

EXERCICE 1. L'expérience de J.J. Thomson

Lors de ses recherches dans son laboratoire de Cambridge, Thomson conçoit un dispositif dans lequel un faisceau d'électrons est dévié lors de son passage entre deux plaques parallèles et horizontales P_1 et P_2 , où règne un champ électrique.

La mesure de la déviation du faisceau d'électrons lui permet alors de déterminer le rapport e/m_e .

À l'instant $t = 0$ s, l'électron arrive en un point O avec une vitesse horizontale $\vec{v}_0$.

1. déterminer les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement de l'électron.

2. Vérifier que la trajectoire de l'électron a pour équation : $y = \frac{e.E}{2.m_e.v_0^2}.x^2$.

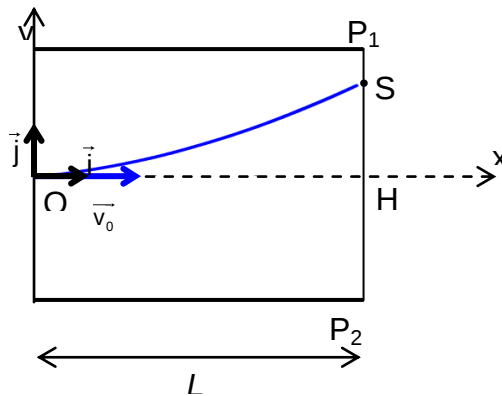
À la sortie de la zone entre les plaques P_1 et P_2 , l'électron a subi une déviation verticale SH. On mesure $SH = y_S = 2,0 \times 10^{-2}$ m.

3. Déterminer, dans cette expérience, la valeur du rapport e/m_e de l'électron.
Conclure.

Données : Longueur des plaques : $L = 9,0 \times 10^{-2}$ m
Vitesse initiale de l'électron : $v_0 = 2,4 \times 10^7$ m.s⁻¹
Valeur du champ électrique : $E = 1,6 \times 10^4$ V.m⁻¹

Actuellement, les valeurs admises de la masse et de la charge de l'électron sont :

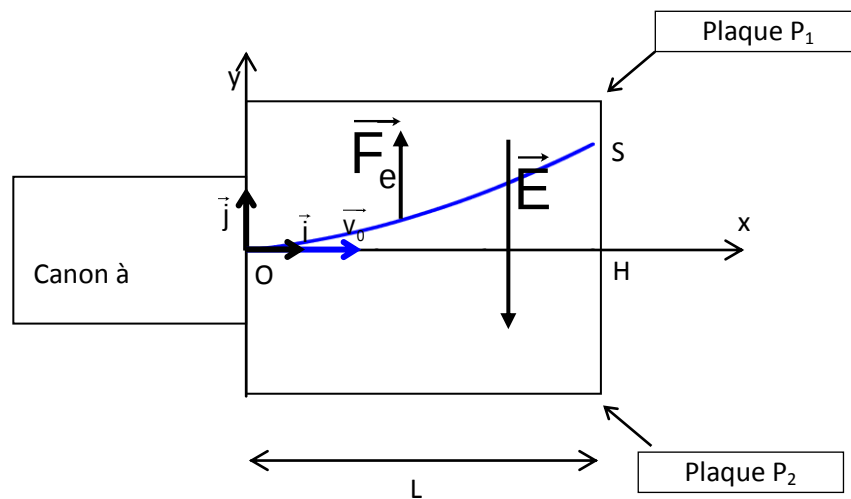
$$m_e = 9,1093826 \times 10^{-31} \text{ kg} \quad \text{et} \quad e = 1,602176565 \times 10^{-19} \text{ C.}$$



1. L'expérience de J.J. Thomson

1.1. La trajectoire de l'électron est courbée vers la plaque P_1 à cause de l'effet de la force électrostatique $\vec{F}_e$. On en déduit que cette force a pour sens vers la plaque P_1 .

Il est indiqué que le champ électrique $\vec{E}$ est perpendiculaire aux deux plaques et on sait que $\vec{F}_e = -e.\vec{E}$. Ainsi le champ $\vec{E}$ a un sens opposé à celui de la force $\vec{F}_e$ et la force $\vec{F}_e$ est également de direction verticale.



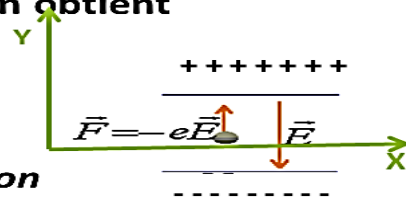
1.2. On applique la deuxième loi de Newton au système électron, $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a} \quad a = \frac{qE}{m_e}$$

$$\vec{F}_e = q \vec{E} = m_e \vec{a}$$

Par projection suivant les axes du repère, on obtient

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{(-e)(-E)}{m} \end{cases}$$



La vitesse est une primitive de l'accélération

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = 0 + C_1 \\ v_y = \frac{eE}{m}t + C_2 \end{cases}$$

où C1 et C2 sont des constantes d'intégration qui dépendent des conditions initiales

$$\text{pour } \rightarrow t = 0 \Rightarrow \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{eE}{m}t + 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = v_0 t + C_3 \\ y = \frac{eE}{m} \frac{t^2}{2} + C_4 \end{cases}$$

À $t = 0$, $\begin{cases} X = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ on en déduit que $C_3 = C_4 = 0$.

on a $t = \frac{x}{v_0}$ que l'on reporte dans (2). Il vient $y = \frac{e.E}{2.m_e} \cdot \frac{x^2}{v_0^2}$ comme indiqué dans le sujet.

$$\Rightarrow \begin{cases} C_3 = 0, C_4 = 0 \\ x = v_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0} \\ y = \frac{e E x^2}{2 m_e v_0^2} \end{cases}$$

1.4. On remplace x et y par les coordonnées du point S ($x_s = L$; y_s), alors $y_s = \frac{e.E}{2.m_e} \cdot \frac{L^2}{v_0^2}$.

On en déduit que $\frac{e}{m_e} = \frac{2.y_s.v_0^2}{E.L^2}$

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2 \times 2,0 \times 10^{-2} \times (2,4 \times 10^7)^2}{1,6 \times 10^4 \times (9,0 \times 10^{-2})^2} = 1,8 \times 10^{11} \text{ C.kg}^{-1}$$

Calculons la valeur de ce même rapport avec les valeurs admises actuellement :

$$\frac{e}{m_e} = \frac{1,602176565 \times 10^{-19}}{9,1093826 \times 10^{-31}} = 1,7588201 \times 10^{11} \text{ C.kg}^{-1}.$$

Les deux valeurs sont parfaitement concordantes, seul le nombre de chiffres significatifs change

Exercice 2 .Expérience de Millikan

Dans l'expérience de Millikan, une gouttelette d'huile de masse m et de rayon r , se trouve entre les plaques d'un condensateur.

1. La goutte tombe en chute libre d'une distance de 4 mm au bout de 12,8 secondes.

Calculer le rayon et la masse de la gouttelette (on négligera la poussée d'Archimède)

2. La gouttelette se charge quand on applique un champ électrique $E = 4500 \text{ V.cm}^{-1}$, elle remonte avec une vitesse de 4mm au bout de 34 secondes.

Calculer la charge totale q , en déduire le nombre de charge ?

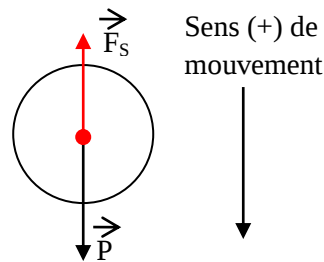
$$\rho = 1,26 \text{ g.cm}^{-3}, \eta = 1,80 \cdot 10^{-4} \text{ poise (CGS)}, g = 9,81 \text{ m s}^{-2}, e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Solution 2 :

1- Chute libre de la gouttelette $\Rightarrow$ le mouvement est descendant

Les forces qui agissent sur la gouttelette sont :

- La force de pesanteur $P = mg$
- La force de frottement (ou de Stokes) F_s
- La poussée d'Archimède est négligeable.



Le bilan des forces s'écrit : $\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{F}_s = \vec{0}$

$$P - F_s = 0 \Rightarrow mg - 6\pi\eta r v_0 = 0 \Rightarrow mg = 6\pi\eta r v_0$$

$$\text{on a } \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\rho \frac{4}{3} \pi r^3 g = 6\pi\eta r v_0 \Rightarrow r = 3 \sqrt{\frac{\eta v_0}{2\rho g}}$$

$$\text{A.N : } v_0 = \frac{d}{t} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{12,8} = 3,125 \cdot 10^{-4} \text{ m.s}^{-1} = 0,03125 \text{ cm/s}$$

La **poise** est l'**unité** CGS (centimètre, gramme seconde) de viscosité dynamique, de symbole P .

$$\text{Poise} = \frac{g}{\text{cm.s}}$$

$$10\text{p} = 1\text{pa.s} = \frac{\text{kg}}{\text{m.s}}$$

$$\text{Pas} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m.s}^2}, \quad \text{N} = \frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2},$$

$$r = 3 \sqrt{\frac{1,80 \cdot 10^{-4} \times 0,03125}{2 \times 1,26 \times 9,81 \times 10^2}} = 1,43 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$$

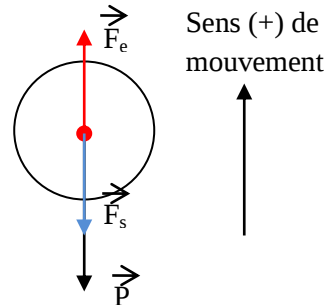
$$m = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi r^3 = 1,26 \times \frac{4}{3} \times 3,14 \times (1,43 \cdot 10^{-4})^3 = 1,543 \cdot 10^{-11} \text{ g} = 1,543 \cdot 10^{-13} \text{ kg}$$

2- La gouttelette est maintenant animée d'un mouvement ascendant avec une vitesse v_1 :

Sous l'effet du champ électrique $E = 4500 \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1}$ les forces qui s'exercent sur la gouttelette sont :

- La force de pesanteur p
- La force électrique F_e .
- La force de Stokes F_s .
- Le bilan des forces s'écrit :

$$\vec{P} + \vec{F}_s = \vec{F}_e \quad mg + 6\pi r \eta v_1 = qE$$



$$q = \frac{mg + 6\pi r \eta v_1}{E}$$

$$- \quad q = mg \left(1 + \frac{v_1}{v_0}\right) \quad \textbf{(cours)}$$

$$- \quad \text{A.N: } v_1 = \frac{d}{t} = \frac{4}{34} = 0,117 \text{ mm s}^{-1}$$

$$1\text{C} = \frac{\text{JOULE}}{\text{VOLT}} = \frac{J}{V} = \frac{N \cdot m}{V} = \frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot \frac{m}{V} = \frac{kg \cdot m^2}{s^2 \cdot V} = C$$

$$q = 4,625 \cdot 10^{-19} \frac{kg \cdot m^2}{s^2 \cdot V} = 4,625 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$q = n \cdot e \Rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{4,625 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 3$$

Donc la charge $q = 3 \cdot e$