Universitaire de Relizane Ahmed Zabana 2022-2023

1^{er} **année ST Maths 01**

Fiche de TD 2

Exercice 1 : Soit E un ensemble
Montrer que pour toutes parties A, B de E
1· $\complement_E (A \cup B) = \complement_E A \cap \complement_E B$ 2· $\complement_E (A \cap B) = \complement_E A \cup \complement_E B$
3· $\complement_E \left(\complement_E A\right) = A$ 4· $A \setminus B = (A \cup B) \setminus B$

Exercice 2 : A, B et C trois sous-ensembles de ensemble E . Montrer que
1· $A \cup B = A \cap B \Longrightarrow A = B$
2· $A \subset B \Longrightarrow \complement_E B \subset \complement_E A$
3· $B \subset C \Longrightarrow (A \cap B) \subset (A \cap C)$
4· $[(A \subset C) \wedge (B \subset C)] \Longleftrightarrow [(A \cup B) \subset C]$

Exercice 3 : I· Soient $\alpha \in \mathbb{R}$ et $\mathcal{R}$ une relation binaire définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \quad x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x^3 - y^3 = \alpha\left(x^2 - y^2\right)$$

1. Montrer que $\mathcal{R}$ est une relation d'équivalence dans $\mathbb{R}$.
2. On pose $\alpha = 7$, déterminer la classe d'équivalence de 6 .

II· Soit Φ la Relation définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $a\Phi b \Longleftrightarrow \exists\, n \in \mathbb{N}$ tel que $a^n = b$
- Montrer que Φ est une relation d'ordre dans $\mathbb{N}^*$. -L'ordre il est total ?

Exercice 4 (à la maison) : Soit $f\ : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = 1 - 2x^2$

$\star$Déterminer l'image directe de $[-\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2]$ par l'application f
$\star$Déterminer l'image réciproque de $[-1, 1]$ par l'application f.

Exercice 5 : Soit $f\ : \mathbb{R} - \left\{-\frac{3}{2}\right\} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = 2 - \dfrac{8 - x}{4x + 6}$

$\star$ f est-elle injective ? surjective ? justifier.
$\star$ Quelle restriction doit-on faire sur lensemble darrivée pour que f devienne une bijection ?
Dans ce cas donner l'application réciproque de f.