

Ex 3:

$$1) \vec{A} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}$$

$$\vec{B} = b_1 \vec{i} + b_2 \vec{j} + b_3 \vec{k}$$

$$\text{on sait que } \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos(\vec{A}, \vec{B}) = A \cdot B \cos(\vec{A}, \vec{B})$$

$$\cos(\vec{A}, \vec{B}) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A \cdot B}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$A \cdot B = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}$$

$$\cos(\vec{A}, \vec{B}) = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$

$$2) M_1(1, 1, 1) \quad M_2(2, 2, 1) \quad M_3(2, 1, 0)$$

L'angle M_1 est entre les deux vecteurs $\overrightarrow{M_1 M_2}$ et $\overrightarrow{M_1 M_3}$

$$\overrightarrow{M_1 M_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{i} + \vec{j} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 1 \\ a_3 = 0 \end{cases}$$

$$\overrightarrow{M_1 M_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \vec{i} - \vec{k} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 1 \\ b_2 = 0 \\ b_3 = -1 \end{cases}$$

$$\cos \phi = \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \phi = \pm \frac{\pi}{3}$$

3) L'équation du plan (P) qui passe par le point $M_0(x_0, y_0, z_0) \in (P)$

On supposant qu'un autre point $M(x, y, z) \in (P)$ vérifie les

$$\text{condition } \overrightarrow{M M_0} \perp \vec{A} \Rightarrow \overrightarrow{M M_0} \cdot \vec{A} = 0$$

$$\begin{pmatrix} x_0 - x \\ y_0 - y \\ z_0 - z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow 3(x - x_0) - 2(y - y_0) + (z - z_0) = 0 \dots (2)$$

$$\text{En cas particulier: } M_0 \text{ est en } M_2 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = 2 \\ z_0 = 1 \end{cases}$$

On remplaçant ces valeurs dans l'équation (2) on trouve

$$3(2 - x) - 2(2 - y) + (1 - z) = 0 \text{ ou après calcul on trouve:}$$

$$\boxed{-3x + 2y - z + 3 = 0}$$