

# TURBOMACHINES<sup>1</sup>

## Série d'Exercices N° 1

**NB :** Pour tout le module de Turbomachines, prendre :

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3 \text{ (sauf autre indication)}$$

### Exercice 1

Une pompe de puissance 15 kW délivre 1500 l/mn d'essence ( $\rho = 680 \text{ kg/m}^3$ ) avec un rendement de 80%. Quelle est la hauteur et l'augmentation de pression totale développée par la pompe.

### Exercice 2

Une pompe présente la caractéristique adimensionnelle suivante :

$$\Psi = 0.06 + 46 \Phi - 2200 \Phi^2$$

Pour une vitesse de rotation  $N$  de 1500 rpm et un diamètre du rotor  $D$  de 60 cm, quelle est la hauteur  $H$  développée par la pompe pour un débit  $Q$  de 972 m<sup>3</sup>/h.

Calculer la puissance requise  $P$  pour un rendement  $\eta$  de 81%.

### Exercice 3

On a besoin d'une pompe qui tourne à 800 rpm et qui fournit une hauteur de 1.83 m et un débit de 0.2 m<sup>3</sup>/s, tout en ayant un rendement acceptable de 75%.

Quel est donc le type de pompe et la puissance requise.

### Exercice 4

Une turbine Francis de vitesse spécifique 0.6 tourne à 180 rpm sous une hauteur de 146 m et un rendement de 93.5%. Estimer la puissance et le débit délivrés par la turbine.

### **Exercice 6**

La vitesse spécifique d'une turbine Kaplan est de 5 lorsqu'elle fonctionne sous une hauteur de 12 m à 150 rpm. Une station hydro-électrique produit 30 MW de puissance. Combien de turbines sont-elles utilisées.

### **Exercice 9**

Un barrage permet de fournir  $400 \text{ m}^3/\text{s}$  sous 4 m de hauteur. Pour un projet hydro-électrique, on a établi un plan d'installation de turbines soit de type Francis ( $N_s = 2$ ), soit de type Kaplan ( $N_s = 5$ ). La vitesse de rotation est identique et égale à 150 rpm et le rendement aussi égal à 90%.

Déterminer le nombre de machines dans chacune des situations. *Commenter.*

### **\* Exercice 10**

Une turbine hydraulique radiale est conçue pour fonctionner sous 14 m de hauteur et une vitesse de rotation de 95 rpm, et produire 30 MW de puissance.

On fait des tests sur un modèle similaire et qui produit 40 kW sous une hauteur de 5 m.

Pour un rendement de 90%, déterminer : *→ Prototype*

- Déterminer la vitesse de rotation du modèle. *→ Prototype*
- Le rapport des diamètres du modèle et du prototype (échelle géométrique).
- Le débit volumique à travers le modèle.
- Montrer que la vitesse spécifique du prototype est identique à celui du modèle.



Exo1:

\* Calculer la hauteur :

$$\eta = \frac{P_e}{P} ; P_e = \rho g H Q \quad \{ Q = 1500 \text{ l/min} = 0,025 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\eta = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot Q}{P} \Rightarrow H = \frac{\eta \cdot P}{\rho \cdot g \cdot Q} = \frac{0,8 \times 15 \cdot 10^3}{680 \times 10 \times 0,025}$$

$$H = 70,58 \text{ m}$$

\* Calculer l'augmentation de pression totale :

$$\Delta P_t = P_{t2} - P_{t1} = \rho g H = 680 \times 10 \times 70,58$$

$$\Delta P_t = 479,944 \text{ kPa}$$



## Exo 2:

- Une pompe:

$$\psi = f(\phi) = 0,06 + 46\phi - 2200\phi^2$$

- On va définir 3 coefficient addimensionnel important:

• Coefficient de Hauteur:  $\psi = \frac{g \cdot H}{\Omega^2 \cdot D^2}$

• Coefficient du débit:  $\phi = \frac{Q}{\Omega \cdot D^3}$  ;  $\Omega = \frac{2\pi N}{60}$

• Coefficient de Puissance:  $\pi = \frac{P}{\rho \cdot \Omega^3 \cdot D^5}$

• Calculer la Hauteur "H":

$$\phi = \frac{Q}{\Omega \cdot D^3} = \frac{0,27}{757 \times (0,15)^3}$$

$$\phi = 7,95 \cdot 10^{-3}$$

$$\Omega = \frac{\pi N}{30} = 757 \text{ rad/s}$$

$$Q = 972 \text{ m}^3/\text{h} = 0,27 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\psi = 0,06 + 46(7,95 \cdot 10^{-3}) - 2200(7,95 \cdot 10^{-3})^2$$

$$\psi = 0,286$$

$$\psi = \frac{g \cdot H}{\Omega^2 \cdot D^2} \Rightarrow H = \frac{\psi \cdot \Omega^2 \cdot D^2}{g} = \frac{0,286 \times (757)^2 \times (0,15)^2}{10}$$

$$H = 254 \text{ m}$$

• Calculer la puissance:

$$\eta = \frac{P_R}{P} \Rightarrow P = \frac{P_R}{\eta} = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot Q}{\eta} = \frac{10^3 \times 10 \times 254 \times 0,27}{0,87}$$

$$P = 8466,66 \text{ W}$$



### Exo3:

• Trouver le type de pompe:

On va définir une caractéristique importante pour les pompes qui ont la vitesse spécifique "s":

$$N_s = \frac{Q^{1/2} \times \Omega}{(gH)^{3/4}}$$

• Si:  $N_s < 1$ : Pompe centrifuge (radiale).

$N_s = 1 \text{ à } 2$ : Pompe mixte.

$N_s > 2$ : Pompe axiale.

$$N_s = \frac{Q^{1/2} \times \Omega}{(gH)^{3/4}} = \frac{\pi \cdot N \cdot Q^{1/2}}{30(gH)^{3/4}} = \frac{3,14 \times 800 \times 0,2^{1/2}}{30 \times (10 \times 7,83)^{3/4}}$$

$$N_s = 4,6$$

• C'est une pompe axiale.

• Trouver la puissance requise:

$$\eta = \frac{P_e}{P} \Rightarrow P = \frac{P_e}{\eta} = \frac{\rho g \cdot H \cdot Q}{\eta} = \frac{10^3 \times 10 \times 7,83 \times 0,2}{0,75}$$

$$P = 4850 \text{ W}$$



Exo4:

\* Estimer la puissance.

$$\begin{aligned} N_s &= \frac{P^{3/2} \times \Omega}{\rho^{1/2} \times (gH)^{5/4}} \Rightarrow P = \left[ \frac{N_s \times \rho^{1/2} \times (gH)^{5/4}}{\Omega} \right] \\ &= \left[ \frac{30 \times N_s \times \rho^{1/2} \times (gH)^{5/4}}{\pi N} \right] \\ &= \left[ \frac{30 \times 0,6 \times 1000^{1/2} \times (70 \times 746)^{5/4}}{3,14 \times 800} \right] \end{aligned}$$

$$P = 82,608 \text{ kW}$$

\* Estimer le débit délivré par la turbine.

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P}{P_e} = \frac{P}{\rho g H Q} \Rightarrow Q = \frac{P}{\rho g H \eta} = \\ &= \frac{82,608 \cdot 10^3}{1000 \times 70 \times 746 \times 0,935} \end{aligned}$$

$$Q = 60,57 \text{ m}^3/\text{s}$$



### Ex 8:

\* Calculer la puissance d'une seule Turbine Kaplan:

$$N_s = \frac{\Omega \cdot P^{3/4}}{P^{1/2} (gH)^{5/4}} \quad \text{avec : } \Omega = \frac{2\pi N}{60} = \frac{\pi N}{30} = \frac{\pi \times 750}{30}$$

$$\Omega = 15,7 \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow P = \left( \frac{N_s \times P^{1/2} \times (gH)^{5/4}}{\Omega} \right)^2 = \left( \frac{5 \times 1000^{1/2} \times (70 \times 72)^{5/4}}{15,7} \right)^2$$

$$P = 15,2 \text{ MW}$$

\* Calculer le nombre des turbines utilisées:

$$\frac{P_s}{P} = \frac{30}{15,24} = 1,96 \Rightarrow T_u = 2$$

On prend 2 Turbines Kaplan.



### Ex 09:

\* Déterminer le nombre de machines dans chacune des situations.

- Turbine Francis :

$$P = \left( \frac{N_s \times \rho \gamma_h \times (gH)^{5/4}}{\Omega} \right)^2 = \left( \frac{2 \times 1000^{3/2} \times (10 \times 4)^{5/4}}{15,7} \right)^2$$

$$P = 164\,274 \text{ W}$$

$$\eta_{Tpr} = \frac{P}{P_R} = \frac{P}{\rho g H Q_{Tpr}}$$

$$\Rightarrow Q_{Tpr} = \frac{P}{\rho g H \times \eta_{Tpr}} = \frac{164\,274}{10^3 \times 10 \times 4 \times 0,4}$$

$$Q_{Tpr} = 4,56 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\frac{Q_b}{Q_{Tpr}} = \frac{400}{4,56} = 87,71 \Rightarrow T_{pr} u = 88$$

- On utilise 88 Turbines Francis.

- Turbine Kaplan :

$$P_{Tkap} = 1\,026\,338,6 \text{ W}$$

$$Q_{Tkap} = 28,5 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\frac{Q_b}{Q_{Tkap}} = \frac{400}{28,5} = 14,03 \Rightarrow T_{kap} u = 14$$

- On utilise 14 Turbines Kaplan.



