

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université de Relizane

Faculté des Sciences et de la Technologie

Fiche TD 3- Analyse 1 mathématique et informatique -2022/2023

Exercice 1: Calculer U_1, U_2 et U_3 dans les cas suivants:

$$1) U_n = \frac{1}{n+1} \sin n \frac{\pi}{2} \quad 2) U_n = \frac{5 \times 7 \times 9 \times \dots \times (5+2n)}{4 \times 7 \times 10 \times \dots \times (4+3n)} \quad 3) U_n = \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2.$$

Exercice 2: Calculer les limites suivantes:

$$1) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n.(n+1)} \right), 2) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3+7}{n^2\sqrt{n^2+1}}, 3) \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n^2+9} - \sqrt{n^2+4}$$

$$4) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{3}}}{n^{\frac{1}{5}} - n^{\frac{1}{6}}}, 5) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2} \sin n \frac{\pi}{2}, 6) \lim_{n \rightarrow +\infty} n + \sqrt[3]{1-n^3}, 7) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin^2 n - \cos^3 n}{n}$$

$$8) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n+3^n}{a^n}, a \in \mathbb{R}, 9) \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{3 - \sin^2 n}, 10) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3+2^n}{3^n}.$$

Exercice 3: (U_n) est définie par: $U_n = \ln(1 + U_{n-1})$ avec $U_0 > 0$. Chercher la limite de U_n .

Exercice 4: a) Soit (U_n) une suite croissante, montrer que la suite $(V_n) = \frac{U_1+U_2+\dots+U_n}{n}$

est croissante.

b) Si (U_n) est une suite convergente peut-on en déduire que (V_n) l'est aussi.

Exercice 5: Posons $U_1 = \frac{1}{4}, U_2 = \frac{1.3}{4^2 2!}$ et $\forall n \geq 3, U_n = \frac{1.3.5 \dots (2n-1)}{4^n \cdot n!}$

1) Montrer l'inégalité $\frac{U_{n+1}}{U_n} < \frac{1}{2}$.

2) En déduire la limite de la suite (U_n) .

Exercice 6: Soient $(U_n)_{n \geq 2}$ et $(V_n)_{n \geq 1}$ deux suites telles que:

$$U_n = \frac{n+7}{n-1} \quad \text{et} \quad V_n = \frac{n+2}{n}$$

1) Montrer que $(V_n)_{n \geq 1}$ est une sous-suite de $(U_n)_{n \geq 2}$.

2) Soit $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite définie par $b_n = \frac{2-5^n}{3.5^n+1}$ trouver une suite $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ en soit extraite.