

Justification des sections particulières

Introduction :

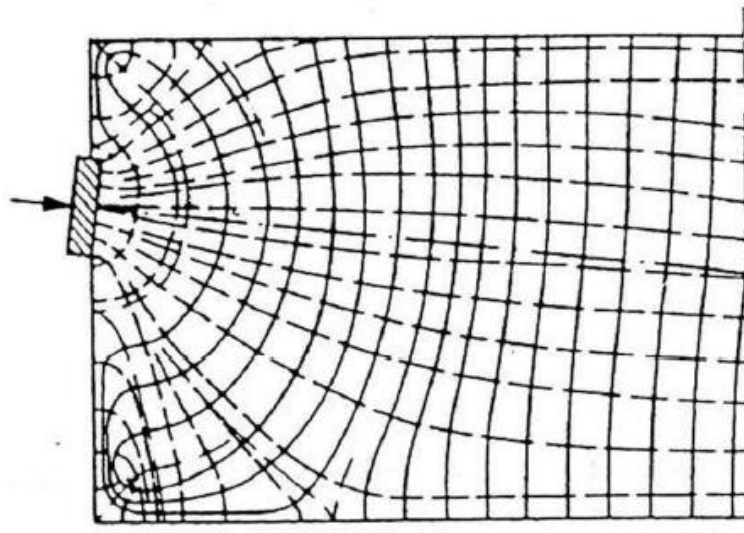
Lorsque des armatures de précontrainte sont ancrées dans une section d'une pièce prismatique, la distribution des contraintes au voisinage de l'ancrage s'écarte sensiblement de celle obtenue par les règles de la Résistance des Matériaux.. Cette zone est soumise à des contraintes de traction qui dépassent la plupart des limites fixées par les règlements et pourrait être le siège d'une fissuration importante en l'absence de disposition particulière. Il y a donc lieu de procéder dans cette zone :

- à des vérifications des contraintes de cisaillement dans le béton permettant de réduire à un niveau convenable la probabilité d'apparition de fissures ;
- à la détermination d'armatures passives destinées à limiter l'ouverture des fissures éventuelles.

Zones d'introduction des forces de précontrainte :

- **en post-tension :**

Lorsque les armatures de précontrainte sont ancrées dans une section S_A , les contraintes équilibrent les sollicitations isostatique de précontrainte ne retrouve la répartition du principe de NAVIER qu'à une certaine distance de la section S_A , qu'on appelle « zone de régularisation des contraintes » les figures suivantes montrent les lignes isostatiques apparaissant sous un ancrage de précontrainte.



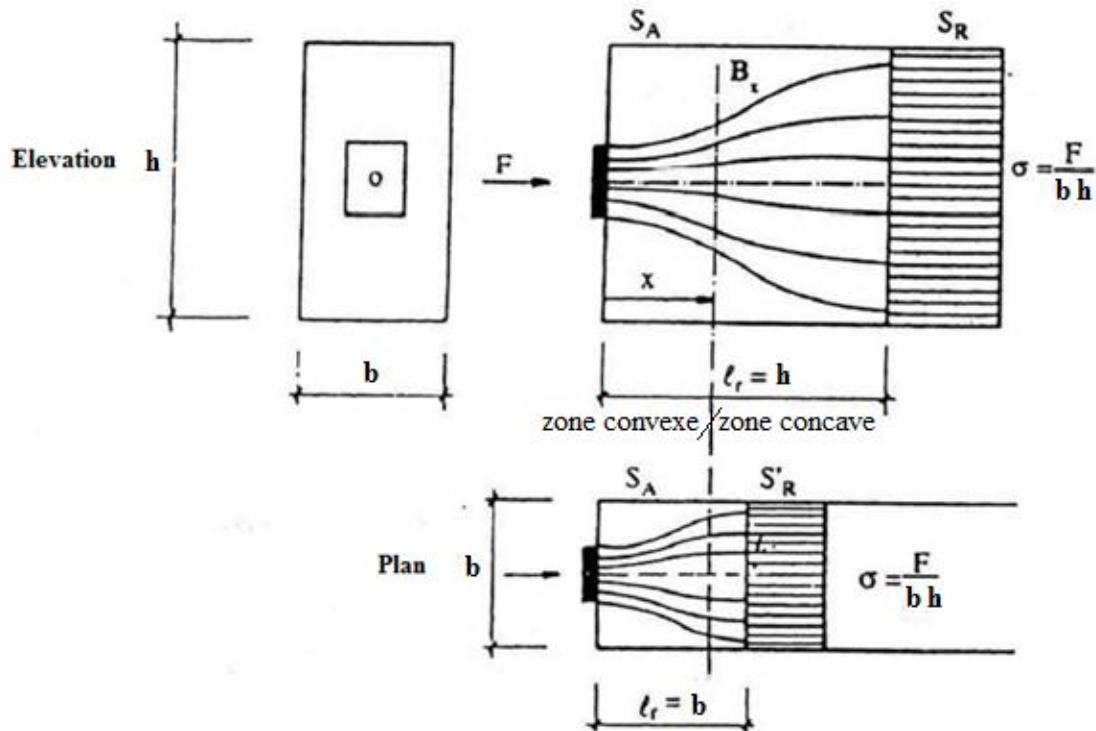
En premier lieu nous supposons que la pièce, est de section rectangulaire de hauteur h et largeur b :

1- câble centré rectiligne, normal a l'about :

La diffusion des lignes de forces semblable à celle des lignes de courant en hydraulique correspondant a un élargissement brusque de la section comprend :

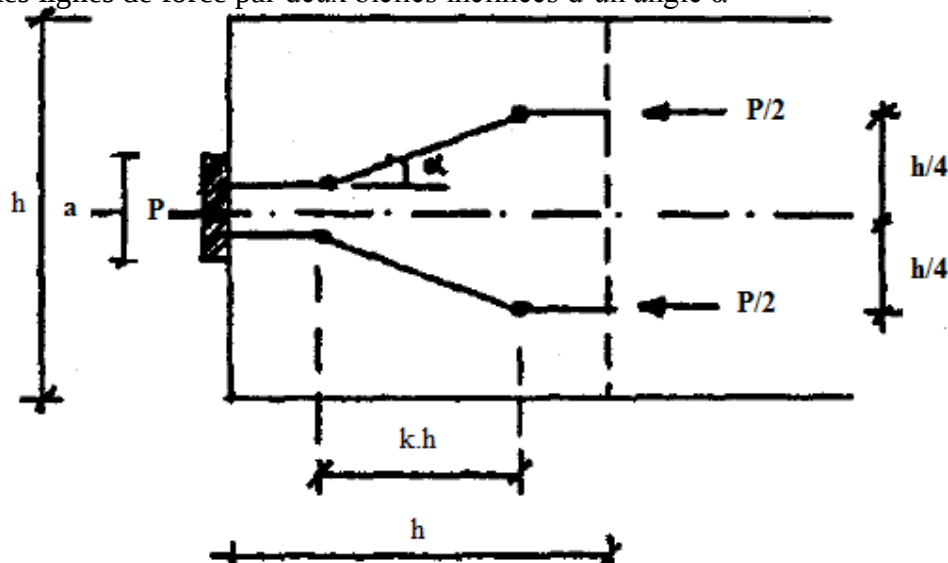
- Une partie convexe entraînant une compression radiale du béton.
- Une partie concave avec des tractions de poussée au vide.

Des essais ont montré que la longueur de la zone de régularisation des contraintes est de l'ordre de l'épaisseur de la pièce, soit **h** dans le plan vertical et **b** dans le plan horizontal



Schématisation :

Pour avoir un ordre de grandeur de l'effort transversal de poussée au vide, on peut schématiser les lignes de force par deux bielles inclinées d'un angle α



La composante centripète de l'effort dans la bielle vaut :

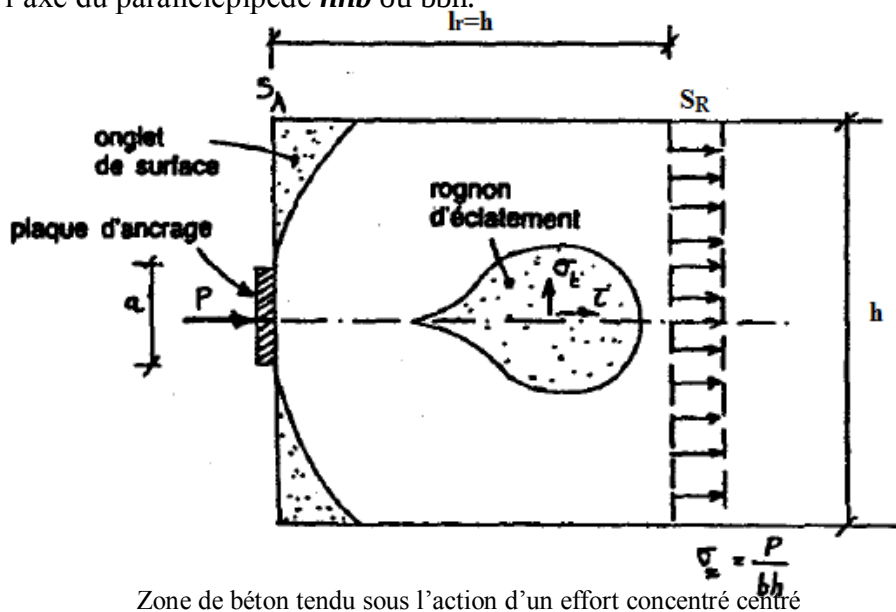
$$F = \frac{F}{2} \operatorname{tg} \alpha \quad \text{avec} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{b}{4} - \frac{a}{4}}{k h} = \frac{1}{4 k} \left(1 - \frac{a}{h}\right)$$

D'où
$$F = \frac{F}{8 k} \left(1 - \frac{a}{h}\right)$$

On admet en générale : $F = 0.25 P(1 - a/h)$, ce qui correspond a une valeur de $K=0,5$.

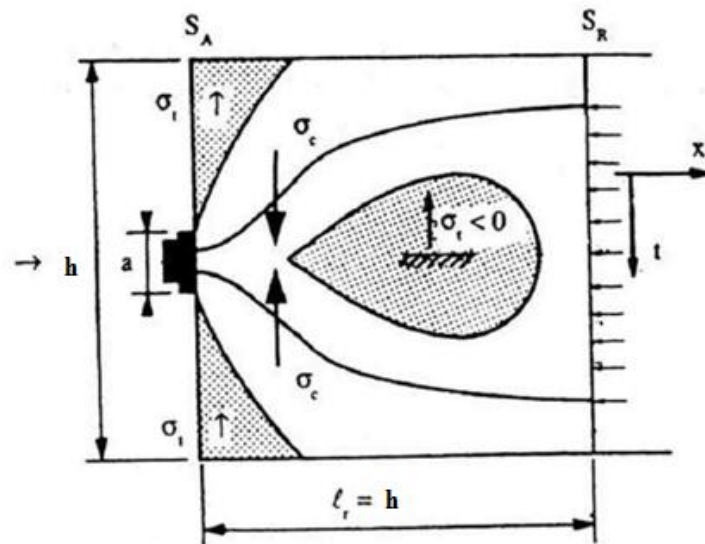
Résultats expérimentaux :

Il a été possible de vérifier que la diffusion de la force de précontrainte dans chacun des deux plans de symétrie est effective sur une longueur égale à la dimension de l'élément dans la direction considérée. La contrainte uniforme F/bh entraîne l'apparition des contraintes normales de compression σ_c de traction σ_t et de cisaillement τ sur cette facette possible parallèle à l'axe du parallélépipède $h h b$ ou $b b h$.



Des essais expérimentaux ont montré l'existence de deux zones de béton tendu (Figure suivante) :

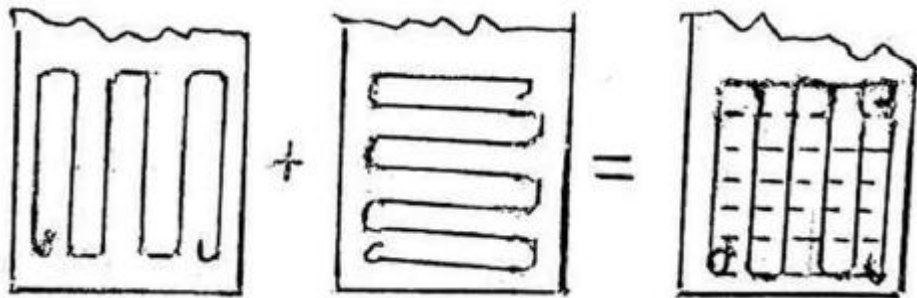
- Une zone centrale appelée rognon d'éclatement dont l'effort de traction est de l'ordre de celui montré précédemment.
- Une zone de surface en forme d'anglet, où les efforts centripètes sont faibles, de l'ordre de $0.04P$.



Contraintes normales et tangentes dans la zone de diffusion

Compte tenu des contraintes transversales qui se développent dans chacun des prismes, l'équilibre des pièces exige un frettage de surface et un frettage d'éclatement, devant être disposés sur toute la hauteur h du plan de diffusion.

Nous présentons ci-dessous un exemple de frettage constitué d'épingles.



La section d'acier à disposer pour un frettage de surface peut s'écrire pour une force F , à l'origine du câble : $A_s = 0.04 \frac{F}{\frac{2}{3} f_e}$

f_e : est la limite élastique de l'acier.

Pour la condition de non éclatement du béton, il est indispensable d'abord de vérifier les contraintes du béton puis de calculer le ferrailage à partir de σ_{ij} , contrainte de traction donnée par :

$$\sigma_{ij} = \frac{0.5 F}{bh} \left(1 - \frac{a}{h}\right)$$

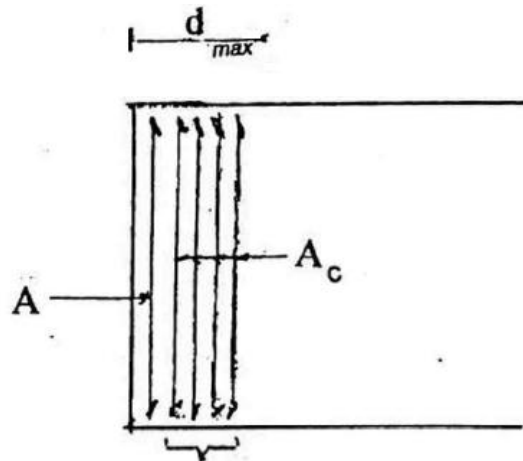
On vérifie que : $\sigma_{ij} \leq 1.25 f_{ij}$

Quant à la contrainte de compression longitudinale de l'extrémité de la zone de régularisation des contraintes σ_{bc} , il faut :

$$\sigma_{bc} = \frac{F}{bh} \leq \frac{2}{3} f_{cj}$$

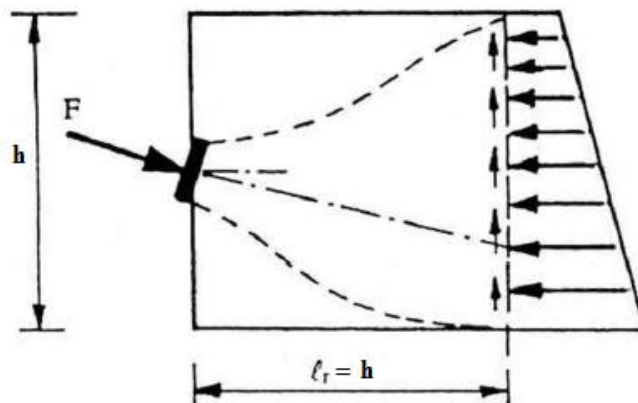
On doit calculer l'armature de non éclatement du béton A_c , pour chaque zone d'ancrage :

$$A_c = \frac{0.25 F}{\frac{2}{3} f_e} \left(1 - \frac{a}{h}\right)$$



2-Câble excentré rectiligne, normal à l'about

Lorsque la force de precontrainte présente une faible inclinaison par rapport à l'axe de l'élément, on peut admettre une même longueur de régularisation des contraintes avec simplement une répartition trapézoïdale de contraintes.



Diffusion dans le cas d'une force inclinée

Lorsque la force F est appliquée perpendiculairement à la face extrême de la pièce avec une ligne d'application excentrée de c et c' , sur la hauteur h du rectangle, on admet que cette force présente une première régularisation à l'intérieur d'un prisme de dimension d .

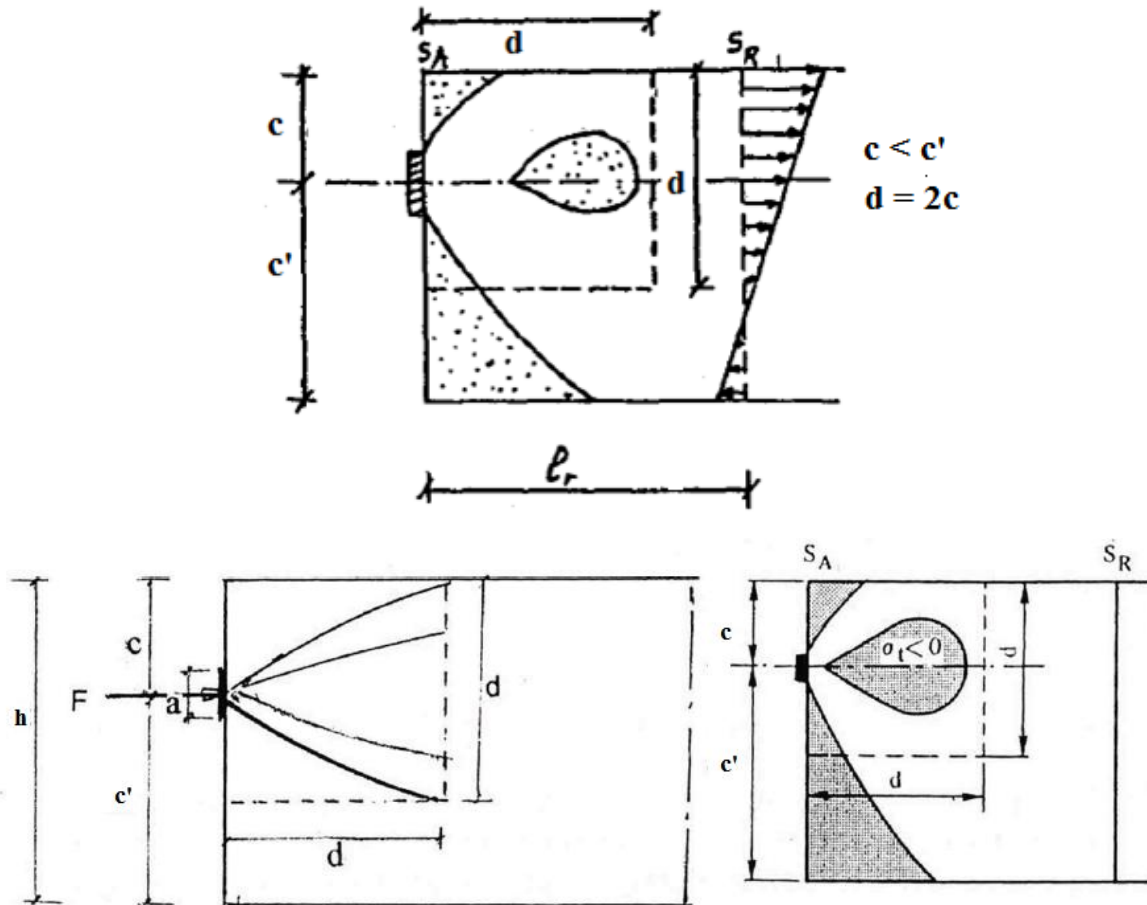
D'où : $d = \min(2c ; 2c')$.

On définit deux zones de régularisation :

- Une zone de première régularisation dans le prisme symétrique ($d \times d$) avec $d=2c$, c représente la distance de l'axe de l'ancrage à l'extrémité la plus proche, on admet que

dans cette zone le comportement du béton est identique à celui d'un ancrage centré dans une pièce de hauteur ou largeur d , (et on l'on applique les formules précédentes).

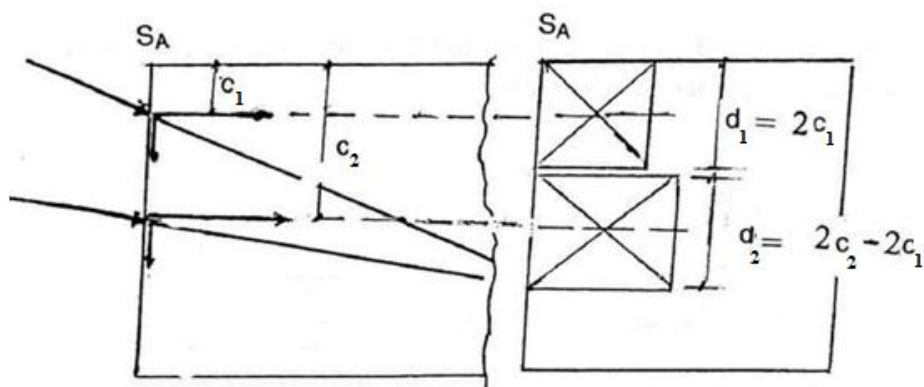
▪ Une zone d'équilibre général dans le plan S_R situé à la distance $l_r=h$ (ou b), de l'about avec une répartition linéaire des contraintes.



Béton tendu sous effort concentré centré.

3-Câbles multiples rectilignes, normaux à l'about

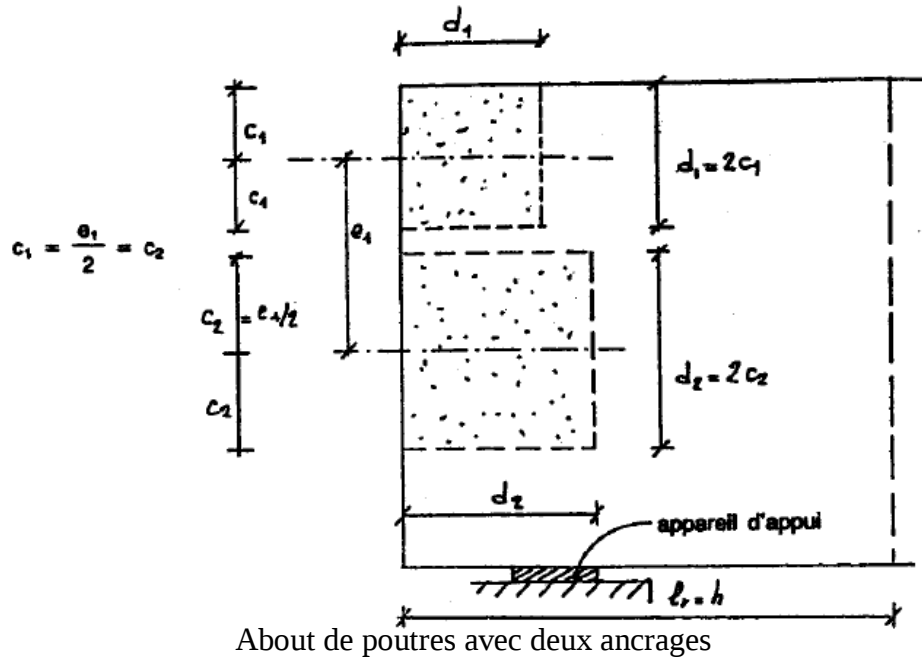
Dans le cas générale ou la pièce est soumise a plusieurs forces concentrées, inclinées, on admet que les prismes symétriques, associés a chaque niveau d'ancrage, peuvent être défini comme dans le cas précédent, en ne prenant en compte que les composantes normales des forces linéaires.



On admet que la longueur de régularisation l_r est voisine de (h ou b), on distingue deux zones :

- Une zone de première régularisation pour chaque ancrage à l'intérieur du prisme ($d_i \times d_i \times b$). les ancrages sont numérotés en partant de l'extrados ;
- Une zone d'équilibre général dans S_R .

Les valeurs de « d_i » étant définies comme étant les intervalles des ancrages ou $\frac{1}{2}$ distances aux parois les plus proches.



4-Câbles multiples courbes inclinés :

On suppose encore que :

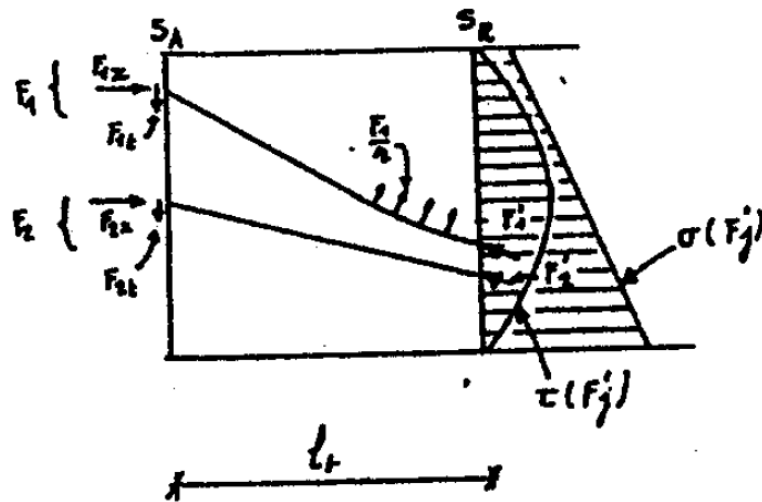
La longueur de régularisation l_r est égale à h (ou b) :

La définition des prismes n'est pas modifiée par l'inclinaison des câbles.

Equilibre général :

On considère la tranche de la pièce comprimée entre S_A et S_R comme une poutre de répartition de hauteur h , de largeur b , en équilibre sous l'action :

- Des efforts concentrés sous les ancrages ; F_j ($P = \sum F_j$) ;
- Des forces réparties éventuelles dues à la courbure et au frottement des câbles sur le béton :
- Tangentielle dF/ds souvent négligeable.
- Radiale F/r .

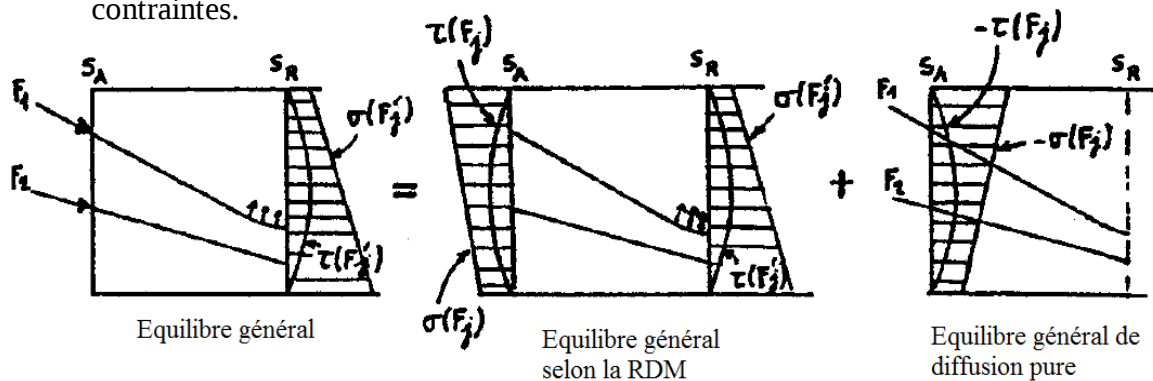


Equilibre avec câbles inclinés multiples

▪ Des contraintes tangentes τ_j et normales $\sigma(F_j)$ supposées réparties et résultant des efforts dans les câbles au droit de la section S_R , (selon le principe de NAVIER)

Cet équilibre général peut être considéré comme la superposition de deux états d'équilibre ;

- Un état d'équilibre selon la RDM en remplaçant les efforts F_j en S_A par une distribution des contraintes réparties $\sigma(F_j)$ et $\tau(F_j)$ calculés selon la RDM.
- Un équilibre général de diffusion pure qui résulte de l'application à la poutre de répartition des forces concentrées F_j et réparties $-\sigma(F_j)$ et $-\tau(F_j)$. cet équilibre général de diffusion pure traduit l'écart entre la RDM et la distribution réelle des contraintes.



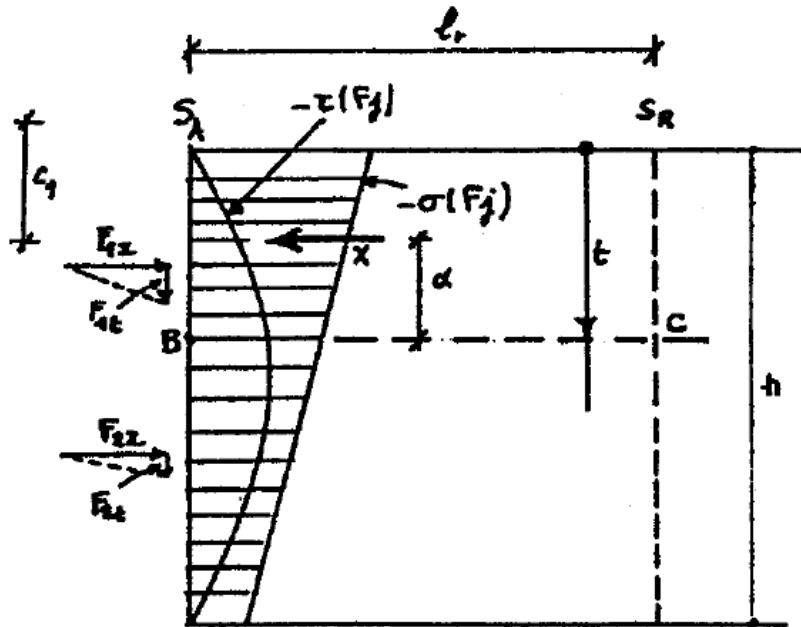
Sur un plan de coupure quelconque BC situé entre les deux ancrages 1 et 2, d'ordonnée t par rapport à l'extrados, on obtient les sollicitations suivantes ;

- Effort tranchant : $V_x = F_{1x} - X$.
- Moment fléchissant : $M_t = F_{1x}(1-c_t) - Xa + h/2(T - F_{1t})$
- Effort normal : $N_t = F_{1t} - T$.

Avec :

$$X = \int_{AB} \sigma(F_j) b dt$$

$$T = \int_{AB} \tau(F_j) b dt$$



NB : les équations précédentes sont valables pour une section rectangulaire (voir **BPEL Annexe 08**).

Vérifications réglementaires dans le cas général :

1-Effets de surface : Au voisinage immédiats de S_A ; prévoit un frettage de surface.

$$A_s = 0.04 \frac{\text{Max}(F_{j0})}{\bar{\sigma}_s}$$

F_{j0} : La force à l'origine de l'ancrage de niveau j ,

$\text{Max } F_{j0}$: Le maximum de toutes ces forces,

$$\bar{\sigma}_s = \frac{2}{3} f_e$$

2- Effets d'éclatement :

- Contrainte de traction du béton :

$$\sigma_{tj} = 0.5 \left(1 - \frac{a_i}{d_j} \right) \frac{F_{j0}}{bd_j} \leq 1.25 f_{tj}$$

- Contrainte de compression du béton :

$$\sigma_{xj} = \frac{F_{j0}}{bd_j} \leq \frac{2}{3} f_{cj}$$

d_j : Hauteur du prisme symétrique de niveau « j »

a_j : Dimension de la plaque d'ancrage de niveau « j »

f_{cj} : Contrainte caractéristique de compression du béton à « j » jour.

f_{tj} : Contrainte caractéristique de traction du béton à « j » jour.

- Frettage d'éclatement :

On calcule pour chaque ancrage de niveau « j », l'acier nécessaire :

$$A_{cj} = \frac{0.25 \left(1 - \frac{a_i}{d_j}\right) F_{j0}}{\frac{2}{3} f_e k_j}$$

$k_j = 1$, pour ancrage d'extrémité.

$k_j = 1.5$, pour ancrage intermédiaire.

$$A_c = \text{Max} \left(A_{cj \max} ; 0.15 \frac{F_{j \max}}{\frac{2}{3} f_e} \right)$$

La section définitive d'acier transversal :

$A_{cj \max}$: la plus grande valeur des A_{cj} .

$F_{j0 \max}$: la plus grande valeur des F_{j0} .

Ces aciers sont à répartir sur une longueur d_j à l'aval de S_A , en s'assurant que chaque prisme « j » a au moins la section d'acier A_{cj} sur la longueur d_j .

Equilibre général de diffusion pure :

On remplace les efforts concentrés aux ancrages par une charge uniforme répartie sur la hauteur a_j de l'ancrage, ce qui permet d'écarter l'effort tranchant V , et le cisaillement τ_d .

Cisaillement :

A chaque niveau d'ordonnée t (positive en descendant vers l'appui), on calcule le cisaillement : $\tau_g = \tau_d + \tau$

τ_d : représente un cisaillement conventionnel dans le plan de coupure BC (**Fig** précédente), égale à :

$$\tau_g = \frac{2V_g}{bl_r}$$

V_x : Effort tranchant dans le plan horizontal BC.

B : Largeur de la poutre.

L_r : Longueur de régularisation.

τ : le cisaillement le plus défavorable du à l'ensemble des sollicitations y compris celles des câbles ancrés à l'about S_A .

On détermine le cisaillement maximum $\tau_{g \max}$ de toute les τ_g , en fonction de l'ordonnée t du plan BC, en on vérifier que :

$$\tau_{g \max} \leq 1.5 f_{tj}$$

En cas de précontrainte transversale, on peut déduire de $\tau_{g \max}$ la valeur de la contrainte de compression transversale.

Armatures transversales ; elles sont calculées : $A_c = \frac{(V_{xe})_{max} - N_{te}}{\frac{2}{3} f_e}$

Et distribuées sur une longueur $2/3 l_r$, à partir de S_A .

N_{te} : l'effort normal N_t (mentionné ci-dessus) compté positivement pour une compression et concomitant à l'effort tranchant $(V_{xe})_{max}$, qui est le maximum de tous V_{xe} , calculés par :

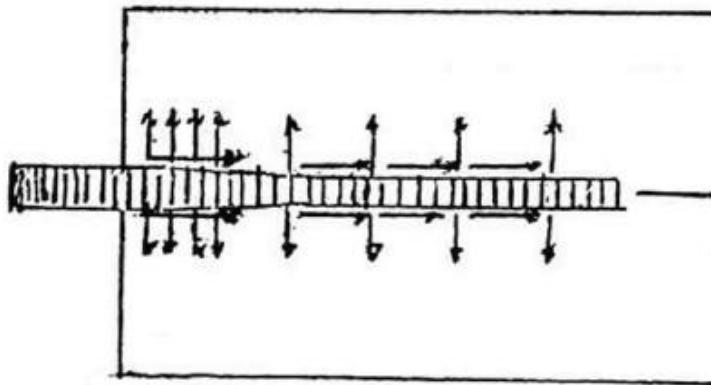
$$V_{xe} = V_x \left[1 - \left(\frac{f_{tj}}{3\tau_d} \right)^2 \right]$$

NB : Ces armatures ne se calculent pas avec les précédentes ; A_s et A_e :

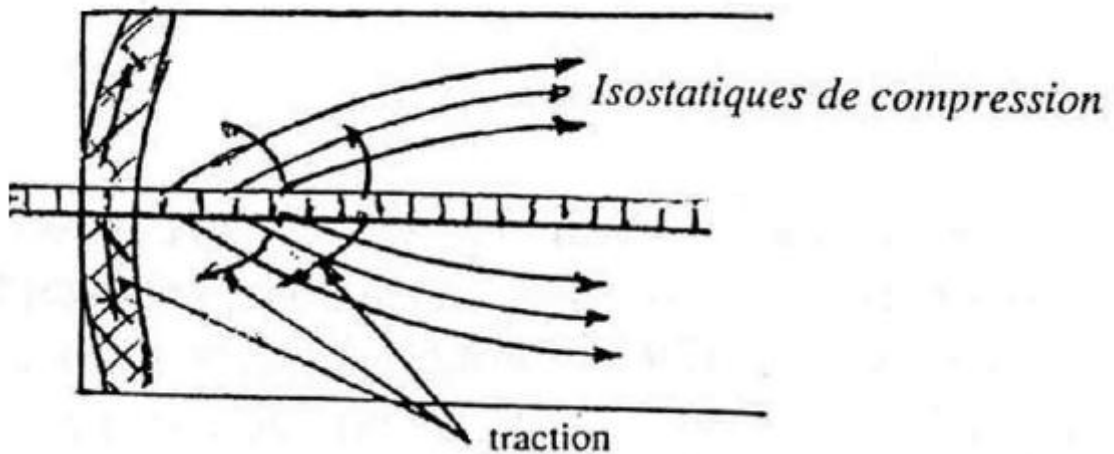
- Si : $A_s + A_e \geq A_c$; aucune armatures supplémentaire n'est nécessaire.
- Si : $A_s + A_e < A_c$; on ajoutera aux armatures A_s et A_e la différence : $A_c - A_s - A_e$.

II- En pré-tension :

Comme mentionner au chapitre des procédures de précontrainte « lorsque une armature préalablement tendue est relâché sur un béton durci, l'effet de l'armature est transmis au béton, cette transmission d'effort s'opère sur une certaine longueur, appelée longueur de scellement l_s », on observe sur cette longueur que la contrainte d'adhérence est maximale au voisinage de l'extrémité de l'armature qui correspond à l'about du béton durci ; en effet elle subit par effet poisson une dilatation transversale qui est gênée par le béton créant de forte compressions transversales dans cette zone , car l'effet poisson est très favorable, après cette zone les contraintes de compression, inclinées sur l'armatures formant un système de cones emboîtés faisant apparaître des contraintes circoferentielles de traction qui leur sont perpendiculaires.



Effet poisson



La longueur de scellement l_s , des armatures de précontrainte dépend de leur tension, de la résistance du béton, de leur enrobage, de leur répartition dans la pièce.

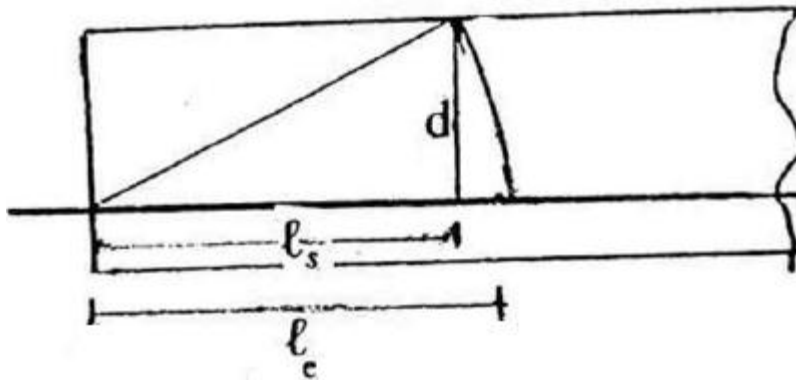
Pour chaque type d'armature de précontrainte, la longueur de scellement est fixée dans la fiche d'agrément de l'armature après avoir été déterminée expérimentalement.

La valeur approchée de l_s est fonction du diamètre Φ .

- $l_s = 100 \Phi$, pour les fils rond et lisses et pour les torons 3 fils.
- $l_s = 75 \Phi$, pour les torons de 7 fils.

En appelons « d » la distance du centre de l'armature de précontrainte à la fibre extrême la plus éloigné de celui-ci, on définit la longueur d'établissement l_e par rapport à la longueur de scellement l_s par :

$$(1) l_e = \sqrt{(0.8l_s)^2 + d^2}$$



Pour certain cas ou la longueur d'établissement de la précontrainte l_e , peut être trop favorable (parce que elle contribue par exemple à une réduction du cisaillement de la pièce) et il est conseillé de prendre pour l_e :

$$l_e = \sqrt{(1.2l_s)^2 + d^2}$$

Dans d'autre cas, une superposition d'une contrainte normale due à un moment extérieur, rajoutée à celle de la précontrainte qui s'établit sur la longueur l_e (1) pourrait être à la limite

de celle autorisée, il est conseillé alors de faire une vérification en adoptant une distance le plus courte que **(1)**, soit :

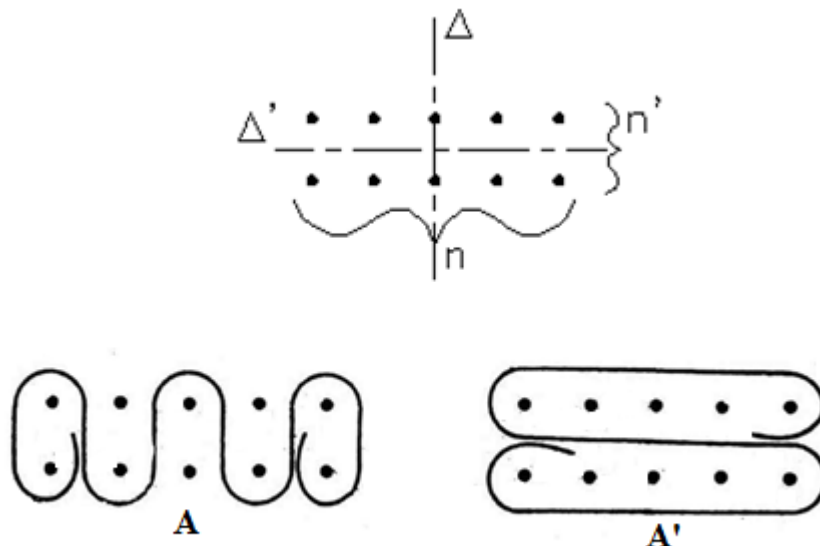
$$l_e = \sqrt{(0.8l_s)^2 + d^2}$$

Dans ce type de précontrainte les effets d'éclatement des bouts de pièces ont une grande importance par suite du gonflement des armatures actives ; il faut donc disposer des armatures passives **HA** transversales, sur une longueur d'environ **ls/4**, dont la section correspond à 4% de la force totale de précontrainte introduite, sans être inférieure à 10% de la partie d'effort de précontrainte qui se produit le long d'un parement de la pièce.

Les efforts d'éclatement seront équilibré par des armatures passives (un frettage) sous contrainte limitée à : $\frac{2}{3}f_e$

Parallèlement à chaque plan d'étalement Δ , l'effort d'éclatement est pris égal à la plus élevée des 2 valeurs suivantes :

- **0,04 NF.**
- **0,10 nF.**
- **F** : La valeur de calcul de la force de précontrainte après relâchement, dans une armature au droit de la section **S_R**.
- **N** : Le nombre total d'armatures.
- **n** : Le maximum du nombre d'armatures que comporte chacun des lits perpendiculaires à Δ .



Dans la figure ci-dessus, on a ainsi ; **n = 5**, **n' = 2** et **N = nn' = 10**. L'ensemble des brins verticaux des frettes **A** doit donc équilibrer :

Max : - **0,04 NF = 0,4 F = 0,5 F.**

- **0,10 nF = 0,5 F = 0,5 F.**

L'ensemble des brins horizontaux des frettes A' :

$$\text{Max : } -0,04 NF = 0,4 F = 0,4 F.$$

$$-0,10 n'F = 0,2 F = 0,4 F.$$

Ces armatures sont réparties sur une longueur égale à $l_{sn}/4$ à partir de l'about.

la distance à respecter horizontalement et verticalement entre les armatures de précontrainte est de l'ordre de **5 cm**, il en est de même pour leur distances aux parements (notamment a la sous face) ne pourra pas être inférieure a **2cm** dans le cas des prédalles dont l'épaisseur ne pourra être inférieure a **5cm**, et le diamètre des fils de frettage supérieur a 4mm. Seules les predalles de petites dimensions (de **80 cm** a **150 cm** de longueurs maximum) pourront avoir **4cm** d'épaisseur.

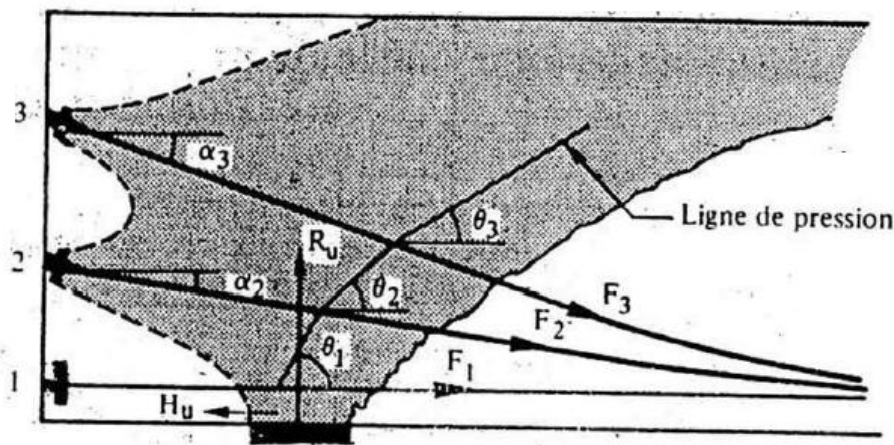
Les zones d'appui simple d'about- des poutres post-contraintes

A l'about d'une pièce précontrainte il faut justifier :

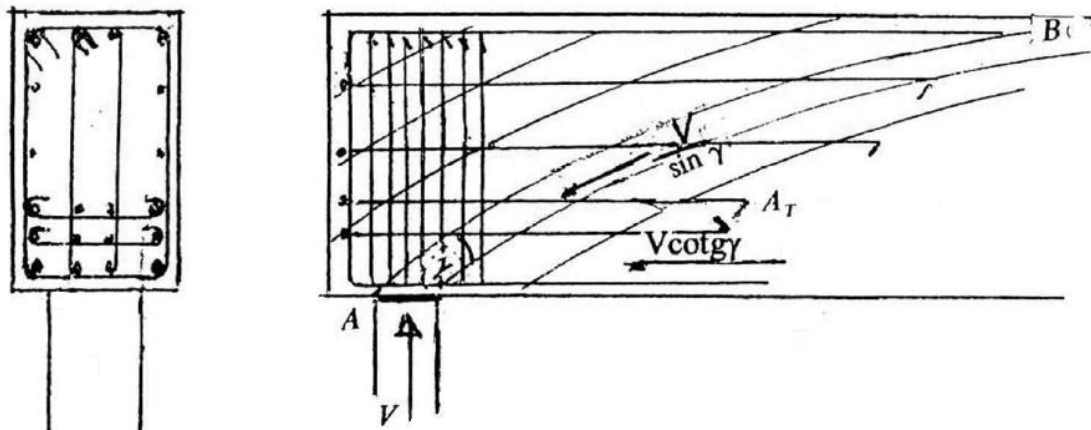
- la résistance aux actions tangentes des sections voisines de l'appui.
- L'équilibre de la bielle d'about.

1) en post-tension :

Il faut calculer à l'**ELU**, en faisant référence à l'ongle γ d'inclinaison des bielles d'appui (varier de **30°** à **45°**) par rapport a l'horizontal.il faut justifier l'équilibre des bielles d'about ;



Si notamment la largeur de l'appui est insuffisante il faut prévoir des armatures passives horizontales et verticales susceptible sous contrainte $0,9f_e$, de reprendre la partie de la bielle non directement équilibrée par l'appui.

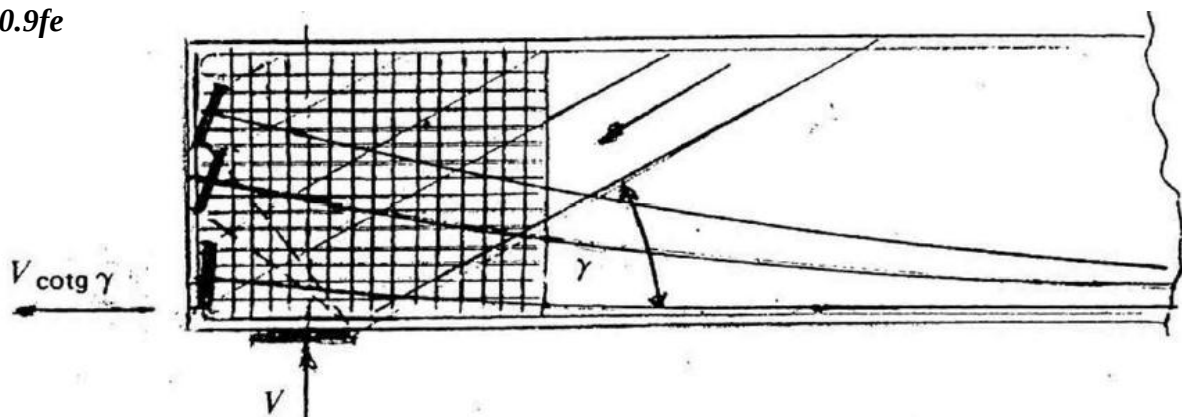


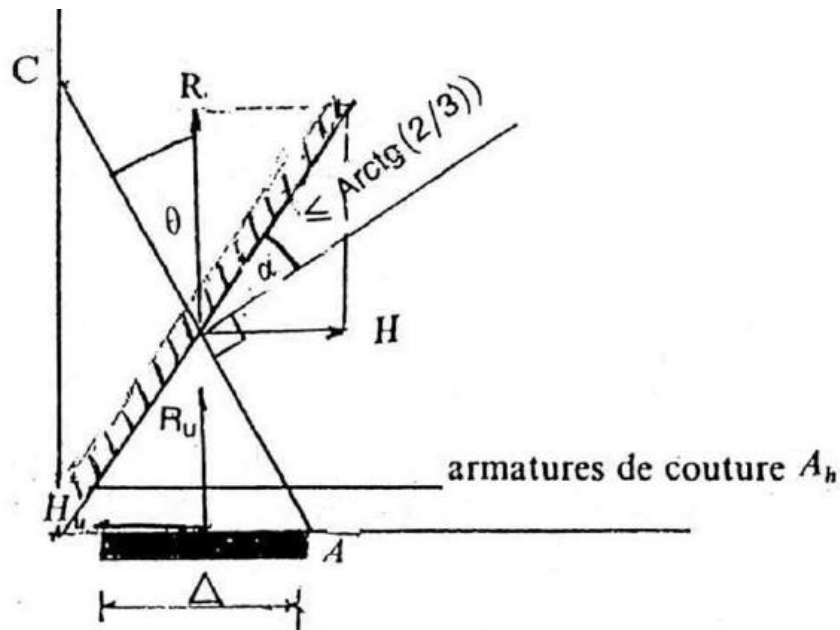
D'ailleurs en l'absence d'ancrage des câbles de précontrainte à l'about d'une poutre reposant librement, le moment fléchissant est nul et l'effort dans l'armature horizontale correspond à $V \cot \gamma$, quelque soit la pente des armatures transversales ; les cadres et étriers doivent être ancrés au-delà de la ligne **AB**, dans la zone d'about, les armatures verticales ou inclinées laissent cependant se former des bielles élémentaires parallèles à la bielle d'appui et équilibrée par des armatures horizontales (distribuées sur toute la hauteur de l'about de poutre et ancrées au delà de la ligne **AB**).

Lorsque l'about de poutre comprend des ancrages d'armatures de précontrainte, on peut trouver au moins deux cas importants :

- Un ancrage correspond à un câble horizontal ou presque qui permet à lui seul d'équilibrer la totalité de l'effort transmis par la bielle d'about passant directement sur l'appui ; il sera nécessaire de vérifier dans ce cas que la boîte d'ancrage (qui permet l'épanouissement des câbles avant leur liaisons avec la plaque d'ancrage) permet néanmoins de disposer de suffisamment de béton sur son pourtour pour que l'assise de la poutre, sur son appui, soit satisfaisante.

- Si le béton entourant la boîte d'ancrage soit insuffisant pour équilibrer sous contrainte $f_{c28}/1.3$, la totalité de l'effort transmis par la bielle à l'ELU, il faut rajouter des armatures horizontales en c ancrées au moins à 50Φ au-delà de l'axe vertical de l'appui sous contrainte de $0.9f_e$





On estime que la sécurité est assurée si les armatures horizontales A_h correspondent à l'état ultime vérifié :

$$0.9 f_e A_h \geq \lambda (R_u + F_v) + (H_u - F_H)$$

R_u : la composante verticale de la réaction d'appuis.

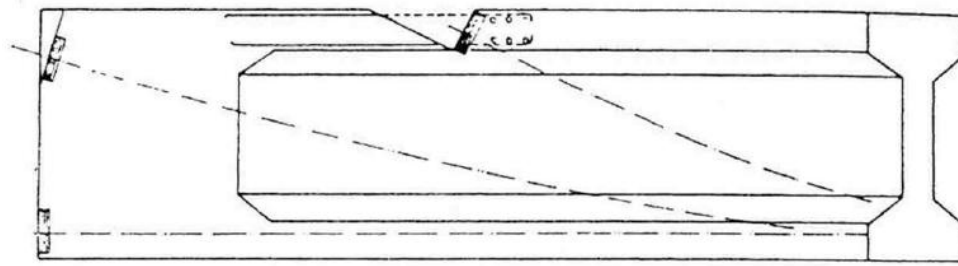
H_u : la composante horizontale de la réaction d'appuis.

F_H : la composante horizontale de la force de précontrainte.

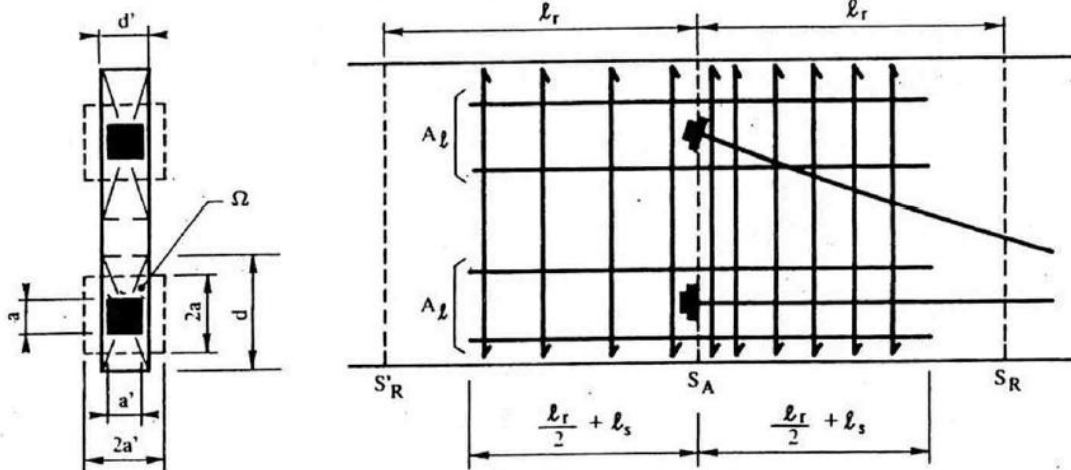
F_v : la composante verticale de la force de précontrainte.

λ : coefficient qui vaut : $\lambda = \frac{1.5 - \tan \theta}{1 + 1.5 \tan \theta}$

Comme indiqué ci-dessus AC est le plan de rupture tracé depuis l'ancrage le plus bas de l'about de la poutre et θ l'angle formé avec réaction verticale, α est l'angle formé par la normale au plan de rupture : $\alpha \leq \arctg 2/3$.



Armatures passives au voisinage d'une encoche



Dispositions des armatures :

A) en post-tension les armatures sont disposées à l'intérieur de conduite constituées généralement de gaines ou de tubes, leur tracés doit satisfaire a certain conditions :

- Déviations limitées au minimum, si possible dans un seul plan.
- Les rayons de courbures sont conformes aux valeurs minimales définies dans les fiches d'agrément de procédé utilisé.
- Les ancrages sont disposés selon les conditions géométriques et mécaniques données.
- Le cachetage des ancrages doit assurer une bonne étanchéité
- Des événements d'injection sont disposés en nombre suffisants.

Le groupement des armatures doit satisfaire aux conditions suivantes :

Dans le plan horizontal :

Le nombre des conduites dans chaque paquet est limité à :

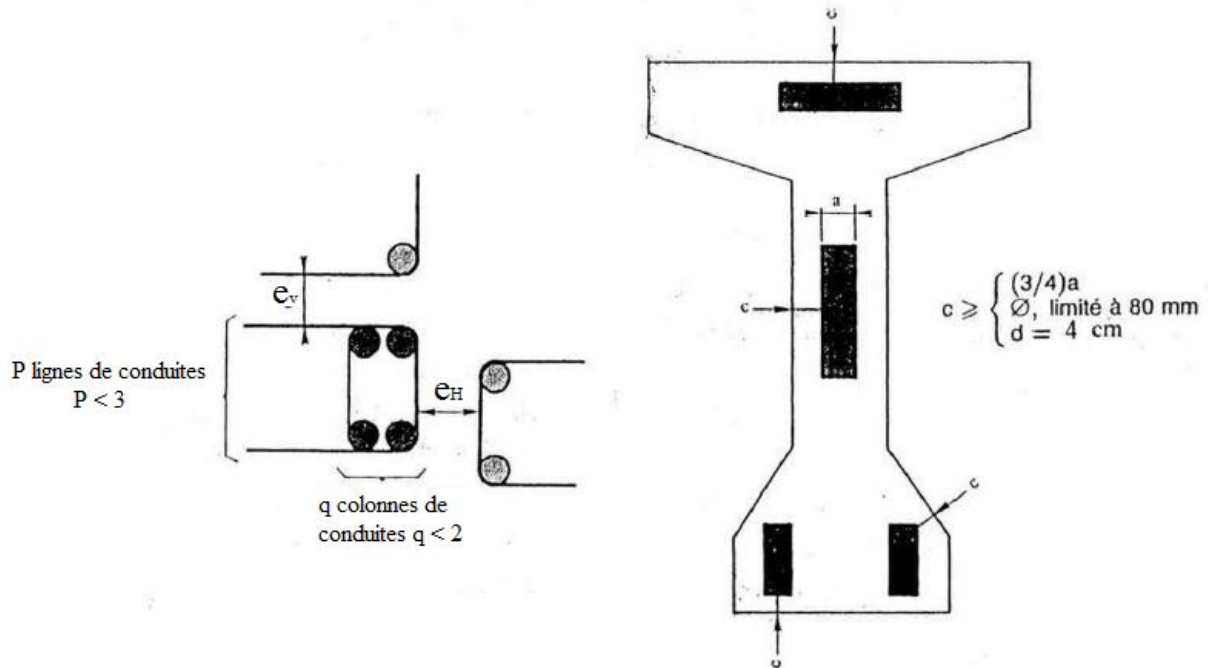
- 2 si : $\Phi \leq 5\text{cm}$.
- 1 si : $\Phi > 5\text{ cm}$.

Dans le plan vertical :

Le nombre des conduites dans chaque paquet est limité à :

- 3 si : $\Phi \leq 5\text{cm}$.
- 2 si : $5 < \Phi < 10\text{ cm}$.
- 1 si : $\Phi \geq 10\text{cm}$

Φ : le diamètre de conduite.



$$e_H \geq \begin{cases} 1.5 \Phi & \text{si } P = 3 \\ \Phi & \text{si } P \leq 2 \\ 1.5 \Phi & \text{si } q = 2 \end{cases}$$

$$e_V \geq \begin{cases} \Phi & \text{si } q = 1 \\ 1.2 \Phi & \text{si } q = 2 \\ 4 \text{ cm} & \end{cases}$$

P : Le nombre des lignes de conduites.

q : Le nombre des colonnes des conduites.

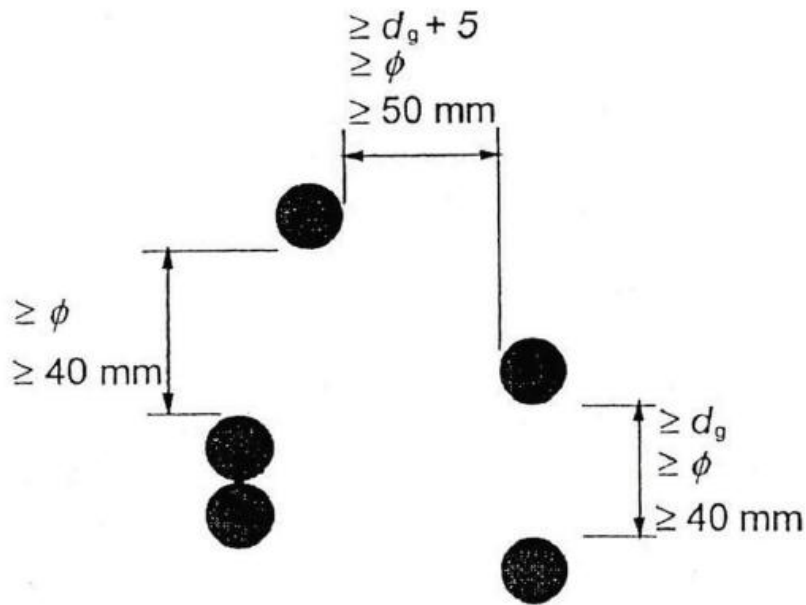
e_H : l'espacement horizontal entre armatures.

e_V : l'espacement vertical entre armatures.

Distance « c » des armatures aux parements :

$$c \geq \begin{cases} \frac{3}{4} a & (a : \text{dimension horizontale du rectangle circonscrit au conduit}) \\ \Phi & (\text{limité à } 80\text{mm}) \\ d = 4\text{cm} & \text{pour les ouvrages courants} \end{cases}$$

L'espacement entre conduites doit respecter le dessin suivant :



B) En pré-tension : il faut veiller à ce que les armatures (fils ou torons) ne soient pas groupés en paquets et que la distance de l'axe de ces armatures au parement de la pièce le plus proche ne soit pas inférieure à 2.5 fois leur diamètre, en respectant un enrobage minimal de **3cm**, si les parois sont exposées aux intempéries.