3) Efficacité d'un échangeur thermique

a) Définition

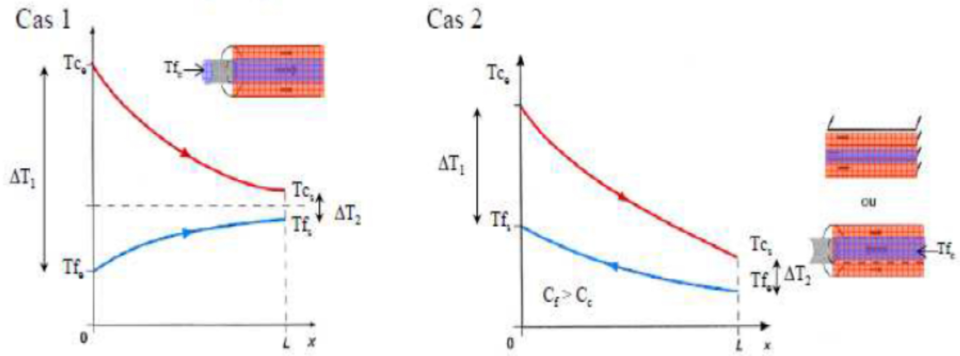
L'efficacité d'un échangeur est le rapport de la puissance thermique réellement échangée à la puissance d'échange maximum théoriquement possible, avec les mêmes conditions d'entrées des fluides (nature, débit,..) dans l'échangeur.

$$\varepsilon = \frac{\Phi_{reel}}{\Phi_{max}}$$

ε = flux réellement échangé dans l'échangeur/ flux max qu'on peut échanger dans l'échangeur

Φmax : Un des deux fluides subit un changement de température égal au gradient de température maximum existant dans l'appareil. Ce flux de chaleur maximum de transfert est obtenu lorsqu'un des fluides (capacité thermique la plus faible) sort à la température d'entrée de l'autre

– Cas où $C_f > C_c$ Le fluide chaud commande le transfert



$$\Phi_{reel} = C_c\,(T_{ce} - T_{cs}) = C_f\,(T_{fs} - T_{fe})$$

– Pour le flux max, le cas 1 n'est pas le bon dispositif : la température de sortie du fluide chaud ne pouvant pas égaler celle d'entrée du fluide froid:

– Pour L→ ∞ , on obtient: **$\Phi_{max} = C_c\,(T_{ce} - T_{fe})$**

d'où l'efficacité de refroidissement :

$$\boxed{\varepsilon = \frac{(T_{ce} - T_{cs})}{(T_{ce} - T_{fe})}} \qquad (20)$$

3) Efficacité d'un échangeur thermique

a) Définition

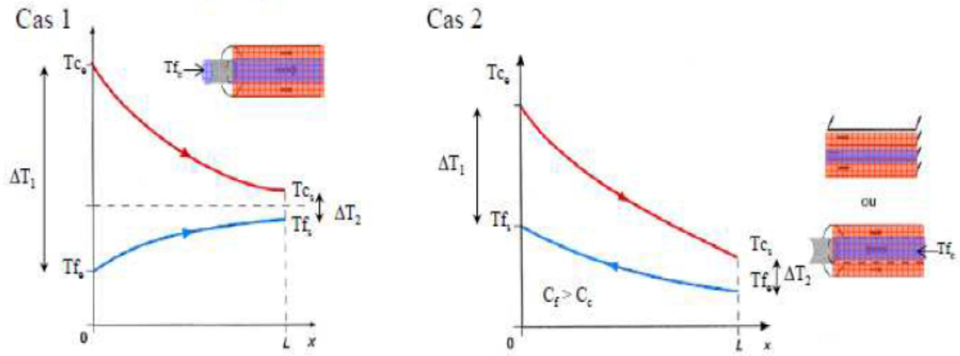
L'efficacité d'un échangeur est le rapport de la puissance thermique réellement échangée à la puissance d'échange maximum théoriquement possible, avec les mêmes conditions d'entrées des fluides (nature, débit,..) dans l'échangeur.

$$\varepsilon = \frac{\Phi_{reel}}{\Phi_{max}}$$

ε = flux réellement échangé dans l'échangeur/ flux max qu'on peut échanger dans l'échangeur

Φmax : Un des deux fluides subit un changement de température égal au gradient de température maximum existant dans l'appareil. Ce flux de chaleur maximum de transfert est obtenu lorsqu'un des fluides (capacité thermique la plus faible) sort à la température d'entrée de l'autre

– Cas où $C_f > C_c$ Le fluide chaud commande le transfert



$$\Phi_{reel} = C_c\,(T_{ce} - T_{cs}) = C_f\,(T_{fs} - T_{fe})$$

– Pour le flux max, le cas 1 n'est pas le bon dispositif : la température de sortie du fluide chaud ne pouvant pas égaler celle d'entrée du fluide froid:

– Pour L→ ∞ , on obtient: **$\Phi_{max} = C_c\,(T_{ce} - T_{fe})$**

d'où l'efficacité de refroidissement :

$$\boxed{\varepsilon = \frac{(T_{ce} - T_{cs})}{(T_{ce} - T_{fe})}} \qquad (20)$$

$$(21) \rightarrow \ \mathrm{Log}\,\left(\frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}}\right) = -\left(\frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_c}\right) kS$$

$$\left(\frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}}\right) = \exp\left(-\left(\frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_c}\right) kS\right)$$

$$(20) \rightarrow \ \varepsilon = \frac{(T_{ce} - T_{cs})}{(T_{ce} - T_{fe})}$$

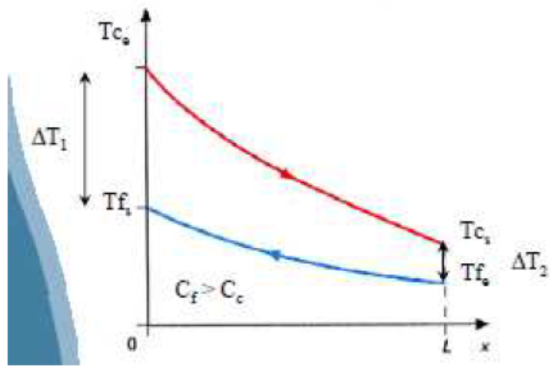
$$1\text{-}\exp\left(-\left(\frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_c}\right) kS\right) = 1 - \left(\frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}}\right)$$

$$1\text{-}\exp\left(-\left(\frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_c}\right) kS\right) = \frac{(T_{ce}-T_{cs})+(T_{fs}-T_{fe})}{T_{ce} - T_{fe}}$$

$$1\text{-}\exp\left(-\left(\frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_c}\right) kS\right) = \left(\frac{(T_{ce}-T_{cs})+(T_{fs}-T_{fe})}{T_{ce} - T_{cs}}\right)\varepsilon$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{1\text{-}\exp\left(-\left(\frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_c}\right) kS\right)}{\left(1+\frac{C_c}{C_f}\right)}} \quad (22) \qquad S \rightarrow \infty \ \boxed{\varepsilon = \frac{(C_f)}{(C_c + C_f)}}$$

– **Échangeur à contre-courants**



$$\Phi = k\,S\,\Delta T_{LM} \qquad \text{avec: } \Delta T_{LM} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{Log\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}$$

$$(23) \rightarrow \quad \Phi = k\,\frac{(T_{cs} - T_{fe}) - (T_{ce} - T_{fs})}{Log\,\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}}}\,S$$

$$Log\,\left(\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}}\right) = k\,\frac{(T_{cs} - T_{fe}) - (T_{ce} - T_{fs})}{\Phi}\,S$$

$$(9) \rightarrow \quad \Phi = \dot{m}_c\,C_{pc}\,(T_{ce} - T_{cs}) = \dot{m}_f\,C_{pf}\,(T_{fs} - T_{fe})$$

$$\rightarrow \quad \Phi = C_c\,(T_{ce} - T_{cs}) = C_f\,(T_{fs} - T_{fe})$$

$$(9) \text{ et } (23) \quad \rightarrow \quad Log\,\left(\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}}\right) = \left(\frac{1}{C_f} - \frac{1}{C_c}\right)kS \qquad (24)$$

$$\boxed{Log\,\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right) = \left(\frac{1}{C_f} - \frac{1}{C_c}\right)kS}$$

$$(24) \rightarrow \ \mathbf{Log}\left(\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}}\right) = \left(\frac{1}{C_f} - \frac{1}{C_c}\right) kS$$

$$\left(\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}}\right) = \exp\left(\left(\frac{1}{C_f} - \frac{1}{C_c}\right) kS\right)$$

$$(20) \rightarrow \ \varepsilon = \frac{(T_{ce} - T_{cs})}{(T_{ce} - T_{fe})}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{1-\exp\left(-\left(\frac{1}{C_f} - \frac{1}{C_c}\right) kS\right)}{\left(1-\frac{C_c}{C_f}\left(\exp\left(-\left(\frac{1}{C_f} - \frac{1}{C_c}\right) kS\right)\right)\right.}} \quad (25)$$

$$S \rightarrow \infty \qquad \boxed{\varepsilon = 1}$$

- **Nombre d'unités de transfert (NUT)**

Définition :

On appelle nombre d'unité de transfert, noté NUT, le rapport adimensionnel

$$NUT = \frac{kS}{C_{min}}$$

- Le NUT est représentatif du pouvoir d'échange de l'échangeur

Méthode de NUT :

L'idée de la méthode consiste à exprimer l'efficacité de l'échangeur en fonction des 2 paramètres Z et NUT pour chaque configuration d'échangeur. On dispose alors des relations générales indépendantes des conditions particulières de température ou de débit Qui permet de calculer rapidement les flux mis en jeu sans connaitre les températures de sortie.

Calcul du NUT

Pour chaque type d'échangeur, l'expression de la fonction générique ε =(Z,NUT)
Doit etre développée une fois pour toute. Le co-courant est le cas le plus simple. Dans certains cas, est donnée graphiquement sous la forme d'une série de courbes (abaques) pour différentes valeurs du paramètre Z.
Les constructeurs peuvent aussi fournir de tels diagrammes pour leurs appareils.

Relation entre NUT et efficacité E

Considérons le cas d'un échangeur tubulaire simple fonctionnant à contre courant et supposons que le fluide chaud commande le transfert : Cf > Cc (Cmin=Cc) :

On a

$$\boxed{\varepsilon = \frac{(T_{ce} - T_{cs})}{(T_{ce} - T_{fe})}}$$

Posons $Z = C_c / C_f < 1$ et $\Delta T_{max} = T_{ce} - T_{cs}$

$$NUT = \frac{kS}{C_{min}} = \frac{kS}{C_c}$$

NUT= (Tce-Tcs)/ΔT_{LM}

Exprimons ΔT_1 et ΔT_2 en fonction de ΔT_{max} et ε. Nous pouvons écrire :

$$\Delta T_2 = T_{cs} - T_{fe} = (T_{cs} - T_{ce}) + (T_{ce} - T_{fe}) = -\varepsilon \Delta T_{max} + \Delta T_{max} = \Delta T_{max}(1-\varepsilon)$$

$$\Delta T_1 = T_{ce} - T_{fs} = (T_{ce} - T_{cs}) + (T_{cs} - T_{fs}) = \Delta T_{max} - Z(T_{ce} - T_{cs}) = \Delta T_{max}(1 - Z\varepsilon)$$

Nous en déduisons l'expression du NUT en fonction de ΔT_{max} et ε

$$= \frac{\Delta T_{max}\varepsilon}{\Delta T_{max}(1-\varepsilon) - \Delta T_{max}(1-Z\varepsilon)} \log\left(\frac{\Delta T_{max}(1-\varepsilon)}{\Delta T_{max}(1-Z\varepsilon)}\right)$$

$$\boxed{NUT = \frac{1}{1-Z} \log\left(\frac{(1-Z\varepsilon)}{(1-\varepsilon)}\right)}$$

Relation entre NUT et efficacité - Généralité

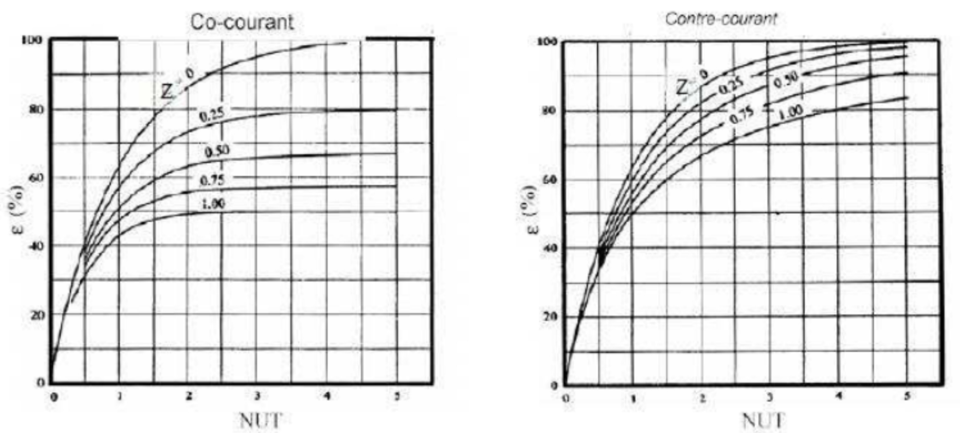
Co-courant	Contre-courant
$NUT_{max} = -\dfrac{\log(1-(1+Z)\varepsilon)}{1+Z}$	$NUT_{max} = \dfrac{1}{Z-1}\log\left(\dfrac{\varepsilon-1}{Z\varepsilon-1}\right)$
$\varepsilon = \dfrac{1-\exp\left[-NUT_{max}(1+Z)\right]}{1+Z}$	$\varepsilon = \dfrac{1-\exp\left[-NUT_{max}(1-Z)\right]}{1-Z\exp\left[-NUT_{max}(1-Z)\right]}$

Avec: $NUT_{max} = \dfrac{kS}{C_{min}}$ et $Z = \dfrac{C_{min}}{C_{max}}$

– Cas particuliers

✓ pour tout les types d'échangeurs: si Z=0 $\boxed{\varepsilon = 1-\exp\left[-NUT_{max}\right]}$ et $\boxed{NUT_{max} = -\log\left[1-\varepsilon\right]}$

✓ Pour l'échangeur à contre courant: si Z=1 $\boxed{\varepsilon = \dfrac{NUT_{max}}{NUT_{max}+1}}$ et $\boxed{NUT_{max} = \dfrac{\varepsilon}{1-\varepsilon}}$



ε= ε(NUT, C_{min}/C_{max}, configuration de l'écoulement)

On connaît : T_{ce} et T_{cs} K, S , C_{min} et C_{max} ⇒ NUT ⇒ ε ⇒ $\Phi = \varepsilon C_{min}(T_{ce} - T_{es})$