 = 0 \Rightarrow \text{pas de solution}$$

$$\Delta \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1,44 \notin [8, 10] \\ t_2 = 5,55 \notin [8, 10] \end{cases}$$

donc le seul point pour $x(t) = 0$ est $t = 0$

5) vector vitesse aux instants $t = 4$ s et $t = 9$ s :

$$v(4) = v_2(t) = -\frac{5}{2} t + 15 \text{ ou}$$

$$= v_2(4) = -\frac{5}{2} (4) + 15$$

$$\boxed{v_2(4) = 5 \text{ m s}^{-1}} \text{ alors } \boxed{\vec{v}(4) = 5 \vec{i}}$$

$$v(9) = v_4(t) = -10t + 8 \text{ ou}$$

$$v_4(9) = -10(9) + 8$$

$$\boxed{v_4(9) = -10 \text{ m s}^{-1}} \text{ alors } \boxed{\vec{v}(9) = -10 \vec{i}}$$

• distance parcourue de $t \in [0, 10]$

$$\Delta x_t = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + |\Delta x_4| + |\Delta x_5|$$

$$= |10| + |5| + |5| + |0| + |-20| = 40 \text{ m}$$

• Accélération moyenne :

$$a(4,9) = \frac{\vec{v}(9) - \vec{v}(4)}{9-4} = \frac{(-10-5)\vec{i}}{5} = \frac{(-15)\vec{i}}{5} = -3\vec{i}$$

②

Ex 2:

Athlète 1:

son accélération pendant $t_1 = 1,8s$ $a_1 = \frac{v_1}{t_1} = \frac{9,5}{1,8} = 5,27 m/s^2$

la distance parcourue pendant $t_1 = 1,8s$: $x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2$

$$x_1(t) = \frac{dx_1(t)}{dt}$$

$$= \frac{1}{2} 5,27 (1,8)^2$$

$$x_1 = 8,53 m$$

$$x_1' = 100 - x_1 = 100 - 8,53 = 91,47 m$$

$$x_1' = v_1 t_1' \quad t_1' = \frac{x_1'}{v_1} = \frac{91,47}{9,5} = 9,63 s$$

$$\text{donc } T_1 = t_1 + t_1' = 1,8 + 9,63 = 11,43 s$$

Athlète 2:

son accélération pendant $t_2 = 2,2s$ $a_2 = \frac{v_2}{t_2} = \frac{9,6}{2,2} = 4,36 m/s^2$

la distance parcourue pendant $t_2 = 2,2s$ $x_2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2$

$$= \frac{1}{2} 4,36 (2,2)^2$$

$$x_2 = 10,55 m$$

$$x_2' = 100 - x_2 = 100 - 10,55 = 89,45 m$$

$$x_2' = v_2 t_2' \Rightarrow t_2' = \frac{x_2'}{v_2} = \frac{89,45}{9,6} = 9,32 s$$

$$\text{donc } T_2 = t_2 + t_2' = 2,2 + 9,32 = 11,52 s$$

après Athlète 1 gagne la course avec 0,09s parce que $T_1 < T_2$

Ex 3:

1. Pour l'étudiant vitesse de MRU

$$V_e = 4,5 \text{ m/s}$$

$$x_1(t) = V_e t + x_{01}$$

$x_{01} = 0$ à la position initiale

$$x_1(t) = 4,5t$$

2. Pour le bus accélération de MRUV

$$x_2(t) = \frac{1}{2} a_2 t^2 + V_{02} t + x_{02}$$

$$= \frac{1}{2} (0,15) t^2 + 0 + 30 \text{ avec } V_{02} = 0$$

$$x_2(t) = 0,075 t^2 + 30$$

1^{re} Question Pour que l'étudiant rattrape le bus

$$x_1(t) = x_2(t) \text{ alors:}$$

$$0,075 t^2 + 30 = 4,5 t$$

$$0,075 t^2 - 4,5 t + 30 = 0$$

on calcule $\Delta = (4,5)^2 - 4(0,075)(30)$

$$= 20,25 - 9$$

$$\Delta = 11,25$$

$$t_1 = \frac{4,5 - \sqrt{11,25}}{2(0,075)} = 1,66 \text{ s}$$

$$t_2 = \frac{4,5 + \sqrt{11,25}}{2(0,075)} = 6,84 \text{ s}$$

alors la distance parcourue l'étudiant pour rattraper

$$x_1(t) = 4,5(3,54) = 15,93 \text{ m}$$

2^{de} Question la vitesse de bus

$$V_2(t) = a_2 t + V_{02} = (0,15)(3,54) = 0,531 \text{ m/s}$$

Rapport

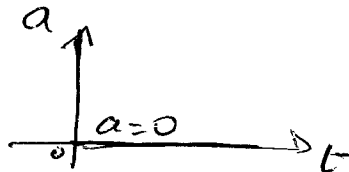
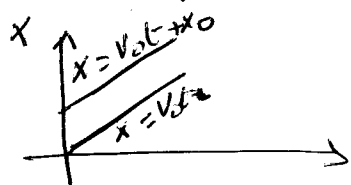
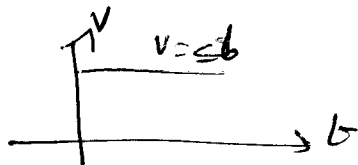
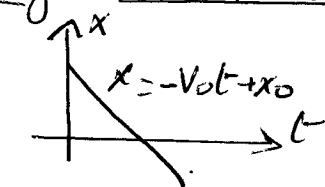
MRU:

$$x = v_0 t + x_0$$

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v_0 dt \Rightarrow \int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t v_0 dt$$

$$x \Big|_{x_0}^x = v_0 t \Big|_0^t \Rightarrow x - x_0 = v_0 t$$
$$\Rightarrow \boxed{x = v_0 t + x_0}$$

Diagramme du mouvement



MRUV: la trajectoire est une droite et son accélération est une cte

• la vitesse algébrique

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = a dt \Rightarrow \int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t a dt$$

$$\Rightarrow v - v_0 = at$$

$$\Rightarrow \boxed{v = at + v_0}$$

eqt horaire du mouvement

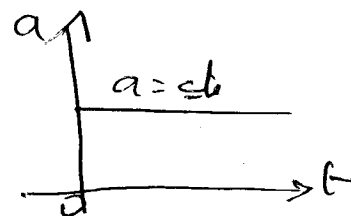
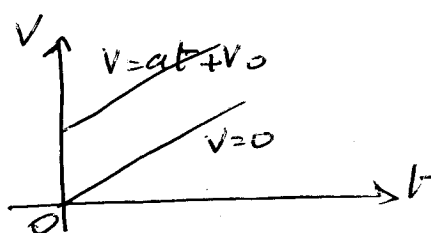
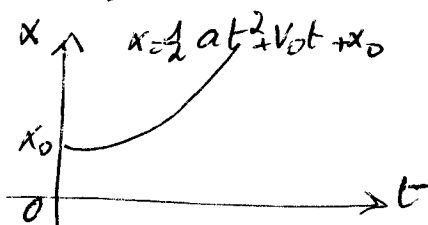
on prend $t=0$ $x=x_0$ (abscisse initiale)

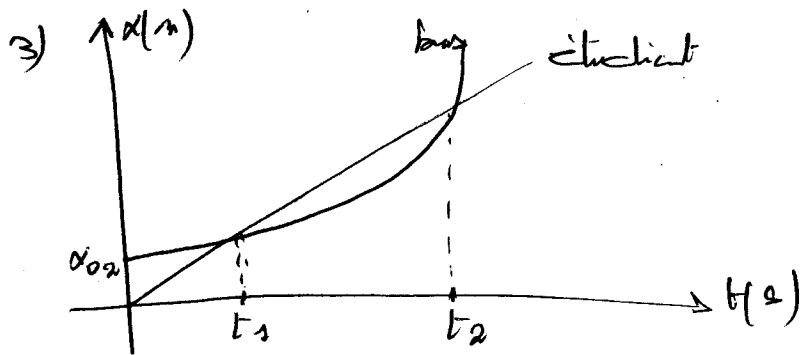
$$v = \frac{dx}{dt} = at + v_0$$

$$\Rightarrow dx = (at + v_0) dt$$

$$\Rightarrow \int_{x_0}^x dx = \int_0^t (at + v_0) dt$$

$$\boxed{x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0}$$





4) $x_1(t) = 2,6t$

$x_2(t) = 0,075t^2 + 30$

$x_1(t) = x_2(t) \Rightarrow 0,075t^2 + 30 = 2,6t$

$\Rightarrow 0,075t^2 - 2,6t + 30 = 0$

$\Rightarrow \Delta < 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (2,6)^2 - 4(0,075)(30)$

$= 6,76 - 9$

$= -2,24 < 0$

$\Delta < 0$ pas de solution c'ad avec cette vitesse l'étudiant n'attrape jamais le bus.

5) détermination de la vitesse pour que l'étudiant attrape le bus:

L'étudiant attrape le bus si:

$\frac{1}{2}a_2t^2 + v_1t + x_{02} = 0$ admet des solutions c'ad:

$v_1^2 - 2a_2x_{02} > 0$

et pour vitesse minimale on a:

$v_1^2 - 2a_2x_{02} = 0 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 \cdot 0,15 \cdot 30} = \sqrt{9} = 3 \text{ m/s}$

Temps: $t = \frac{3}{0,15} = 20 \text{ s}$

$\boxed{v_1 = 3 \text{ m/s}}$

$v = at \Rightarrow t = \frac{v}{a} = \frac{3}{0,15} = 20 \text{ s après}$

$\boxed{t = 20 \text{ s}}$

$x_1 = v \cdot t = 3 \cdot 20 = \boxed{60 \text{ m}}$

SOPREAU.

* $x_1 = t - 1$ et $x_2 = \frac{1}{2} t^2$

1) les positions, les vitesses et les accélérations initiales

on sait que:

$$x(t) = v(t) + x_0$$

$$x(t) = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0$$

après:

$$x_{01} = -1 \text{ m}$$

$$v_{01} = 1 \text{ m/s}$$

$$a_1 = 0 \text{ m/s}^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{et } x_{02} = 0 \text{ m} \\ \text{et } v_{02} = 0 \text{ m/s} \\ \text{et } a_2(t) = 1 \text{ m/s}^2 \end{array} \right.$$

2) M_1 et M_2 peuvent-ils se rencontrer?

$$x_1(t) = x_2(t)$$

$$t - 1 = \frac{1}{2} t^2 \Rightarrow \frac{1}{2} t^2 - t + 1 = 0$$

$\Delta = -1$ alors M_1 et M_2 ne peuvent pas se rencontrer

II)

$$\vec{OM} = (t-1)\vec{i} + \frac{1}{2} t^2 \vec{j}$$

$$\vec{OM} \left\{ \begin{array}{l} x(t) = t-1 \\ y(t) = \frac{1}{2} t^2 \end{array} \right.$$

$$\vec{V} \left\{ \begin{array}{l} v_x(t) = 1 \\ v_y(t) = t \end{array} \right.$$

$$d'auv = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2} = \sqrt{1+t^2} = v$$

$$\vec{a} \left\{ \begin{array}{l} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 1 \end{array} \right.$$

$$\text{et } a = 1 \text{ m/s}^2$$

la composante tangentielle

$$a_T = \frac{dv}{dt} = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}$$

la composante normale

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N \Rightarrow a^2 = a_T^2 + a_N^2$$

$$\Rightarrow a_N = \sqrt{a^2 - a_T^2} = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$$

le rayon et la courbure

$$r = \frac{v^2}{a_N} = (1+t^2)^{3/2}$$

Ex 5

Rappel: Le mvb d'un point matériel est défini dans un repère cartésien par ses deux eqs horaires:

$$x = a \sin(\omega t + \varphi)$$

$$y = a \cos(\omega t + \varphi)$$

Quelle est donc la trajectoire suivie?

• on élève au carré les 2 eqs puis on fait la somme mb à mb pour aboutir à l'eq d'un cercle de rayon a.

$$\left. \begin{array}{l} x^2 = a^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \\ y^2 = a^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 + y^2 = a^2$$

$$1) M(t): \left\{ \begin{array}{l} x = 3 \sin 3\omega t \Rightarrow \sin 3\omega t = \frac{x}{3} \Rightarrow \sin^2(3\omega t) = \frac{x^2}{9} \\ y = 3 \cos 3\omega t \Rightarrow \cos 3\omega t = \frac{y}{3} \Rightarrow \cos^2(3\omega t) = \frac{y^2}{9} \end{array} \right.$$

$$\sin^2(3\omega t) + \cos^2(3\omega t) = 1 \text{ alors}$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow \boxed{x^2 + y^2 = 9} \text{ c'est une eq d'un cercle de centre } (0,0) \text{ et de rayon } 3.$$

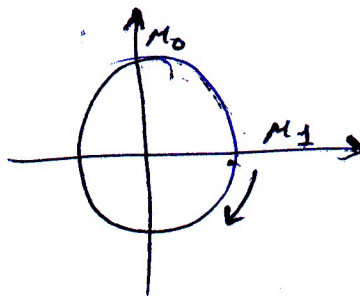
Le point de départ

$$\text{à } t=0 \quad M_0 \left\{ \begin{array}{l} x=0 \\ y=3 \end{array} \right.$$

Pour le penser on a:

$$\text{à } t = \frac{\pi}{2} \quad M_1 \left\{ \begin{array}{l} x=3 \\ y=0 \end{array} \right.$$

out $t_1 > t_2$



2) calcul de module de la vitesse

$$\vec{OM} \left\{ \begin{array}{l} x(t) = 3 \sin 3\omega t \\ y(t) = 3 \cos 3\omega t \end{array} \right.$$

$$\vec{V} \left\{ \begin{array}{l} v_x(t) = 3\omega \cos 3\omega t \\ v_y(t) = -3\omega \sin 3\omega t \end{array} \right.$$

$$\text{d'où } V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(3\omega \cos 3\omega t)^2 + (-3\omega \sin 3\omega t)^2} = 3\omega \text{ m/s}$$

$$\boxed{V = 9 \text{ m/s}}$$

3) la P.A. $\Rightarrow$ l'accélération tangentielle a_T et l'accélération normale a_N

la composante tangentielle: $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$

la composante Normale: $\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$ alors $\vec{a}_N = \vec{a}$
 $\Rightarrow a_N = a$

$$\vec{a} = \begin{cases} a_x(t) = -27\omega^2 \sin 3\omega t \\ a_y(t) = -27\omega^2 \cos 3\omega t \end{cases} \Rightarrow a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$\Rightarrow a = (3\sqrt{3})^2 \omega^2$$

$$\Rightarrow a = 27\omega^2 \text{ m/s}^2$$

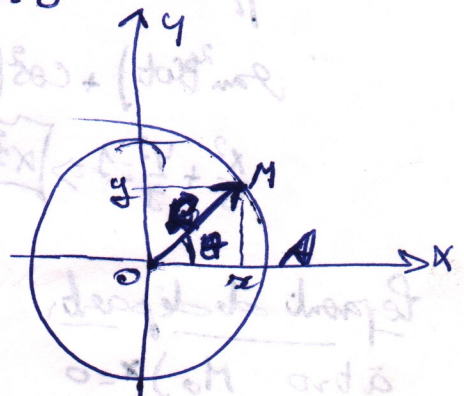
alors $a_N = 27\omega^2 \text{ m/s}^2$

alors le mouvement est uniforme puisque $a_T = 0$

Les coordonnées polaires:

$$\cos \theta = \frac{x}{r} \Rightarrow x = r \cos \theta$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} \Rightarrow y = r \sin \theta$$



$$\vec{OM} = \begin{cases} x = R \cos \theta \\ y = R \sin \theta \end{cases}$$

2) la vitesse:

a) $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \begin{cases} v_x = \frac{d(R \cos \theta)}{dt} = -R\theta \sin \theta \\ v_y = \frac{d(R \sin \theta)}{dt} = R\theta \cos \theta \end{cases}$

$$\text{donc } |\vec{v}(t)| = \sqrt{(-R\theta \sin \theta)^2 + (R\theta \cos \theta)^2} = \sqrt{R^2 \theta^2} = R\theta$$

$$|\vec{v}(t)| = R\theta$$

$$v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2} = \sqrt{(-R\theta \sin \theta)^2 + (R\theta \cos \theta)^2} = \sqrt{R^2 \theta^2} = R\theta$$

*) l'accélération

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \left\{ \begin{aligned} a_x &= \frac{d(-R\dot{\theta} \sin \theta)}{dt} = -R\ddot{\theta} \cos \theta \\ a_y &= \frac{d(R\dot{\theta} \cos \theta)}{dt} = -R\ddot{\theta} \sin \theta \end{aligned} \right.$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(R\ddot{\theta} \cos \theta)^2 + (R\ddot{\theta} \sin \theta)^2} = \sqrt{R^2 \ddot{\theta}^2} = R\ddot{\theta}$$

$$\boxed{a = R\ddot{\theta}}$$

$$b) \vec{a}(t) = \left\{ \begin{aligned} a_T &= \frac{dv}{dt} = R\ddot{\theta} \\ a_N &= \frac{v^2}{R} = \frac{(R\dot{\theta})^2}{R} = R\dot{\theta}^2 \end{aligned} \right.$$

4) $\alpha_0 = \frac{d\omega}{dt}$ où α_0 est une cte non nulle

l'expression de ω en fct du temps:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow d\omega = \alpha_0 dt \\ &\Rightarrow \int d\omega = \int \alpha_0 dt \\ &\Rightarrow \boxed{\omega = \alpha_0 t + \omega_0} \quad \dots (1) \end{aligned}$$

l'expression de θ en fct du temps:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow d\theta = \omega dt \\ &\Rightarrow \int d\theta = \int \omega dt \\ &\Rightarrow \int d\theta = \int (\alpha_0 t + \omega_0) dt \\ &\Rightarrow \int d\theta = \int \alpha_0 t dt + \int \omega_0 dt \\ &\Rightarrow \boxed{\theta = \frac{1}{2} \alpha_0 t^2 + \omega_0 t + \theta_0} \quad \dots (2) \end{aligned}$$

la relation entre ω et θ

de (1) on trouve: $\omega - \omega_0 = \alpha_0 t \Rightarrow \boxed{t = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha_0}} \quad \dots (3)$

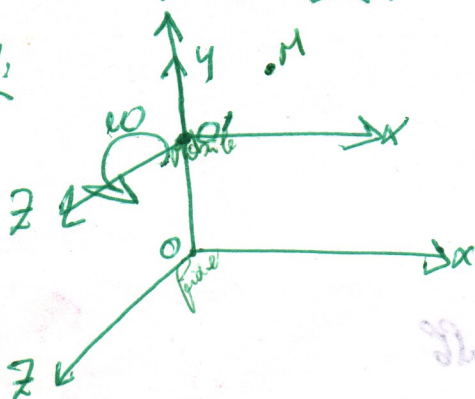
on remplace (3) dans (2) on trouve;

$$\theta = \frac{1}{2} \alpha_0 \left(\frac{\omega - \omega_0}{\alpha_0} \right)^2 + \omega_0 \left(\frac{\omega - \omega_0}{\alpha_0} \right) + \theta_0$$

$$= \frac{1}{2} \frac{(\omega - \omega_0)^2}{\alpha_0} + \omega_0 \left(\frac{\omega - \omega_0}{\alpha_0} \right) + \theta_0$$

ce qui conduit à $\theta = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\alpha_0}$

Ex 7:



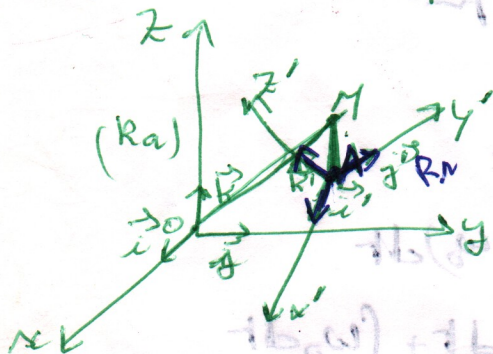
O' se déplace sur l'axe Oy avec une accélération a alors

MRUV: $x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0$

R_a : repère absolu (fixe, stable) que nous considérons fixe

R_r : " relatif (en mouvement) en mouvement par rapport à R_a .

M: point matériel en mouvement par rapport au des repères



$$\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{AM}$$

$$x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = (x_A\vec{i} + y_A\vec{j} + z_A\vec{k}) + (x'\vec{i}' + y'\vec{j}' + z'\vec{k}')$$

Observation	dans le repère (R_a)	dans le repère (R_r)
Position	$\vec{r} = \vec{OM}$	$\vec{r}' = \vec{AM}$
Vitesse	$\vec{V}_a = \frac{d\vec{r}}{dt}$	$\vec{V}_r = \frac{d\vec{r}'}{dt}$
Accélération	$\vec{a}_a = \frac{d\vec{V}_a}{dt}$	$\vec{a}_r = \frac{d\vec{V}_r}{dt}$

$\vec{V}_a$: vitesse absolue (السرعة المطلقة) c'est la V_a au repère R_a

$\vec{V}_e$: vitesse d'entraînement (سرعة الحث):

c'est la vitesse du repère mobile (R_r) par rapport au repère absolu (R_a)

alors la relation qui lie ces trois vitesses d'où on appelle "loi de composition des vitesses" est:

$$\boxed{\vec{V}_a = \vec{V}_e + \vec{V}_r}$$

$\vec{a}_a$: accélération absolue (التسارع المطلق) c'est l'accélération de M par rapport au R_a

$\vec{a}_r$: accélération relative (التسارع النسبي) c'est l'accélération de M par rapport au R_r

$\vec{a}_e$: accélération d'entraînement (التسارع الحثي) c'est l'accélération du repère (R_r) par rapport au repère (R_a)

a_c : accélération de Coriolis: c'est une accélération complémentaire

Remarque accélération de Coriolis s'annule dans le cas où

• Si M est fixe par rapport au (R_r) $\frac{dx'}{dt} = \frac{dy'}{dt} = \frac{dz'}{dt} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{a}_c = 0}$

• Si (R_r) est en translation par rapport au (R_a)

$$\text{alors } \boxed{\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e}$$

• Cas du mvt de rotation

$\vec{\omega} = \omega \vec{k}$ si ω est variable avec le temps, alors

$\omega(t) = \omega(t) \cdot \vec{k}$ représente la rotation instantanée

$$[\vec{v}(t+\Delta t) \cos \theta + \vec{u}(t+\Delta t) \sin \theta] + \Delta t =$$

$$\vec{v}(t) + \Delta t \cdot \vec{\omega} \times \vec{v}(t) + \vec{u}(t) + \Delta t \cdot \vec{\omega} \times \vec{u}(t) +$$

$$[-(t+\Delta t) \cos \theta] + \vec{u}(t) [-(t+\Delta t) \sin \theta] + \Delta t = \vec{v}(t)$$

Soit $\vec{O'O}$ se déplace sur l'axe Oy avec une accélération constante:

$$\vec{OO'} = \frac{1}{2} at^2 \vec{j}$$

La vitesse angulaire ω autour de l'axe Oz

$$\vec{\omega} = \omega \vec{k} = \omega \vec{u}_z$$

$$\vec{O'M} \begin{cases} x = t^2 \\ y = t \end{cases} \Rightarrow \vec{O'M} = t^2 \vec{u}_x + t \vec{u}_y$$

déterminer dans le repère mobile la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$

1) vitesse relative

$$\vec{V}_r = \frac{d\vec{O'M}}{dt} = 2t \vec{u}_x + \vec{u}_y$$

vitesse d'entraînement

$$\vec{V}_e = \frac{d\vec{OA}}{dt} + x \frac{d\vec{u}_x}{dt} + y \frac{d\vec{u}_y}{dt} + z \frac{d\vec{u}_z}{dt}$$

$$\vec{V}_e = \frac{d\vec{OA}}{dt} + (\vec{\omega} \wedge \vec{AM})$$

$$\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e \Rightarrow \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d\vec{AM}}{dt} + \left(\frac{d\vec{OA}}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{AM} \right)$$

$$\frac{d^2 \vec{OM}}{dt^2} = \frac{d^2 \vec{AM}}{dt^2} + \underbrace{2\vec{\omega} \wedge \vec{V}_r}_{\vec{a}_c} + \underbrace{\left(\frac{d^2 \vec{OA}}{dt^2} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{AM} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{AM}) \right)}_{\vec{a}_e}$$

$$\vec{V}_e = \frac{d\vec{OO'}}{dt} + (\vec{\omega} \wedge \vec{O'M}) = at \vec{j} + \omega t^2 \vec{u}_y - \omega t \vec{u}_x$$

$$= at [\sin(\omega t) \vec{u}_x + \cos(\omega t) \vec{u}_y] + \omega t^2 \vec{u}_y - \omega t \vec{u}_x$$

$$\vec{V}_e = [at \sin(\omega t) - \omega t] \vec{u}_x + [at \cos(\omega t) + \omega t^2] \vec{u}_y$$

Vitesse absolue:

$$\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r = [a \sin(\omega t) - \omega t + 2t] \vec{u}_x + [a \cos(\omega t) - \omega t^2 + 1] \vec{u}_y$$

Accélération relative:

$$\vec{a}_r = \frac{d\vec{v}_r}{dt} = 2\vec{u}_x$$

Accélération d'entraînement:

$$\vec{a}_e = \frac{d^2 \vec{OO}'}{dt^2} + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{OM} \right) + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{OM})$$

$$\Rightarrow \vec{a}_e = \frac{d^2 \vec{OO}'}{dt^2} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{OM})$$

$$= a \vec{j} - \omega^2 t^2 \vec{u}_x - \omega^2 \vec{u}_y$$

$$= a [\sin(\omega t) \vec{u}_x + \cos(\omega t) \vec{u}_y] - \omega^2 t^2 \vec{u}_x - \omega^2 \vec{u}_y$$

$$\vec{a}_e = [a \sin(\omega t) + \omega^2 t^2] \vec{u}_x + [a \cos(\omega t) - \omega^2] \vec{u}_y$$

Accélération de Coriolis:

$$\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_r = 2\omega \vec{u}_z \wedge (2t\vec{u}_x + \vec{u}_y)$$

$$a_c = 4\omega t \vec{u}_y - 2\omega \vec{u}_x$$

Accélération absolue:

$$\vec{a}_a = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_c$$

$$\vec{a}_a = [a \sin(\omega t) - \omega^2 t^2 + 2 - 2\omega] \vec{u}_x + [a \cos(\omega t) - \omega^2 t + 4\omega t] \vec{u}_y$$