Chapitre 4

Modélisation des transformateurs électriques

Les transformateurs sont des éléments essentiels dans le système de transport d'énergie. Ils permettent d'enlever les tensions, relativement basse issues des générateurs, à des niveaux très élevés pour un transport efficace de l'énergie. Aux points d'utilisateurs les transformateurs réduits les tensions à des valeurs plus appropriées pour l'utilisation.

Dans ce chapitre, nous présentons une modélisation des transformateurs et on voit l'avantage de cette dernière.

I. Circuit équivalent d'un transformateur

Le modèle équivalent du transformateur monophasé est montré en Fig.1. Le circuit équivalent est constitué d'un transformateur idéal de rapport de transformation $k = \frac{N1}{N_2}$ ainsi que des éléments qui représentent les imperfections du transformateur réel. Un transformateur idéal aurait des enroulements d'une résistance nulle avec un noyau sans pertes d'une perméabilité infinie (Reluctance nulle).

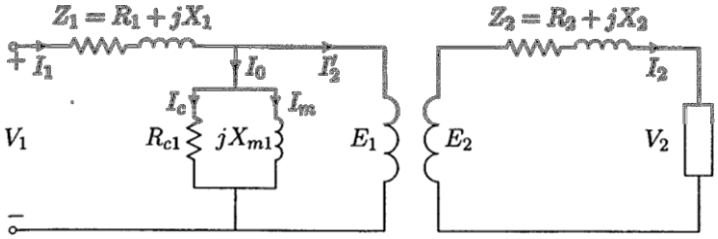


Fig.1. Circuit équivalent d'un transformateur.

Assumant un flux sinusoïdal $\emptyset = \Phi_{maS} cos\omega t$, la tension instantanée e_1 est :

$$e_1 = N_1 \frac{d\emptyset}{dt} = -\omega N_1 \Phi_{maS} \; si \; k\omega t = E_{1maS} cos(\omega t + 90^{\circ})$$

Où $E_{1maS} = 2\pi f N_1 \Phi_{maS}$, donc la valeur efficace

$$E_1 = \frac{E_{1maS}}{\sqrt{2}} = 4.44 f N_1 \Phi_{maS}$$

De même, la tension efficace E_2 aux bornes du secondaire du transformateur idéal qui représente la tension induite dans l'enroulement secondaire p ar le flux mutuel est :

$$E_2 = 4.44 f N_2 \Phi_{maS}$$

Dans un transformateur idéal, le noyau est assumé avoir une reluctance nulle et il y a une force magnétomotrice équilibrée entre le primaire et le secondaire. Si I'_2 est la composante du courant pour neutraliser la f.m.m du secondaire :

$I'_2 N_1 = I_2 N_2$ donc pour un transformateur idéal :

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{I_2}{I'_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (1)$$

Dans un transformateur réel à reluctance finie, tout le flux n'est pas commun aux enroulements primaire et secondaire à la fois. Le flux a trois composantes : le flux mutuel, le flux de fuite primaire, et le flux de

fuite secondaire. Le flux de fuite associé à un enroulement ne relie pas l'autre, et les chutes de tension causé par le flux de fuite sont exprimés en termes de réactances de fuite X_1 et X_2. Finalement R_1 et R_2 représentent les résistances des enroulements 1 et 2.

Pour obtenir les caractéristiques de performance d'un transformateur, il convient d'utiliser un modèle du circuit équivalent ramené à un côté du transformateur.

à partir de la loi de Kirchhoff en tension (KVL) : $E_2 = V_2 + Z_2 I_2$, et de (1) pour un transformateur idéal : $E_1 = \frac{N_1}{N_2} V_2 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 I_2 = V_2 + Z_2' I_2$ (2)

Où $Z_2' = R_2' + jX_2' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2 + j\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 X_2$

La relation (2) est la KVL du côté secondaire ramené au primaire, et le circuit équivalent de la Fig.1 peut être redessiné en Fig.2, donc les mêmes effets sont produits dans le primaire comme au secondaire.

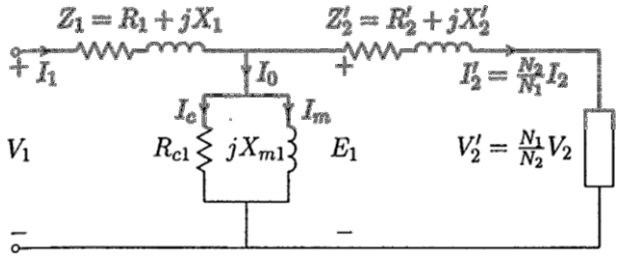
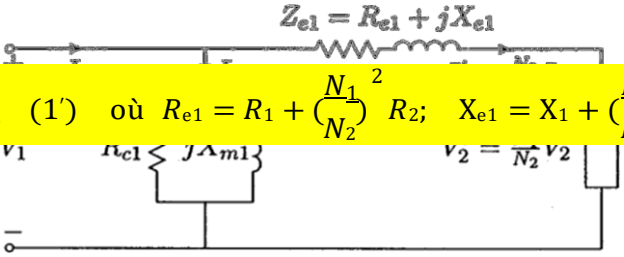


Fig.2. Circuit équivalent ramené au primaire.

A vide, la chute de tension primaire est très faible, et V_1 peut être utilisée à la place de E_1 pour calculer le courant à vide I_0. Donc la branche shunt peut être déplacée à gauche de l'impédance série avec une perte d'exactitude très négligeable. De cette manière les quantités primaires R_1 et X_1 sont rassemblées avec les quantités secondaires ramenées R_2' et X_2' pour obtenir les quantités R_{e1} et X_{e1} primaires.



$V_1 = V_2' + (R_{e1} + jX_{e1}) I_2'$ (1') où $R_{e1} = R_1 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2$; $X_{e1} = X_1 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 X_2$ et $I_2' = \frac{S_{ch}^*}{3V_2'^*}$

Fig.3. Circuit équivalent approximatif ramené au primaire.

Le circuit équivalent ramené au secondaire est aussi montré en Fig.4. À partir de cette figure, la tension primaire ramenée V_1' est donnée par :

$V' = V_2 + (R_{e2} + jX_{e2}) I_2$ (2')

Les transformateurs de puissance sont généralement désignés avec une perméabilité du noyau très élevée et des pertes dans le noyau très faibles. En conséquence, une approximation supplémentaire du circuit équivalent peut être réalisée en enlevant la branche shunt comme montré en Fig .5.

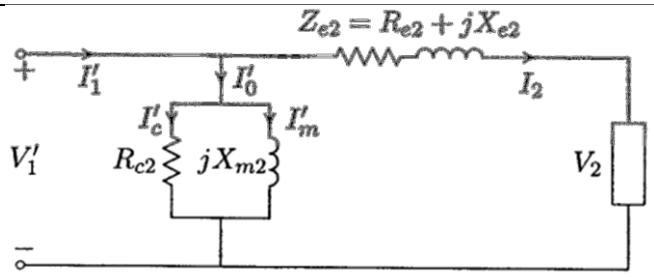


Fig.4. Circuit équivalent approximatif ramené au secondaire.

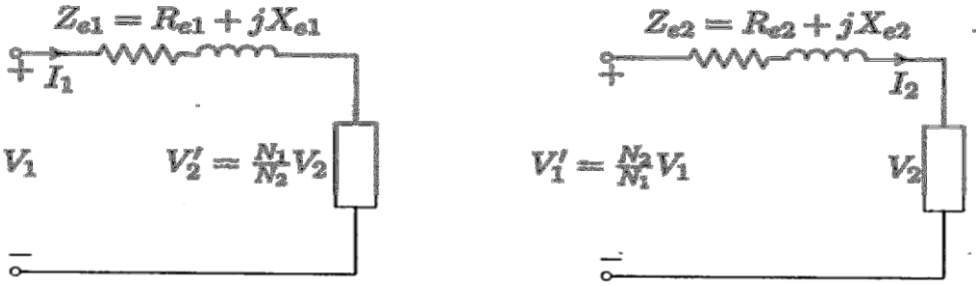


Fig.5. Circuits simplifiés ramenés à un seul côté.

II. Détermination des paramètres du circuit équivalent

Essai à vide

Dans cet essai, on applique une tension nominale aux extrémités d'un enroulement alors que les extrémités de l'autre enroulement sont à vide. On mesure V_1, le courant de non charge I_0, et la puissance d'entrée P_0. Si le circuit secondaire est ouvert, le courant secondaire ramené I'_2 sera nul et seulement un petit courant à vide I_0 sera fourni. En effet, la chute de tension primaire $(R_1 + \mathrm{j}\,X_1)I_0$ peut être négligée et le circuit équivalent est réduit sous la forme montrée en Fig.6.

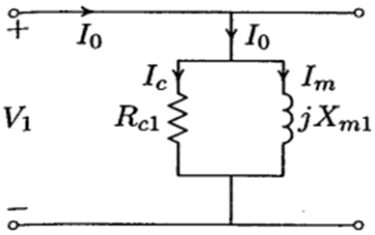


Fig.6. Circuit équivalent pour l'essai à vide.

Puisque les pertes Joules au secondaire sont nulles et ceux au primaire $R_1 I^2_0$ sont négligeables, la puissance à vide à l'entrée P_0 représente les pertes dans le noyau (Pertes fer) :

$R_{c1} = \frac{V_1^2}{P_0}$ donc $I_c = \frac{V_1}{R_{c1}}$, $I_m = \sqrt{I_0 - I_c^2}$, et la réactance magnétisante: $X_{m1} = \frac{V_1}{I_m}$

Essai en court-circuit

Dans cet essai, on applique une tension réduite aux extrémités d'un enroulement alors que les extrémités de l'autre enroulement sont court-circuitées. On mesure V_{cc}, le courant à l'entrée I_{cc}, et la puissance d'entrée P_{cc}. La tension primaire requise pour produire le courant nominal est seulement quelques pourcentages de la tension nominale. À la basse tension correspondante du flux du noyau, le courant d'excitation I_0 et les pertes dans le noyau (fer) sont entièrement négligeable, et la branche shunt peut être omise. Donc la puissance à l'entrée représente les pertes Joules des enroulements (Fig.7).

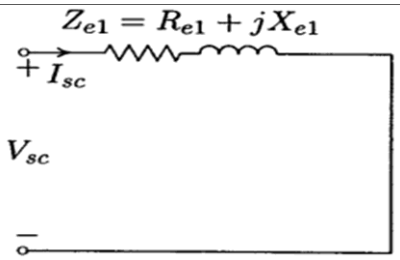


Fig.7. Circuit équivalent pour l'essai en court-circuit.

$$Z_{e1} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \quad dokc \quad R_{e1} = \frac{P_{cc}}{I_{cc}^2} \quad et\ la\ réactakce\ de\ fui\ teéqui\ valekte\ X_{e1} = \sqrt{Z_{e1}^2 - R_{e1}^2}$$

III. Performance du transformateur

Le circuit équivalent peut être maintenant utilisé pour prédire les caractéristiques de performances du transformateur.

$$\text{Le rendement } 5 = \frac{Pui\ ssakcede\ sorti\ e}{pui\ ssakced'ektrée}$$

Et le rendement conventionnel d'un transformateur à n fraction de la puissance à pleine charge est :

$$5 = \frac{k \times S \times cos\varphi}{k \times S \times cos\varphi + k^2 P_{cu} + P_c}$$

S : Puissance nominale à pleine charge, P_{cu} sont les pertes Joules à pleine charge, en transfos triphasés :

$$S = 3|V_2||I_2| \qquad et \qquad P_{cu} = 3R_{e2}|I_2|^2$$

P_c : Pertes fer à tension nominale. Par variation de I_2 à facteur de puissance constant, le rendement max est obtenu lorsque :

$$\frac{d5}{d|I_2|} = 0 \quad \Rightarrow 5\ est\ max\ lorsque\ P_{cu} = P_c \quad à \quad k = \sqrt{\frac{P_c}{P_{cu}}}$$

$$Régulati\ ok = \frac{|V_{2non\ charge}| - |V_2|}{|V_2|} \times 100$$

V_2 est la tension nominale à pleine charge. V_{2nch} peut être calculée en utilisant les circuits équivalents ramenés au primaire ou au secondaire.

$$- Ci\ rcui\ trameké\ au\ pri\ mai\ re\ (1'): \qquad Régulati\ ok = \frac{|V_1| - |V_2'|}{|V_2'|} \times 100$$

$$- Ci\ rcui\ trameké\ au\ secokdai\ re\ \ (2'): \qquad Régulati\ ok = \frac{|V_1'| - |V_2|}{|V_2|} \times 100$$

IV. Transformateurs triphasées

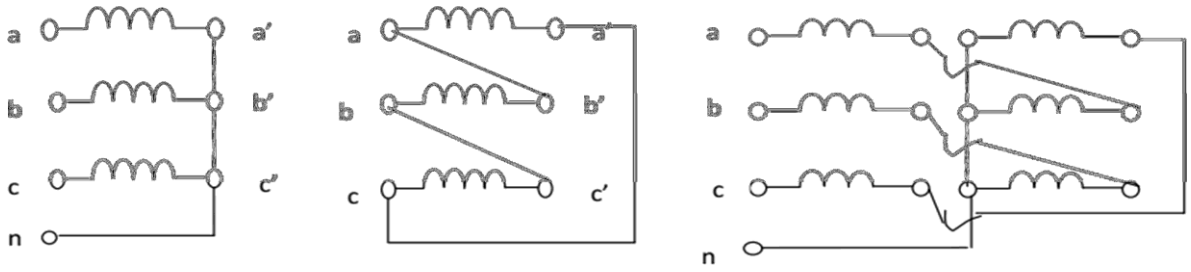
Pour transformer l'amplitude des tensions d'un système triphasé, on utilise un transformateur triphasé. Celui-ci est composé de trois bobinages primaires et trois bobinages secondaires enroulés sur le même circuit magnétique. Un transformateur triphasé débitant sur une charge équilibrée est équivalent à trois transformateurs monophasés et sera donc tributaire d'un schéma équivalent monophasé conforme à celui de la Figure 4.

Rapport de transformation

Le rapport de transformation qui relie les grandeurs analogues du primaire et du secondaire ne dépend plus uniquement des nombres de spires mais aussi du mode de couplage des enroulements. Dès lors qu'on parle d'un transformateur triphasé, on se doit donc d'en préciser les différents couplages.

Connections des transformateurs triphasés

Les enroulements primaires peuvent être connectés en étoile (Y) ou en triangle (Δ, D), et le secondaire en (y), triangle (Δ, d), ou en zig-zag (z).



Couplage étoile: y **Couplage triangle: d** **Couplage zigzag: z**

Fig.8. Différents types de couplage au secondaire.

On obtient ainsi 6 couplages possibles entre primaire et secondaire : Y-y : étoile –étoile, Y-d : étoile-triangle, Y-z : étoile-zig-zag, D-y : triangle- étoile, D-d : triangle –triangle, D-z: triangle-zig-zag.

Remarque :

Le couplage zig-zag est obtenu en divisant les trois bobines d'un enroulement en six bobines. Pour avoir une phase, on met en série deux demi-bobines prises sur des colonnes différentes en sens inverse.

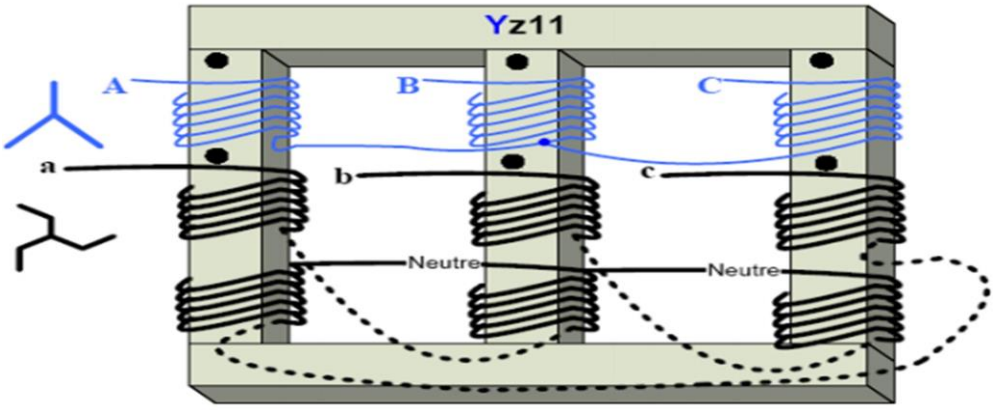


Fig.9. Exemple de couplage zig-zag.

Choix du couplage

Il s'effectuera à partir de nombreux critères ; citons quelques règles générales :

- Dimensionnement des enroulements :

• Aux très hautes tensions, on aura intérêt à choisir un couplage étoile pour que chaque bobine n'ait à supporter que : V= U/√3

• Pour les très forts courants, on préférera le montage triangle où chaque enroulement n'est parcouru que par un courant d'intensité : J= I/√3

- Fonctionnement déséquilibré :

• Aux faibles déséquilibres (I neutre ≤ 10% I ligne), primaire et secondaire seront couplés en étoile avec conducteurs neutres;

• Si le déséquilibre est plus important, le primaire restera en étoile mais le secondaire sera connecté en zig-zag ;

• Si le déséquilibre et la puissance sont importants, on utilisera un montage triangle-étoile pour économiser du cuivre au secondaire.

Indice horaire

Les conditions de couplage des enroulements primaires et secondaires ont aussi pour effet d'introduire un déphasage entre des tensions primaires et secondaires et homologues, c'est à dire apparaissant entre les bornes désignées par des mêmes lettres ($V_{Æ}, V_a$) ou ($U_{ÆB}, U_{ab}$).

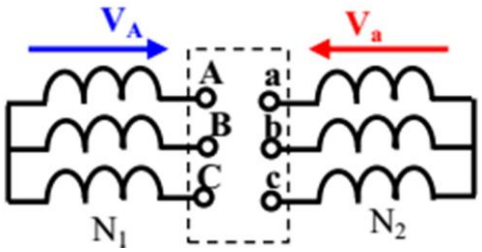
En pratique, le déphasage θ obtenu est toujours un multiple entier de 30°.

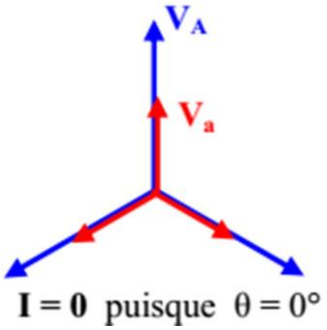
θ = retard d'une tension BT sur son homologue HT.

L'indice horaire I est : $I = \theta/30°$ $0 \leq I \leq 11$ (entier).

Couplages normalisés

Couplage étoile-étoile Yy

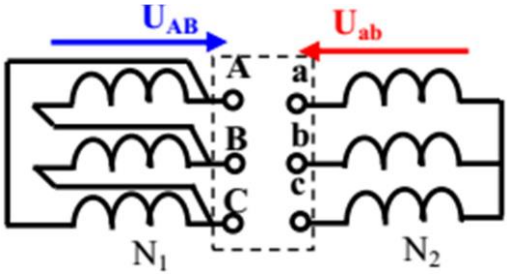


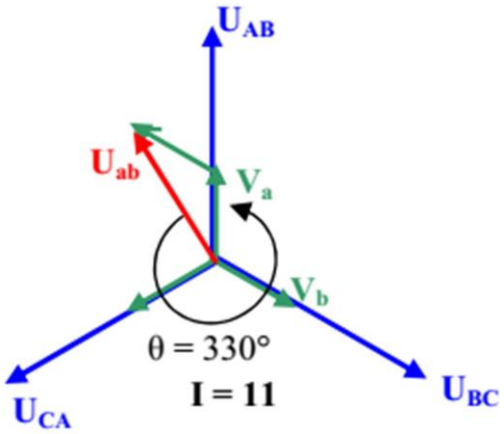


- Equation aux tensions du transformateur-colonne :

$V_a = N_2/N_1\, V_{Æ}$ soit $a = U_{ab}/U_{ÆB} = N_2/N_1$

Couplage triangle-étoile Dy



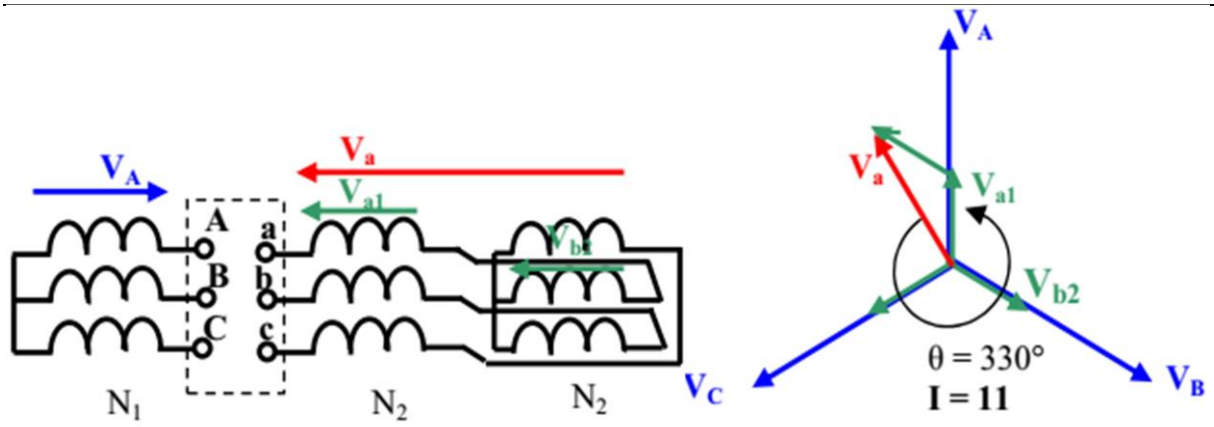


- Equation aux tensions de la première colonne :

$V_a = N_2/N_1\, U_{ÆB}$ soit $a = U_{ab}/U_{ÆB} = \sqrt{3}\, N_2/N_1$

θ = 330° → I = 330°/30 = 11 C'est bien 11 heures ! Ce couplage sera désigné Dy11.

Couplage étoile-zig zag Yz



- Equation aux tensions du transformateur-colonne :

$V_{a1} = V_{a2} = N_2/N_1\ V_Æ$; $V_{b1} = V_{b2} = N_2/N_1\ V_B$

$V_a = V_{a1} - V_{b2} = N_2/N_1\ (V_Æ - V_B)$

$V_a = N_2/N_1\ U_{ÆB}$ soit $a = U_{ab}/U_{ÆB} = \sqrt{3}\,N_2/N_1$

θ = 330° → I = 330°/30 = 11 Ce couplage sera désigné Yz11.

Marche en parallèle des transformateurs triphasés

But

Il est fréquent que l'on ait à faire fonctionner plusieurs transformateurs triphasés en parallèle :

- Soit parce que la consommation d'une installation s'est accrue au cours du temps et qu'il faille augmenter la puissance du transformateur d'alimentation générale ;

- Soit parce que la consommation fluctuant (le long de la journée, de la semaine, de l'année) on veut rester le plus souvent au voisinage du rendement optimum ;

- Soit parce qu'on veut réaliser un réseau « maillé ».

Conditions de couplage en parallèle

Des transformateurs sont en parallèle lorsque leurs primaires sont alimentés par un même réseau et leurs secondaires connectés à une même ligne ou débitent dans une même charge.

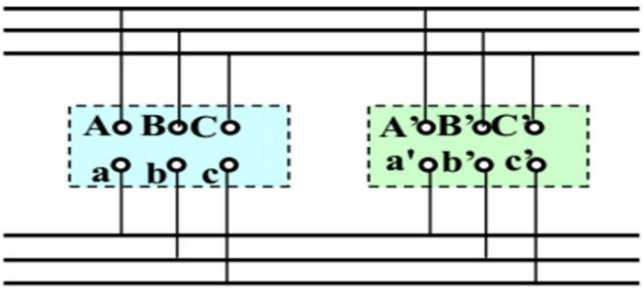


Fig.10. Branchement en parallèle de deux transformateurs triphasés.

Pour cela il faut que:

- Les transformateurs soient alimentés sous la même tension.

- Les rapports de transformations à vide soient identiques.

- Les tensions de court-circuit égales à 10 % près.

- Mêmes indice horaire de couplage ou groupe d'indices horaires.

IV.6.3 Groupes d'indices horaires

En pratique, on peut aisément modifier l'indice horaire d'un transformateur en effectuant une permutation circulaire des lettres affectées aux bornes : toute permutation correspond à une augmentation ou à une diminution de 4 de la valeur de l'indice horaire. On pourra donc coupler en parallèle sans difficulté des transformateurs dont les indices diffèrent de ±4.

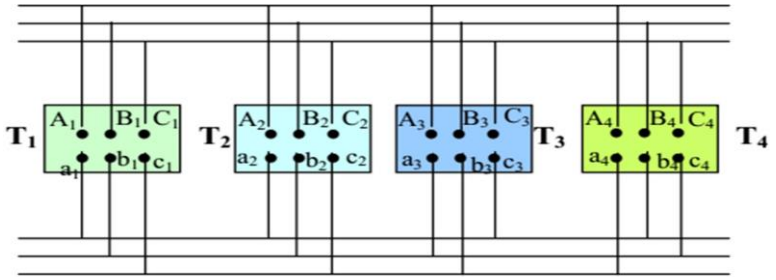


Fig.11. Branchement en parallèle de quatre transformateurs triphasés.

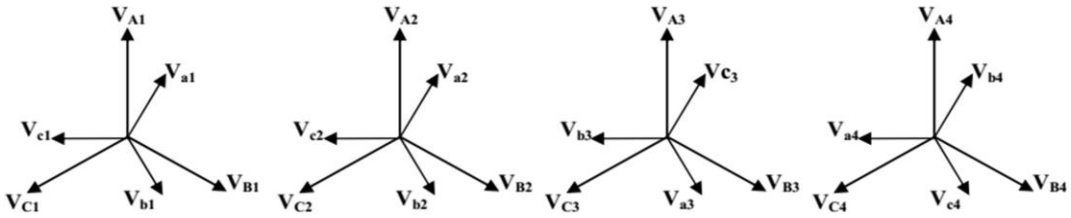


Fig.12. Indices horaires des quatre transformateurs.

Pour toutes ces raisons on définit quatre groupes de transformateurs suivant les valeurs des indices: deux transformateurs d'un même groupe (et de même rapport) peuvent aisément marcher en parallèle.

Groupe	Indices	Couplages
I	0, 4, 8	Yy Dd Dz
II	2, 6, 10	Yy Dd Dz
III	1, 5, 9	Dy Yz Yd
IV	3, 7, 11	Dy Yz Yd

Modèle par phase d'un transformateur triphasé

Puisque les pertes dans le noyau (fer) et le courant de magnétisation sont de l'ordre de 1% des valeurs nominales maximales, l'impédance shunt est négligée et seulement la résistance de l'enroulement et la réactance de fuite sont considérées pour modéliser le transformateur. En traitant les couplages Y-d ou D-y, il est convenant de remplacer la connexion Δ par une connexion Y et travailler seulement avec une phase. Puisque pour des régimes équilibrés le neutre de la connexion Y et le neutre de la connexion Y équivalent du Δ sont sur le même potentiel, ils peuvent être connectés ensemble et représenté par un conducteur neutre. Lorsque l'impédance série équivalente d'un seul transformateur est ramenée au côté Δ, les impédances connectées en Δ du transformateur sont remplacées par des impédances en Y équivalentes, données par $Z_Y = Z_\Delta/3$. Le modèle par phase équivalent avec la branche shunt négligée est montré en Fig.13. Z_{e1} et Z_{e2} sont les impédances équivalentes basées sur les connexions ligne-neutre, et les tensions sont des valeurs ligne-neutre.

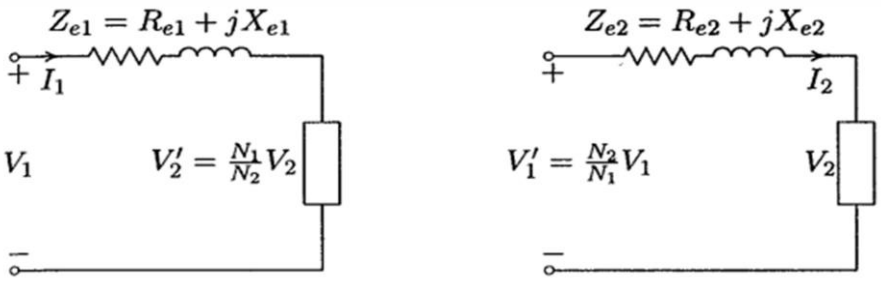


Fig.13. Circuit par phase équivalent.

V. Autotransformateur

Les transformateurs peuvent être construites de tel sorte que les bobines du primaire et du secondaire sont électriquement connectés. Ce type de transformateurs sont appelés autotransformateurs. Un transformateur conventionnel à deux enroulements peut être changé à un autotransformateur par connexion des enroulements primaire et secondaire en série de telle sorte que les polarités sont additives (Fig. 14).

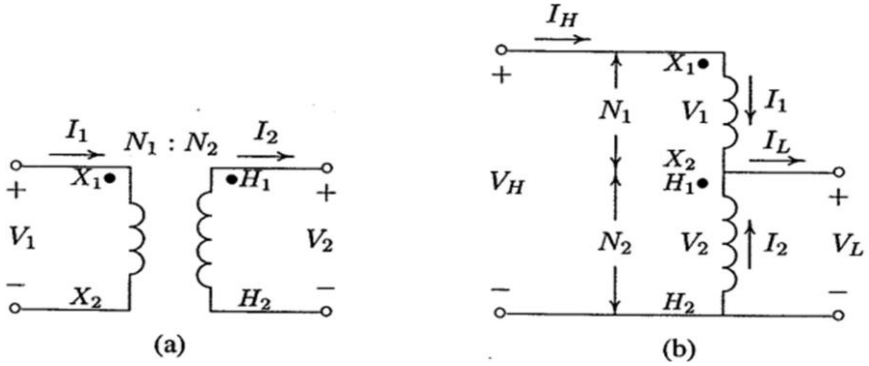


Fig. 14. a) Transformateur à deux enroulements, **b)** Reconnecté comme autotransformateur.

X_1 à X_2 est l'enroulement série ; H_1 à H_2 est l'enroulement commun.

À partir de cette figure il suit qu'un autotransformateur peut fonctionne comme un transformateur élévateur ou abaisseur. Dans les deux cas, la partie de l'enroulement H_1 à H_2 est commune au primaire comme au côté secondaire du transformateur. La performance d'un autotransformateur est caractérisée par les considérations fondamentales déjà présentées pour des transformateurs ayant des enroulements séparés. Pour déterminer le rapport de puissance pour un autotransformateur, les relations du transformateur idéal sont ordinairement utilisées, qui fournit une approximation aux valeurs du transformateur actuel.

Nous avons, pour un transformateur à deux enroulements :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \qquad (1) \quad et \quad \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

$$V_H = V_2 + V_1 \qquad (2)$$

Remplaçant pour V_1 à partir de (1) dans (2) donne : $V_H = V_2 + \frac{N_1}{N_2}V_2$

Puisque $V_2 = V_L$, la tension entre les deux côtés d'un autotransformateur devient :

$$V_H = V_L + \frac{N_1}{N_2}V_L = (1+a)V_L \qquad \text{ou:} \qquad \frac{V_H}{V_L} = 1 + a$$

Puisque le transformateur est idéal, la mmf due à I_1 doit être égale et opposée à la mmf produite par I_2 :

$N_2 I_2 = N_1 I_1$

À partir des lois de Kirchhoff, $I_2 = I_L - I_1$ donc :

$N_2(I_L - I_1) = N_1 I_1$ ou: $I_L = \frac{N_1 + N_2}{N_2} I_1$

$I_1 = I_H$, donc la relation du courant entre les deux côtés d'un autotransformateur devient :

$$\frac{I_L}{I_H} = 1 + a$$

Le rapport de la puissance apparente nominale d'un autotransformateur à un transformateur à deux enroulements, connue comme l'avantage de la puissance nominale, est donné par :

$$\frac{S_{autotranfo}}{S_{2enroulement}} = \frac{(V_1 + V_2)I_1}{V_1 I_1} = 1 + \frac{N_2}{N_1} = 1 + 1/a$$

Nous remarquons qu'un rapport élevé est obtenue tant qu'un autotransformateur avec un nombre élevé de tours dans l'enroulement commun (N_2).

En comparaison avec un transformateur à deux enroulements avec le même rapport, les autotransformateurs sont plus petit, plus efficace, est à une impédance interne inférieure.

VI. Transformateurs à 3 enroulements

Les transformateurs ayant trois enroulements sont souvent utilisés pour interconnecter trois circuits qui peuvent avoir différentes tensions. Ces enroulements sont appelés primaire, secondaire et tertiaire.

Applications

-Fourniture de deux charges indépendantes à tensions différentes à partir de la même source.

-Interconnexion de deux systèmes de transport de tensions différentes.

Généralement, les enroulements tertiaires sont utilisés pour fournir la tension pour des objectifs de puissance auxiliaire dans le poste ou pour fournir un système de distribution local. En plus, les capacités sont connectées au bus tertiaire pour la compensation de l'énergie réactive.

Modèle d'un transformateur à trois enroulements

Il est possible de dessiner un circuit en T équivalent en phase simple singulière (en négligeant le courant d'excitation d'un transformateur à 3 enroulements) d'un transformateur à 3 enroulements.

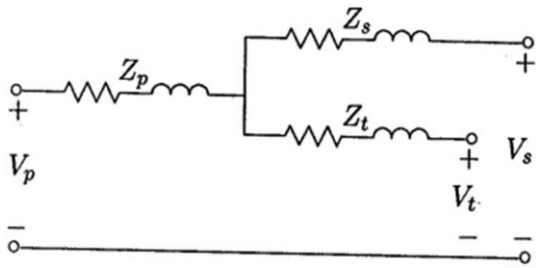


Fig.15. Circuit équivalent d'un transformateur à trois enroulements.

Trois essais en court-circuit sont mises en œuvre sur un transformateur à trois enroulements avec N_p, N_s, et N_t tours par phase dans les trois enroulements, respectivement. Les trois essais sont similaires que dans chaque cas un enroulement est à vide, un autre est court-circuité, et une tension réduite est appliquée à

l'enroulement restant. Les impédances suivantes sont mesurées en côté dans lequel la tension est appliquée.

Z_{ps} : Impédance mesurée dans le circuit primaire avec le secondaire court-circuité et le tertiaire à vide.

Z_{pt} : Impédance mesurée dans le circuit primaire avec le tertiaire court-circuité et le secondaire à vide.

Z'_{st} : Impédance mesurée dans le circuit secondaire avec le tertiaire court-circuité et le primaire à vide.

En ramenant Z'_{st} au côté primaire, nous obtenons $Z_{st} = \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2 Z'_{st}$

Si $Z_p, Z_s,$ et Z_t sont les impédances des trois enroulements séparés ramenés au primaire, donc :

$Z_{ps} = Z_p + Z_s$

$Z_{pt} = Z_p + Z_t$

$Z_{st} = Z_s + Z_t$

en résolvant ces équations, nous avons :

$Z_p = \frac{1}{2}(Z_{ps} + Z_{pt} + Z_{st})$

$Z_s = \frac{1}{2}(Z_{ps} + Z_{st} - Z_{pt})$

$Z_t = \frac{1}{2}(Z_{pt} + Z_{st} - Z_{ps})$