**REPUBLIQUE ALGERINNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE**
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la recherche scientifique
Université de Relizane

Faculté des sciences et de la technologie
Département d'électrotechnique & automatique
Master 1: Automatique et systèmes
Module : Optimisation

# *TD N° :02*

**Exercice 01 :**

*Exercice 1*

On considéré la fonction $f(x,y) = x^2 + y^4$ et $(P)$ est le problème de minimisation sans contraintes suivant :

On suppose qu'à l'itération $k$ on a le point $(x_0, y_0) = (1,1)$ et la direction $d_k = -\nabla f(x_0, y_0)$

$$min\{f(x,y) = x^2 + y^4, (x,y) \in \mathbb{R}^2\} \quad (P)$$

On note que :

$$\varphi_k(\rho_0) = f[(x_0, y_0) - \rho_0 \nabla f(x_0, y_0)]$$

Et $\rho^*$ vérifiant :

$$\varphi(\rho^*) = min\{\varphi(\rho), \rho \in \mathbb{R}_+^*\}$$

1- Calculer

$$\varphi_k(\rho_0) = f(x_k + \rho_0 d_k), \quad \varphi_k'(\rho_0), \quad \varphi_k(0) \quad \text{et} \quad \varphi_k'(0)$$

2- Calculer

$\rho_0$, solution (pas) optimale globale du problème

$$min\{\varphi_k(\rho), \rho \in \mathbb{R}_+^*\} = \varphi(\rho_0)$$

3- Calculez le pas d'Armijo qu'on note $\rho_{\mathrm{Armijo}}$, avec les données initiales suivantes :

$$\hat{\rho} = 1 \quad \text{et} \quad \delta = 0.9$$

4- Calculez le pas de Goldstein qu'on note $\rho_{\mathrm{Gldstein}}$, avec les données initiales suivantes

$$\rho_0 = 1, \delta = 0.1, \quad a_0 = 0 \text{ et } b_0 = 10^{100}$$

5- Calculez le pas de Wolfe qu'on note $\rho_{\mathrm{Wolfe}}$, avec les données initiales suivantes :

$$\sigma_0 = 0.3, \ \rho_0 = 1, \delta = 0.1, \ a_0 = 0 \text{ et } b_0 = 10^{99}$$

6- Calculer

$$(x_1, y_1) = (x_0, y_0) - \rho^* \nabla f(x_0, y_0) \ \text{ et } \ f(x_1, y_1)$$

7- Calculer

$$(x_1, y_1) = (x_0, y_0) - \rho_{Armijo} \nabla f(x_0, y_0) \ \text{ et } \ f(x_1, y_1)$$

8- Calculer

$$(x_1, y_1) = (x_0, y_0) - \rho_{Goldstein} \nabla f(x_0, y_0) \ \text{ et } \ f(x_1, y_1)$$

9- Calculer

$$(x_1, y_1) = (x_0, y_0) - \rho_{Wolfe} \nabla f(x_0, y_0) \ \text{ et } \ f(x_1, y_1)$$

10- Quelle conclusion peut-on tirer de cette étude ?

**Exercice 02 :**

En utilisant la méthode de recherche de la direction de descente de la plus forte pente trouver le minimum de la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}^2$ par :

$$g(x,y) = x^2 + 2y^2 + 4x + 4y$$

En partant du point initial $(x_0, y_0) = (0,0)^T$
Calculer $(x_1, y_1)$, $(x_2, y_2)$ et $(x_3, y_3)$. Et quelle itération le point optimal est vérifié ?

**Exercice 3 :**

On considère la fonction $g$ définie sur $\mathbb{R}^2$ par

$$g(x,y) = x^2 + 2y^2 + 4x + 4y$$

En partant du point initial $(x_0, y_0) = (0,0)^T$ et en appliquant la méthode du gradient à pas optimal : Calculer$(x_1, y_1)$, $(x_2, y_2)$ et $(x_3, y_3)$.

**Exercice 4 :**

On considère la même fonction $g$ définie sur $\mathbb{R}^2$ par

$$g(x,y) = x^2 + 2y^2 + 4x + 4y$$

En partant du point initial $(x_0, y_0) = (0,0)^T$ et en appliquant la méthode du gradient conjugué :
Calculer$(x_1, y_1)$, $(x_2, y_2)$ et $(x_3, y_3)$.

**Exercice 5 :**

On considère la même fonction $g$ définie sur $\mathbb{R}^2$ par

$$g(x,y) = x^2 + 2y^2 + 4x + 4y$$

En partant du point initial $(x_0, y_0) = (0,0)^T$ et en appliquant la méthode de Newton : Calculer $(x_1, y_1)$, $(x_2, y_2)$ et $(x_3, y_3)$.