

c. composantes d'un vecteur:

Soit un vecteur $\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$ où A_1, A_2, A_3 sont les composantes du vecteur $\vec{A}$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}$$

ex: $\vec{A} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - \vec{k}$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(2)^2 + (-4)^2 + (-1)^2} = \sqrt{21}$$

5) Produit scalaire:

Le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{B}$ est défini par:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos(\underbrace{\angle}_{\theta})$$

$$\vec{A} = x_a \vec{i} + y_a \vec{j} + z_a \vec{k}$$

$$\vec{A} \begin{pmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{pmatrix}$$

$$\vec{B} = x_b \vec{i} + y_b \vec{j} + z_b \vec{k}$$

$$\vec{B} \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{pmatrix}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (x_a \vec{i} + y_a \vec{j} + z_a \vec{k}) \cdot (x_b \vec{i} + y_b \vec{j} + z_b \vec{k})$$

$$= x_a x_b \vec{i} \cdot \vec{i} + x_a y_b \vec{i} \cdot \vec{j} + x_a z_b \vec{i} \cdot \vec{k} + y_a x_b \vec{j} \cdot \vec{i} + y_a y_b \vec{j} \cdot \vec{j} + y_a z_b \vec{j} \cdot \vec{k} \\ + z_a x_b \vec{k} \cdot \vec{i} + z_a y_b \vec{k} \cdot \vec{j} + z_a z_b \vec{k} \cdot \vec{k}$$

où $\vec{i} \cdot \vec{i} = |\vec{i}| |\vec{i}| \cos(\vec{i}, \vec{i}) = 1$

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = |\vec{i}| |\vec{j}| \cos(\vec{i}, \vec{j}) = 0$$

$$\boxed{\vec{A} \cdot \vec{B} = x_a x_b + y_a y_b + z_a z_b}$$

cas particuliers: Si $\vec{A} = \vec{0}$ ou $\vec{B} = \vec{0}$ alors $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$

$$\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow (\vec{A}, \vec{B}) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \frac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{A} \parallel \vec{B} \Rightarrow (\vec{A}, \vec{B}) = 0 \Rightarrow \cos 0 = 1 \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B$$

Propriétés du produit scalaire:

commutatif $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$

distributif $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{B}) + (\vec{A} \cdot \vec{C})$