1. DEFINITIONS ET THEORIE GENERALE DES TURBOMACHINES

1.1. Définitions

1.1.1. Turbomachines

Les turbomachines sont des machines dans lesquelles un fluide (liquide ou gaz) échange de l'énergie à l'aide d'un ou plusieurs impulseurs (appelés aussi rotors ou roues). Ces derniers sont munis d'aubes (pompes et compresseurs), d'ailettes (turbines à gaz ou à vapeur) ou augets (turbine hydraulique Pelton).

Pour une pompe par exemple, les aubes sont des obstacles profilés, plongés dans un écoulement de fluide. Elles constituent entre elles des canaux courbés dans lesquels le fluide s'écoule [10].

1.1.2. Grilles d'aubes :

On appelle grille d'aubes, un ensemble fixe ou mobiles d'obstacles (aubes) déduites les unes des autres par un déplacement géométrique périodique utilisé pour guider l'écoulement du fluide et pour échanger avec lui un effort mécanique. L'effort mécanique résulte de la différence de pression entre les deux faces d'une aube. Sur l'Intrados d'une aube, la pression est plus élevée que sur l'extrados.

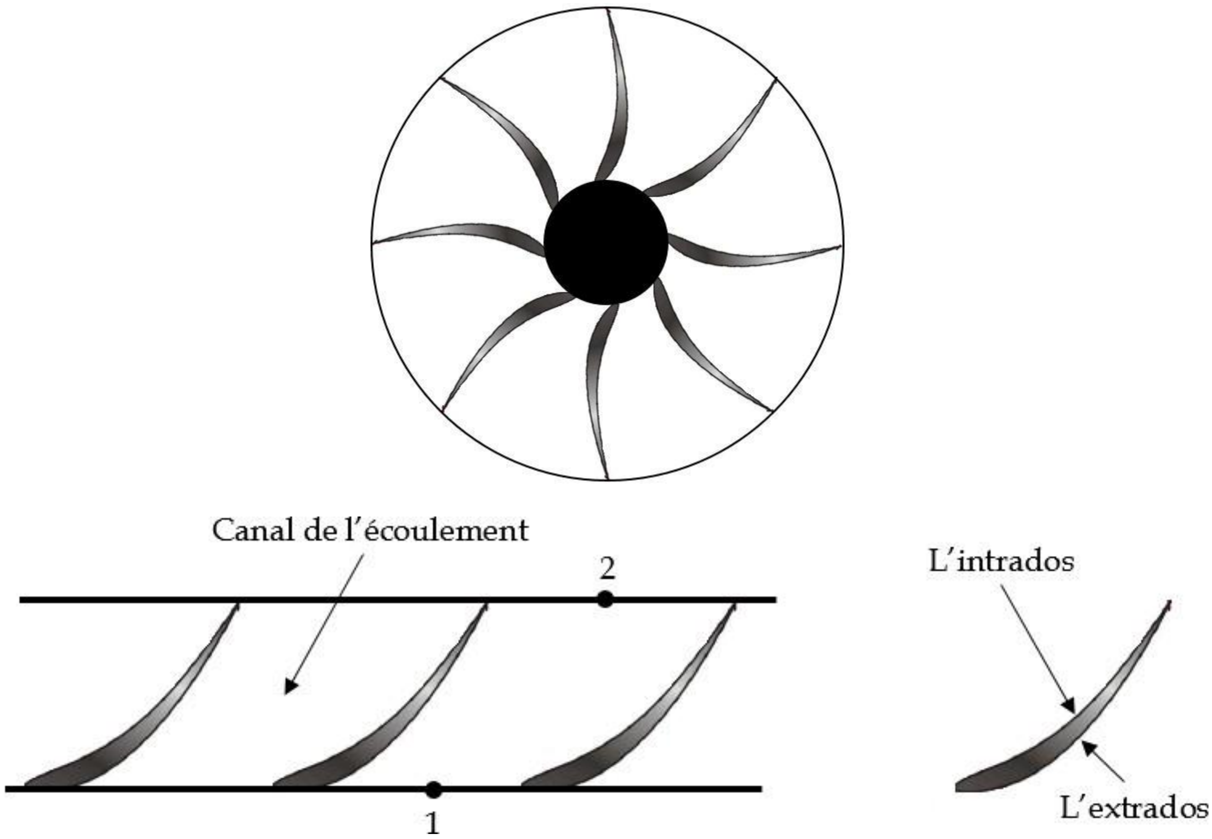

Figure 1.1 : Grille d'aubes

1.2. Classifications des turbomachines

1.2.1. Selon la nature du fluide

Les turbomachines constituent une grande famille de dispositifs/appareils utilisés dans l'industrie. On peut les situer par rapport aux autres machines à fluide à l'aide du schéma présenté ci-dessous. Selon la nature du fluide, elles sont divisées en deux parties : *à fluide compressible et à fluide incompressible*.

Machines à fluides

Machines volumétriques		Turbomachines	
Alternatives	Rotatives	Compressibles	Incompressibles
A piston	A vis	Turbine à gaz	Turbopompes
A membrane	A palettes	Turbine à vapeur	Turbines Hydrauliques
	A engrenages	Compressibles	
		Compressibles	

Schéma 1.1 : Classification des machines à fluides

1.2.2. Selon la trajectoire du fluide

La forme de trajectoire du fluide dans la roue d'une turbomachine fournit également une base de classification des types de turbomachines. En générale, on distingue :

a) Turbomachines radiales :

Dans ce type de turbomachine, le fluide traverse la roue (rotor) perpendiculairement à l'axe de l'arbre de la machine. Pour les machines radiales, on distingue les machines centrifuges (écoulement s'éloigne de l'axe) et les machines centripètes (l'écoulement se rapproche de l'axe) [10].

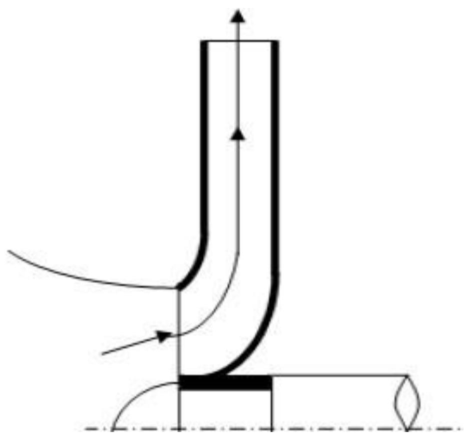

Figure 1.2 : Roue d'une turbomachine radiale [1]

b) Turbomachines axiales :

Ici, le fluide traverse la roue de la machine parallèlement à l'axe.

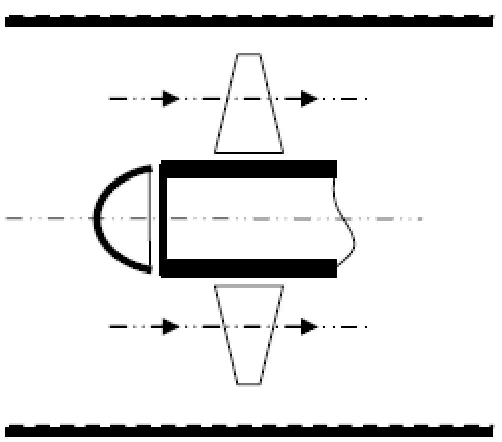

Figure 1.3 : Roue d'une turbomachine axiale [1]

c) Turbomachines semi-axiales :

Ce sont des machines où le fluide traverse la roue de façon diagonale (fig.3). Elles sont aussi appelées machines hélico-centrifuges ou hélicoïdale.

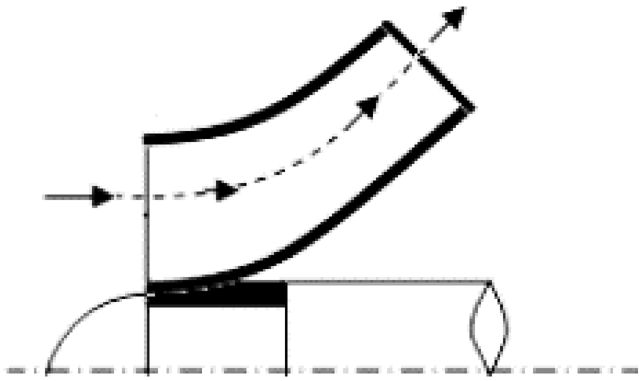

Figure 1.4 : Roue d'une machine semi-axiale [1]

1.2.3. Selon la fonction de la machine

Le sens de transfert de l'énergie entre la machine est le fluide peut aussi définir un type de classification de turbomachines.

Dans le cas où la machine transmet de l'énergie au fluide (transfert d'énergie mécanique en énergie hydraulique), la machine est ***motrice*** (pompes, compresseurs). Dans le cas inverse (transfert de l'énergie hydraulique en énergie mécanique), la machine devient ***réceptrice*** (Turbines).

1.3. Constitution des turbomachines

Suivant qu'une turbomachine comporte un ou plusieurs rotors, elle est dite ***monocellulaire*** ou ***multicellulaire***. Une turbomachine monocellulaire complète se compose de trois organes distincts que le fluide traverse successivement, soit depuis l'entrée jusqu'à la sortie de ma machine :

1.3.1. Le distributeur

Il est le premier organe que le fluide rencontre sur sa trajectoire. Son rôle est de conduire le fluide depuis la section d'entrée de la machine « point 0 » jusqu'à l'entrée du rotor « point 1 », en lui assurant une vitesse et une direction convenables.

1.3.2. Rotor (Roue)

Dans une turbomachine, la roue est l'élément le plus important dans lequel s'effectue l'échange des énergies ; dans une machine réceptrice, l'énergie fournie par le moteur d'entraînement y est communiquée au fluide tandis qu'inversement, dans une machine motrice, le rotor reçoit sous forme de travail mécanique l'énergie libérée par le fluide. Les indices « 1 » et « 2 » caractériseront respectivement les grandeurs relatives à l'entrée du rotor et à sa sortie, celle-ci constituant aussi l'entrée du diffuseur.

1.3.3. Diffuseur

Le diffuseur ou l'amortisseur a le rôle de collecter le fluide a la sortie du rotor et de l'amener dans la section de sortie de la machine à la vitesse désirée. C'est aussi l'organe qui est destiné à transformer l'énergie cinétique en pression. Les indices « 2 » et « 3 » caractérisent respectivement les sections d'entrée et de sortie du diffuseur, cette dernière pouvant être aussi la section de sortie de la machine.

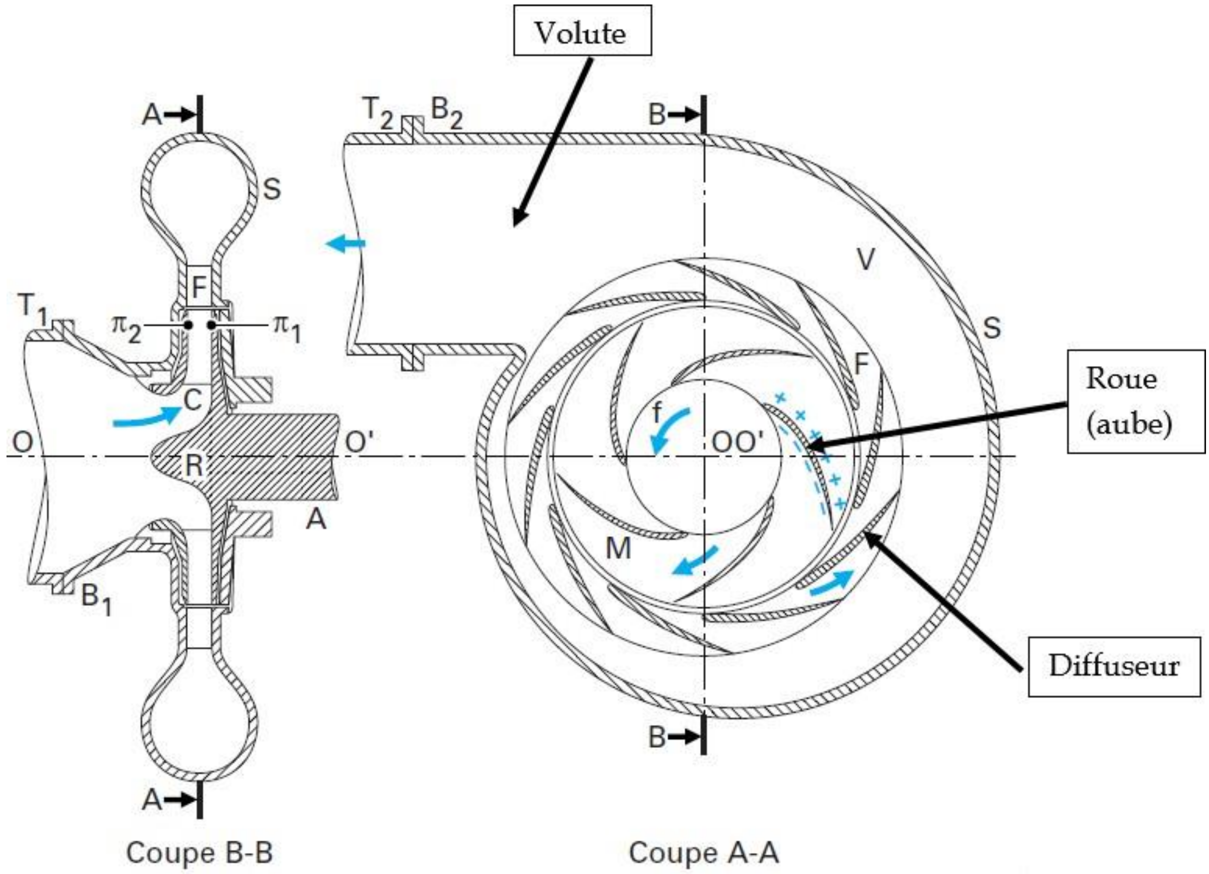

Figure 1.5 : Composantes d'une pompe centrifuge [7]

1.4. Théories générales

Les équations de la conservation de la masse, de la conservation de la quantité de mouvement et de la conservation de l'impulsion angulaire (moment de la quantité de mouvement), représentent des éléments essentiels pour les applications dans le domaine des turbomachines. Les expressions mathématiques de ces équations sont illustrées ci-dessous. La figure 1.6 illustre un volume de contrôle *V*. [5]

1.4.1. Conservation de la masse

L'équation de la conservation de la masse (continuité) exprime que l'accumulation de matière dans un volume de contrôle dans le temps est égale à la somme des flux massiques qui traversent les frontières du volume. L'expression mathématique du principe est :

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho . dV + \int_s \rho v \, . dS = 0 \tag{1.1}$$

Avec :

$\frac{d}{dt}\int_V \rho . dV$: Accumulation de matière dans le volume de contrôle dans le temps.

$\int_s \rho v \, . dS$: Flux massique traversant les surfaces (d'entrée et de sortie).

ρ : masse volumique

v : vitesse

dV : unité de volume

dS : unité de surface

Pour un régime permanent, la première partie de l'équation est égale à zero. Donc l'équation (1.1) devient :

$$-\int_s \rho v \, . dS = 0 \tag{1.2}$$

$$\Rightarrow \ \rho . v . S_1 = \rho . v . S_2 = Q_m \tag{1.3}$$

$$\Rightarrow \ Q_v = v . S_1 = v . S_2 \tag{1.4}$$

Q_m : Débit massique (Kg/s) ;

Q_v : Débit Volumétrique (M^3/s).

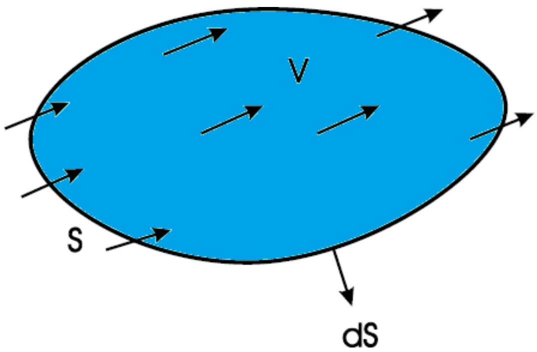

Figure 1.6 : Volume de contrôle

1.4.2. Conservation de la quantité de mouvement

Le principe de la conservation de la quantité de mouvement indique que la sommation des forces est égale à l'accumulation de la quantité de mouvement dans un volume de contrôle dans le temps plus la somme des flux de quantité de mouvement qui traversent les frontières du volume…

$$F = \frac{d}{dt}\int_V \rho v dV + \int_s \rho v . v dS \tag{1.5}$$

Avec :

F : Sommation des forces ;

$\frac{d}{dt}\int_V \rho v dV$: Accumulation de la quantité de mouvement dans un volume de contrôle dans le temps ;

$\int_s \rho v. vdS$: Somme des flux de quantité de mouvement qui traversent les deux surfaces d'entrée et de sortie ;

Moment de la quantité de mouvement :

Le moment angulaire est donné par l'équation suivante :

$$M = \frac{d}{dt}\int_V r.\rho v dV + \int_S r.\rho v. vdS \tag{1.6}$$

Etat stationnaire :

$$\frac{d}{dt}\int_V r.\rho v dV = 0$$

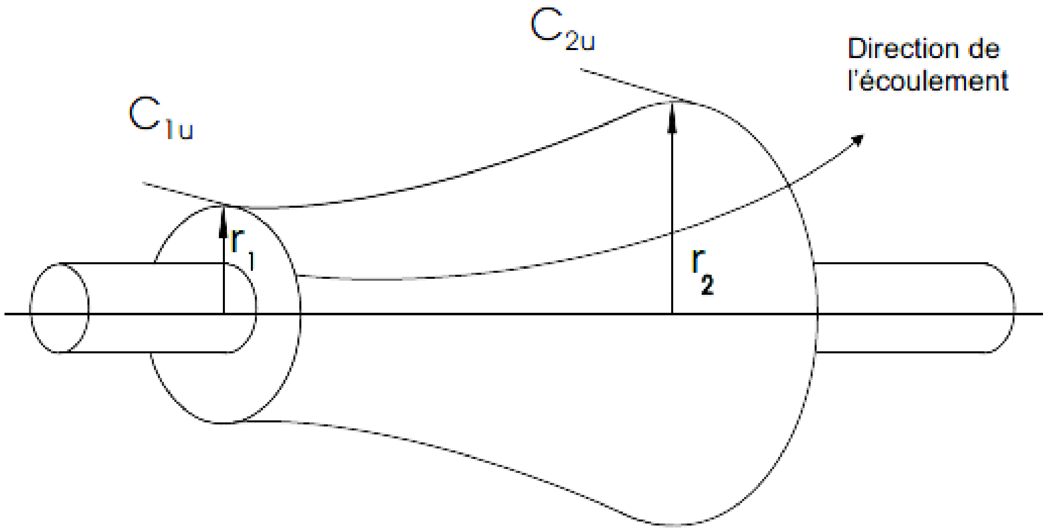

Figure 1.7 : Rotor schématique [5]

$$M = \int_S (r.\rho v)v. dS = (r_2 . v_2)\rho_2 v_2 S_2 - (r_1. v_1)\rho_1 v_1 S_1 \tag{1.7}$$

En utilisant l'équation (1.3), l'équation (1.7) devient :

$$M = Q_m(r_2 v_2 - r_1 v_1) \tag{1.8}$$

1.5. Diagrammes des vitesses

Le mouvement du fluide à l'intérieur des canaux d'une roue à aubes est le résultat de deux mouvements :

- La rotation de la roue : représentée par la *vitesse tangentielle* à la roue $\vec{U}$ (appelée aussi vitesse périphérique, vitesse circonférentielle et vitesse d'entrainement). Elle est donnée par :

$$U = \frac{\pi DN}{60} = \frac{2\pi rN}{60} \tag{1.9}$$

Avec :
D : diamètre de la roue
N : la vitesse de rotation de la roue (tr/min)

- Le déplacement par rapport à l'aube : représenté par la ***vitesse relative*** $\vec{W}$ qui est tangente à l'aube.

La figure 1.8 représente une roue d'une turbomachine sur laquelle sont tracés les vecteurs des vitesses (à l'entrée « indice 1 » et à la sortie « indice 2 »).

La vitesse $\vec{C}$ est appelée la ***vitesse absolue***, peut être déterminer par : $\vec{C} = \vec{U} + \vec{W}$. Dans certains livres, la vitesse absolue peut être nommée $\vec{V}$.

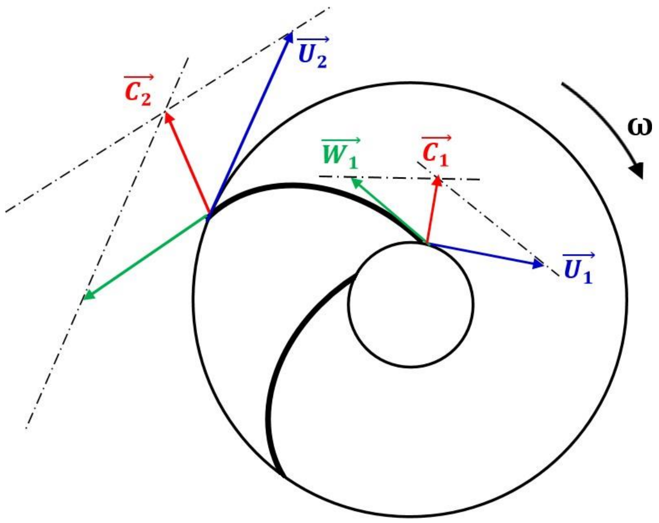

Figure 1.8 : Diagrammes des vitesses sur une roue à entrée radiale

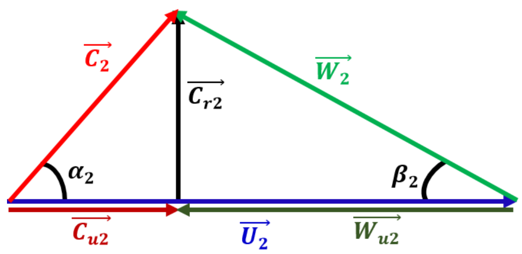

Figure 1.9 : Triangle des vitesses à la sortie d'une turbomachine radiale

L'angle α (angle de calage) est formé par les vitesses $\vec{U}$ et $\vec{C}$ et l'angle β (angle de construction) est formé par les vitesses $\vec{U}$ et $\vec{W}$. Il est à noter que l'inclinaison des aubes ne dépend pas du régime de fonctionnement.

Dans ce qui suit il faut intervenir encore deux composantes de la vitesse absolue :

- Une composante radiale :

$$C_r = C.\sin\alpha \qquad (1.10)$$

- Une composante circonférentielle :

$$C_u = C.\cos\alpha \tag{1.11}$$

La composante C_r peut être déterminé à l'aide de l'équation de continuité :

$$C_r = \frac{Q_v}{S} = \frac{Q_v}{\pi D\, b} \tag{1.12}$$

Pour une turbomachine à entrée radiale, la vitesse absolue est perpendiculaire à la vitesse d'entrainement et égale à sa composante radiale vu que la composante tangentielle est nulle. ($C_1 = C_{r1}$, $\alpha_1 = 90°$).

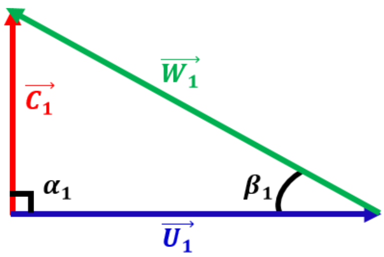

Figure 1.10 : Triangle des vitesses à l'entrée d'une turbomachine radiale

1.6. Théorème d'Euler

Le point de départ pour l'étude des turbomachines est l'équation d'Euler. Celle-ci peut être déduite aisément du principe de conservation de l'impulsion angulaire ou moment de la quantité de mouvement. En particulier, on considère un écoulement unidimensionnel en régime stationnaire dans le rotor d'une turbomachine ayant des conditions uniformes à l'entrée et à la sortie notées par les indices 1 et 2, respectivement. On applique alors, l'équation 1.8 à un filet de fluide entre ses deux points illustrés sur la figure 1.7 et celle-ci devient :

$$M = Q_m(r_2 v_2 - r_1 v_1)$$

Bien que cette expression de l'équation d'Euler est sous une forme mathématique élégante, elle requiert de modifications pour être facilement utilisable.

Dans les turbomachines ; $r.v = r.C_u$ (figure 1.10).

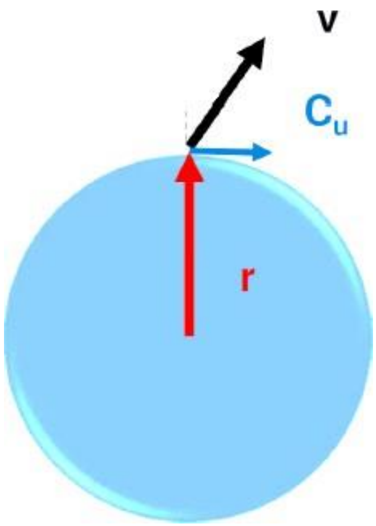

Figure 1.10 : Composante de vitesse utilisée pour calculer le moment angulaire [5]

L'équation (1.8) devient :

$$M = Q_m(r_2 C_{u2} - r_1 C_{u1}) \tag{1.13}$$

La puissance absorbée par la pompe est déterminée par :

$$P = M.\omega = Q_m(r_2 C_{u2}\omega - r_1 C_{u1}\omega) \tag{1.14}$$

Sachant que la vitesse tangentielle U peut être déterminée par : U = r.ω, l'équation (1.14) peut s'écrire comme suit :

$$P = Q_m(C_{u2}U_2 - C_{u1}U_1) \tag{1.15}$$

La puissance absorbée par la pompe peut être déterminée aussi comme suit :

$$P = Q_m.\, g.\, H_{th} \tag{1.16}$$

En égalisant les deux équations (1.15) et (1.16), on obtient **l'équation d'Euler** :

$$H_{th} = \frac{U_2 C_{u2} - U_1 C_{u1}}{g} \tag{1.17}$$

Pour les turbomachines à entrée radiale, on a Cu1 = 0 (α1 = 90°). Par conséquent, l'équation d'Euler se simplifie et devient :

$$H_{th} = \frac{U_2 C_{u2}}{g} \tag{1.18}$$

2. SIMILITUDES DANS LES TURBOMACHINES

2.1. Introduction

Les propriétés de similitude qui s'appliquent à des machines **géométriquement semblables** permettent de réduire le nombre de variables de fonctionnement indépendantes en définissant des groupements adimensionnels de variables ou **variables réduites**. Pour les turbomachines, elles conduisent aux **coefficients de Râteau** ; particularisées aux machines identiques, elles sont énoncées par le théorème de Râteau. Le concept de **vitesse spécifique** permet aussi de caractériser une famille de turbomachines géométriquement semblables et constitue de ce fait un coefficient de type.

2.2. Invariants de Râteau

Nous considérons ici une famille de turbomachines hydrauliques, chaque machine étant donc définie individuellement par la valeur d'une de ses dimensions linéaires, en l'occurrence celle de la dimension de référence r_2. Les coefficients de Râteau sont des variables réduites, c'est-à-dire des groupements adimensionnels des variables de fonctionnement de ces machines ; nous en utilisons les définitions et désignations suivantes, U_2 étant la vitesse d'entraînement au rayon r_2 [13] :

2.2.1. Coefficient de pression (ou pouvoir manométrique)

$$\mu = \frac{E}{U_2^2} = \frac{E}{\omega_2^2 r_2^2} = \frac{gH}{U_2^2} \tag{2.1}$$

2.2.2. Coefficient de débit

$$\delta = \frac{Q_v}{U_2 r_2^2} = \frac{Q_v}{\omega r_2^3} \tag{2.2}$$

2.2.3. Coefficient de puissance interne

$$t = \frac{P_i}{\rho U_2^3 r_2^2} = \frac{P_i}{\rho \omega^3 r_2^5} \tag{2.3}$$

2.2.4. Ouverture réduite

$$\gamma = \frac{O}{r_2^2} \tag{2.4}$$

2.3. Lois de similitude

On considère deux pompes géométriquement semblables. Elles possèdent des roues à aubes et des corps de pompes semblables (D_1, D_2, b_1, b_2, …etc.).

2.3.1. Similitude géométrique

$$\frac{D_1'}{D_1''}=\frac{D_2'}{D_2''}=\frac{b_1'}{b_1''}=\cdots=\frac{L_2'}{L_2''}=C_L \qquad (2.5)$$

(‘) Prime : pompe réelle

(’’) Seconde : pompe étalon

C_L : s’appelle constante de similitude géométrique. L est l’indice de n’importe quel paramètre géométrique (largeur, longueur, rayon…etc.).

2.3.2. Similitude cinématique

Ici, on parle de la similitude des vitesses (U, C, W, C_r, C_u *et* W_u).

$$\frac{U_2'}{U_2''}=\frac{C_2'}{C_2''}=\frac{W_2'}{W_2''}=\frac{C_{r2}'}{C_{r2}''}=\frac{C_{u2}'}{C_{u2}''}=\frac{W_{u2}'}{W_{u2}''}=V_r=C_V \qquad (2.6)$$

C_V : Constante de vitesse

A partir de la vitesse périphérique ($U = \Pi DN/60$) :

$$V_r=C_V=\frac{N'D'}{N''D''}=\frac{N'}{N''}\frac{D'}{D''}=C_N C_L \qquad (2.7)$$

2.4. Machines en fonctionnement semblables

2.4.1. Débit volumétrique

Nous avons : $Q = \Pi D_2 b_2 C_{r2}$

On considère Q’ et Q’’ ; deux débits pour deux pompes (étalon et réelle) :

$$\frac{Q'}{Q''}=\frac{\pi D_2' b_2' C_{r2}'}{\pi D_2'' b_2'' C_{r2}''}=C_L C_L C_V \qquad (2.8)$$

Avec $C_V = C_L C_N$, donc :

$$\frac{Q'}{Q''}=C_L^2 C_V=C_L^3 C_N \qquad (2.9)$$

2.4.2. Hauteur manometrique

$$\frac{H'}{H''}=\frac{U_2' C_{u2}'}{U_2'' C_{u2}''}=C_V^2=C_L^2 C_N^2 \qquad (2.10)$$

2.4.2. Puissance utile

$$\frac{P_u'}{P_u''} = \frac{Q'\rho' g H'}{Q'\rho' g H'} = \left(\frac{Q'}{Q''}\right)\left(\frac{H'}{H''}\right)\left(\frac{\gamma'}{\gamma''}\right) = C_L^3 C_N . C_L^2 C_N^2 . C_\gamma = C_L^5 C_N^3 C_\gamma \qquad (2.11)$$

Les équations (2.9), (2.10) et (2.11) représentent les lois de similitudes des pompes centrifuges.

2.5. Vitesse spécifique

2.5.1. Introduction

La vitesse spécifique est un concept basé sur les propriétés de similitude, qui permet de résoudre logiquement le problème du choix d’une turbomachine hydraulique répondant à une application donnée. Cette notion constitue, en effet, une base normale pour le classement des turbomachines selon leur type.

L’usage a consacré plusieurs définitions de la vitesse spécifique. Ainsi, les praticiens utilisent le **nombre de tours spécifique**, ce que nous considérons comme une tradition regrettable ; en effet, cette notion est non seulement définie différemment pour les pompes et les turbines hydrauliques, mais encore est en fait une survivance du système d’unités industriel. Nous l’utiliserons uniquement parce qu’elle permet de retrouver les valeurs numériques habituelles.

À l’encontre de cette pratique courante, nous donnons la préférence au **coefficient de vitesse spécifique**, ou à ses dérivés, que nous établirons d’ailleurs en premier lieu. Nous estimons, en effet, que l’usage du coefficient de vitesse spécifique devrait s’imposer, non seulement du fait de l’unicité de définition pour toutes les turbomachines hydrauliques, mais aussi parce qu’à l’encontre des définitions usuelles, ce coefficient est sans dimension.

2.5.2. Coefficient de vitesse spécifique

Considérons le fonctionnement d’une turbomachine quelconque sur un circuit donné ; il y correspond des valeurs bien déterminées du débit-volume Q_v, de l’énergie massique utile ou disponible E, de la vitesse de rotation ω, et par conséquent aussi des coefficients de Râteau de pression μ et de débit δ. Ce fonctionnement implique une relation obligatoire entre ces diverses grandeurs ; on obtient, en effet, en éliminant le rayon r_2 du rotor de la machine :

$$\frac{\delta^{1/2}}{\mu^{3/4}} = \frac{\omega Q_v^{1/2}}{E^{3/4}} \qquad (2.12)$$

Par définition, le coefficient de vitesse spécifique d’une turbomachine en un point de fonctionnement est la vitesse de rotation d’une machine de même type fonctionnant en similitude avec le débit unitaire de 1 m^3/s sous une énergie massique utile ou disponible de 1 J/kg.

Si Ω_s désigne le coefficient de vitesse spécifique, on a, d'après la relation précédente, puisque μ et δ sont constants en similitude :

$$\frac{\delta^{1/2}}{\mu^{3/4}} = \frac{\Omega_s 1^{1/2}}{1^{3/4}} \tag{2.13}$$

Il en résulte que pour le point de fonctionnement (ω, Q_v, E) considéré, le coefficient de vitesse spécifique vaut :

$$\Omega_s = \frac{\delta^{1/2}}{\mu^{3/4}} = \frac{\omega Q_v^{1/2}}{E^{3/4}} \tag{2.14}$$

On peut donc constater que, Ω_s est un nombre sans dimension, d'où la dénomination choisie de coefficient de vitesse spécifique.

2.5.3. Nombre de tours spécifique

a) Pompes :

Par définition, le nombre de tours spécifique d'une pompe en un point de fonctionnement est égal à la vitesse de rotation exprimée en tr/min d'une machine de la même famille fonctionnant en similitude avec un débit unitaire de 1 m^3/s sous une hauteur de 1 m.

Nous désignons le nombre de tours spécifique d'une pompe par N_S. En procédant comme pour Ωs (§ 2.5.2), on trouve pour un point de fonctionnement caractérisé parun débit-volume Q_v, une hauteur H = E/g et une vitesse de rotation N = 60ω/2π :

$$N_s = \frac{N Q_v^{1/2}}{H^{3/4}} \tag{2.15}$$

b) Turbines hydrauliques :

Par définition, le nombre de tours spécifique d'une turbine en un point de fonctionnement est égal à la vitesse de rotation exprimée en *tr/min* d'une turbine de même type fonctionnant en similitude sous une hauteur de *1 m* avec de l'eau de masse volumique égale à *1000 kg/m^3* en fournissant une puissance à l'arbre de *1 ch*.

Cette définition, différente de celle relative aux pompes, est due à des circonstances historiques. En effet, les turbines hydrauliques se sont développées comme moteurs dès le milieu du 19e siècle, avant l'électricité. Les variables caractérisant le fonctionnement d'une turbine étaient essentiellement la hauteur de chute H, la puissance à l'arbre P_i, que l'on exprimait en chevaux-vapeur, et la vitesse de rotation N. D'où la définition adoptée ci-dessus.

Pour éviter toute confusion, nous désignons le nombre de tours spécifique d'une turbine hydraulique par N'_s. La valeur de N'_s correspondant à un fonctionnement quelconque (H, P_i, N) peut être calculée en éliminant le rayon r_2 du rotor entre les relations (2.1) et (2.3) définissant respectivement les coefficients de Râteau de pression μ et de puissance τ. On obtient ainsi :

$$\frac{r^{1/2}}{\mu^{5/4}} = \frac{\omega P_i^{1/2}}{(gH)^{5/4}\rho^{1/2}} \tag{2.16}$$

D'où, en appliquant la définition de N'_s puisque τ et μ restent constants en similitude :

$$N'_s = \frac{N(P_i)^{1/2}}{H^{5/4}} \tag{2.17}$$

2.6. Diamètre spécifique

Comme nous l'avons fait pour Ω_s, on peut associer au nombre de tours spécifique N_s ou N'_s un diamètre spécifique.

Pour une pompe de diamètre D dont le fonctionnement est défini par (Qv, H, N), le diamètre spécifique est le diamètre de la machine du même type qui, tournant à la vitesse N_s, fournit en similitude un débit unitaire de $1\ m^3/s$ sous une hauteur unitaire de $1\ m$. En désignant par d_s le diamètre spécifique d'une pompe, on obtient :

$$d_s = \frac{D.\,H^{1/4}}{Q_v^{1/2}} \tag{2.18}$$

De même, pour une turbine hydraulique de diamètre D dont le fonctionnement est défini par (H, P_i, N), le diamètre spécifique est le diamètre de la machine du même type qui, tournant à la vitesse N'_s , fournit en similitude une puissance unitaire de *1 ch* sous une hauteur unitaire de *1 m*. En désignant par d'_s le diamètre spécifique d'une turbine hydraulique, on obtient :

$$d'_s = \frac{D.\,H^{3/4}}{P_i^{1/2}} \tag{2.19}$$