Université de Relizane

Faculté des Sciences et Technologie

Département de Génie Mécanique

-2022/2023-

Mécanique des milieux continus

Rédigé par

Dr. BOT Ikram Kheira

Objectifs de l'enseignement :

Cette matière traite l'aspect de la mécanique des matériaux, et comporte trois parties. Elle commence par l'élasticité et donne à l'étudiant les définitions des constantes de l'élasticité à partir des sollicitations imposées. Ensuite, il est donné la loi de Hooke généralisée, suivie par l'étude des états de contrainte et de déformation pour arriver à la notion de directions principales et contraintes principes. La partie élasticité se clôture par la définition des contraintes équivalentes et des critères de résistance. Par ailleurs, la mise en forme des matériaux par déformation plastique impose la connaissance des modèles de comportement plastique, c'est le but de la deuxième partie de cette matière. Le comportement des matériaux fragiles comportant des fissures est un savoir indispensable pour un étudiant en génie des matériaux. Une introduction à la mécanique de la rupture linéaire est présentée dans la troisième partie de ce cours, cette partie permet d'illustrer à l'étudiant la particularité du comportement des matériaux fragiles.
Le programme est élaboré de sorte que sa présentation et son développement s'impriment fortement du sens physique afin que l'étudiant acquière des compétences utiles qui lui permettent de traiter efficacement des problèmes de la mécanique des matériaux auxquels il sera confronté.

Connaissances préalables recommandées :

Mathématique L1, Résistance des matériaux S4.

Contenu de la matière :

Chapitre 1. L'élasticité pour un chargement uniaxial

Définitions ; Comportement élastique ; Matériaux homogènes ; Matériaux isotropes ; Origine de l'élasticité dans les matériaux ; Définitions pour un chargement unidirectionnel ; la contrainte normale et la contrainte de cisaillement. La déformation normale ; La déformation transversal ; La déformation de cisaillement ; Définition des constantes élastiques ; Le module de Young.

Coefficient de poisson. Le module de cisaillement ; Définition de la déformation Thermoélastique ; Coefficient de la dilatation thermique.

Chapitre 2. Loi de Hook généralisée

État de contrainte tridimensionnelle en un point ; Principe de superposition des effets des sollicitations normales. Indépendance des effets de sollicitations de cisaillement ; Loi de Hooke généralisée; La déformation volumique et la contrainte hydrostatique; Le module hydrostatique; Les quantités élastiques volumiques invariantes; La forme de la matrice de rigidité d'un matériau anisotrope, d'un matériau orthotrope et d'un matériau cubique; Nombres de constantes d'élasticité dans chaque cas

Chapitre 3. États de contrainte et de déformation

État de contrainte dans un point ; État plan de contrainte ; Contrainte dans une coupe oblique. État de contraintes dans différents repères. Contraintes principales. Contrainte de cisaillement maximal. Cercle de Mohr ; État de contrainte tridimensionnel ; contrainte dans une coupe oblique. Directions principales et contraintes principales.

Chapitre 4. Critères de résistance

Critère de la contrainte normale maximale (critère de Rankine); Critère du Cisaillement maximale (critère de Tresca); Critère de Von Mises.

Chapitre 5. Lois de comportement plastique

Analyse d'une courbe traction/déchargement/compression dépassant la limite élastique du matériau; Illustration de l'écrouissage (effet de Baushinger);Illustration de la courbe déformation transversale en fonction de la déformation longitudinale (variation du coefficient de poison); Définition des contraintes vraies et des déformations vraies; Décomposition de la déformation totale en composante élastique et composante plastique; Les équations donnant la composante plastique des déformations dans un chargement tridimensionnel; Modèles de comportement élastique/plastique;Comportement élastique/parfaitement plastique; Comportement élastique avec écrouissage linéaire; Comportement élastique avec écrouissage en loi de puissance; Comportement élastique avec écrouissage en loi de Ramberg-Osgood.

Chapitre 6. Mécanique de la rupture

Les fondements de la mécanique de rupture (linéaire); Fissures et coefficient d'intensité de contrainte, Illustration de l'évolution de la contrainte dans le voisinage d'une bout de fissure; La définition du facteur d'intensité de contrainte; Ténacité. Facteur d'intensité de contrainte critique. Longueur de fissure critique et transition rupture fragile /ductile ; Modes de rupture. Énergie de déformation. Taux de restitution d'énergie

Mode d'évaluation:

Contrôle continu 40%; Examen 60%.

Qu'est-ce-que la mécanique des milieux continus (MMC) ?

La mécanique des milieux continus est le domaine de la mécanique qui s'intéresse à la déformation des solides et à l'écoulement des fluides. Ce dernier point faisant l'objet de domaine intitulé Mécanique des fluides, Ce cours traite donc essentiellement la déformation des solides.
la mécanique est une branche de la physique, dont l'objet est l'étude du mouvement, des déformations ou des états d'équilibre des systèmes physiques.

La mécanique du point matériel permet de prédire le mouvement d'un point soumis à un ensemble de forces. Exemple : projectille, balle, etc…

Comme, les propriétés intrinsèques du corps et les caractéristiques mécaniques sont représentées, respectivement, seulement par sa masse et par la force auxquelles il est soumis.

La dynamique se résume à la relation entre le mouvement du point matériel et les forces qui le sollicitent. C'est la loi de mouvement de Newton qui régit cette dynamique.

Cette théorie ne peut pas résoudre les problèmes des corps qui se déforment pour les raisons suivantes :

- Les propriétés intrinsèques du matériau qui compose le corps solide n'intervient pas : le **module d'Young E** et le **coefficient de Poisson υ**,

- Les déformations du corps solide ne sont pas traitées.

La prise en compte de ces particularités est entrevue à travers la théorie de ***la mécanique des milieux continus*** qui prend en charge, également, les notions de déformation du solide et de comportement du matériau qui le compose.

Chapitre 1

L'élasticité pour un chargement uni axial

1. Définitions

La mécanique des milieux continus se propose d'étudier les mouvements, les déformations et les contraintes au sein d'un milieu continu. Cette branche permet de décrire le monde matériel qui nous entoure. Prenons en compte les comportements des milieux continus, l'élasticité, la plasticité et d'autres. Elle est la clé de la modélisation, qui n'est autre que l'art d'analyser un phénomène physique et le décrire en termes mathématiques, ce qui permet de l'étudier avec la rigueur propre de cette discipline.

2. Comportement élastique

L'élasticité est la tendance d'un matériau solide à retrouver sa forme d'origine après avoir été déformé. La déformation élastique est une déformation réversible. Un matériau solide se déforme lorsque des forces lui sont appliquées. Un matériau élastique retrouve sa forme et sa taille initiales quand ces forces ne s'exercent plus.

3. Matériaux homogènes

On dit qu'un matériau est homogène, s'il possède les mêmes caractéristiques (propriétés) en tous ses points (Caractéristiques mécaniques).

4. Matériaux isotropes

On dit qu'un matériau est isotrope, lorsqu'il possède les mêmes propriétés dans toutes les directions.

5. Origine de l'élasticité dans les matériaux

Pour comprendre les caractéristiques mécaniques des matériaux comme leur module il faut descendre à l'échelle atomique.

Deux facteurs ont un effet prépondérant sur ces propriétés :

- Les forces qui retiennent les atomes les uns aux autres (les liaisons atomiques). Elles agissent comme de petits ressorts qui lient un atome `a ses proches voisins dans l'état solide.
- La manière dont les atomes sont empilés (l'empilement atomique) qui va déterminer le nombre de ressorts par unité de surface et l'angle sous lequel ils sont étirés.

Tout objet soumis à un effort se déforme, ce qui entraine un déplacement des atomes hors de leur position d'équilibre. Apparaissent alors des forces de rappel qui s'opposent à la déformation et qui tendent à restaurer le solide dans sa forme originale lorsque l'on cesse de le solliciter.

6. Définitions pour un chargement unidirectionnel

La contrainte normale et la contrainte de cisaillement

En appliquant une force sur un matériau, elle agit sur les sections du matériau. On dit que le matériau est dans un état contraint. L'intensité de la contrainte produite par cette force et qui tire ou comprime perpendiculairement à la surface $\boldsymbol{S}$ est dite contrainte normale ($\boldsymbol{\sigma}$) (sigma) (de traction ou compression) est le quotient de la force par la surface sur laquelle la force est agi.

$$\boldsymbol{\sigma_n = \frac{F_n}{S}}$$

La composante de la force charge aussi le matériau mais en cisaillement. La contrainte de cisaillement (r (Tau)) est parallèle à la surface.

$$\boldsymbol{r = \frac{F_t}{S}}$$

La déformation

La déformation des matériaux caractérise la manière dont réagit un matériau donné quand il est soumis à des sollicitations mécaniques. Sous une contrainte donnée, un matériau rigide (comme l'acier) se déforme très peu. Un matériau flexible ou souple (comme le polyéthylène) se déforme beaucoup plus.

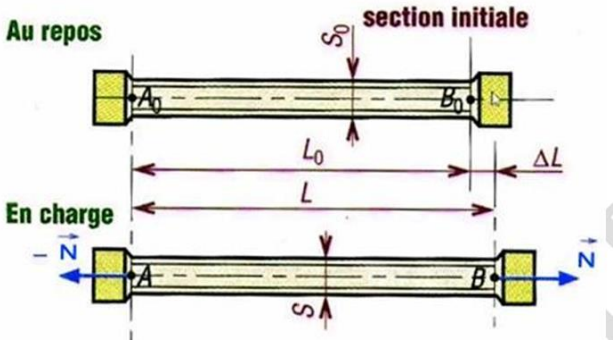


Fig. 1 : Déformations de l'éprouvette

$$\boldsymbol{s = \frac{l - l_0}{l} = \frac{\Delta l}{l}}$$

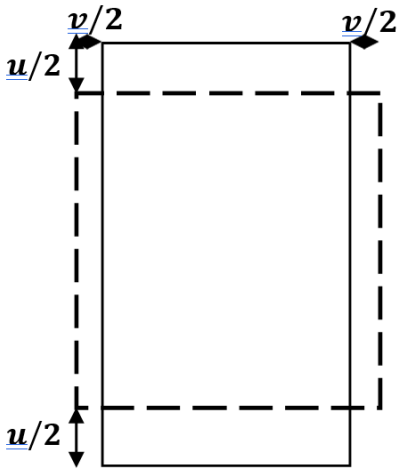
La déformation normale (longitudinale)

L'état de contrainte de traction entraine des déformations de traction. Quand un matériau d'arête l s'allonge de u dans la direction de traction, on définit la déformation normale par :

$$\boldsymbol{s_n = \frac{u}{l}}$$

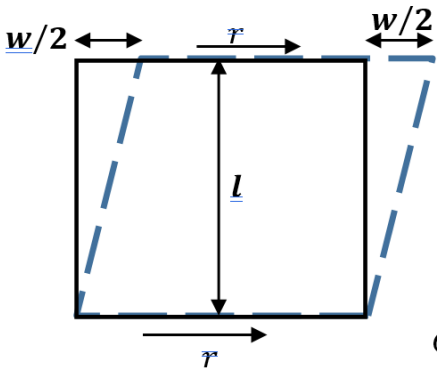
La déformation transversal (latérale)

$$s = \frac{v}{l}$$



- ***La déformation de cisaillement***

$$\gamma = \frac{w}{l} = tg\theta$$



$\gamma = \frac{w}{l} \approx \theta$ Pour les petits déplacements

θ **:** Angle de déformation

7. Définition des constantes élastiques

- ***Le module de Young***

Le module de Young (E) mesure la résistance d'un matériau à la déformation élastique (analogue à celle d'un ressort). Il reflète la raideur des liaisons interatomiques. Il s'exprime en $1N/mm^2 = 1MPa = 10^{-3}GPa$ **ou** $1N/m^2 = 1Pascal$

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{k\Delta l}{Dl} = \frac{Ks}{D}$$

$$\frac{\sigma}{S} = \frac{k\left(\frac{N}{m}\right)}{D(m)} = E\left(\frac{N}{m^2}\right)$$

$$E = \frac{\sigma}{S}$$

Plus la valeur du module est élevé plus le matériau est rigide (diamant (1000GPa), superalliage de nickel (220GPa), aciers 210GPA…).

Les alliages d'Aluminium (70GPA) sont moins rigides

Les polymères (nylon (5GPa)) sont peu rigides

- ***Coefficient de poisson (𝒗) Nu***

Décrit par l'opposé du rapport de la déformation latérale (contraction vers l'intérieur du cube) à la déformation longitudinale (sans unité).

$$v = -\frac{déformation\ latérale}{déformation\ longitudinale}$$

$$v = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_z}$$

- ***Le module de cisaillement (G) ou (𝝁) Mu***

En comportement élastique, rapport de la contrainte de cisaillement au glissement. Il s'exprime comme le module de Young

$$\boldsymbol{\mu = \frac{r}{\gamma}}$$

- ***Définition de la déformation Thermoélastique & Coefficient de la dilatation thermique***

Les solides se dilatent au chauffage et se contractent de façon inverse au cours de leur refroidissement. Considérons la dimension d'un objet à la température $\boldsymbol{T_0}$; augmentons sa température de $\boldsymbol{dT}$, $\boldsymbol{L_0}$ s'accroit de $\boldsymbol{dL}$ tel que :

$$\boldsymbol{\frac{dL}{L_0} = a dT}$$

Où a **(Alpha)** est le coefficient de dilatation linéaire du matériau à $\boldsymbol{T_0}$. Il est normalement positif et s'exprime en $\boldsymbol{K^{-1}}$

$\boldsymbol{\frac{dL}{L_0}}$ **:**Déformation d'origine thermique