

II.2. Utilisation de la Méthode de la différence de température logarithmique moyenne DTLM

□ Cas des échangeurs tubulaire à co-courant

Les températures T_c et T_f sont les températures respectives des deux fluides chaud et froid sur l'élément de surface d'échange dS . L'expression du flux thermique élémentaire $d\Phi$ échangé entre les deux fluides à travers cet élément dS s'écrit:

$$d\Phi = U(T_c - T_f)dS \quad (1)$$

Avec :

$U(W/(m^2 \cdot ^\circ C))$: Coefficient d'échange global.

- La distribution de la température des deux fluides est représentée sur la figure (8) (Faire la démonstration)

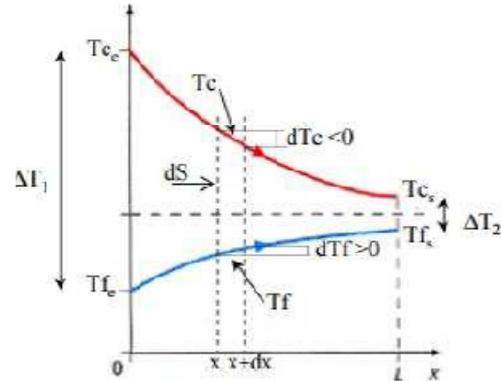


Fig.8. Evolution des températures le long de l'échangeur

$$dT_c - dT_f = d(T_c - T_f) = -\left(\frac{1}{\dot{m}_c C_{pc}} + \frac{1}{\dot{m}_f C_{pf}}\right)d\phi \quad (4)$$

$$d(T_c - T_f) = -\left(\frac{1}{\dot{m}_c C_{pc}} + \frac{1}{\dot{m}_f C_{pf}}\right)U(T_c - T_f)dS \quad (5)$$

$$\frac{d(T_c - T_f)}{T_c - T_f} = -\left(\frac{1}{\dot{m}_c C_{pc}} + \frac{1}{\dot{m}_f C_{pf}}\right)UdS \quad (6)$$

A cette étape, l'intégration de l'équation précédente en supposant que le coefficient d'échange U est constant le long de l'échangeur, et avec les conditions aux limites ci-dessous :

- ($x=0$), entrée de l'échangeur: $T_c - T_f = T_{ce} - T_{fe}$
 - ($x=L$), sortie de l'échangeur: $T_c - T_f = T_{cs} - T_{fs}$
- $$\ln \frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}} = -\left(\frac{1}{\dot{m}_c C_{pc}} + \frac{1}{\dot{m}_f C_{pf}}\right)U S \quad (7)$$

Or, le flux total échangé est exprimé aussi en fonction des températures d'entrée et de sortie des fluides:

$$\phi = \dot{m}_c C_{pc} (T_{ce} - T_{cs}) = \dot{m}_f C_{pf} (T_{fs} - T_{fe}) \quad (8)$$

En remplaçant dans l'équation (7), $\dot{m}_c C_{pc}$ et $\dot{m}_f C_{pf}$ en fonction de Φ , et de la différence de la température selon l'équation(8),

on obtient l'expression de flux
(la puissance thermique totale):

$$\phi = U \frac{(T_{cs} - T_{fs}) - (T_{ce} - T_{fe})}{\ln \frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}}} S \quad (9)$$

□ Echangeurs à contre-courant

La distribution de la température est représentée sur la figure (9)

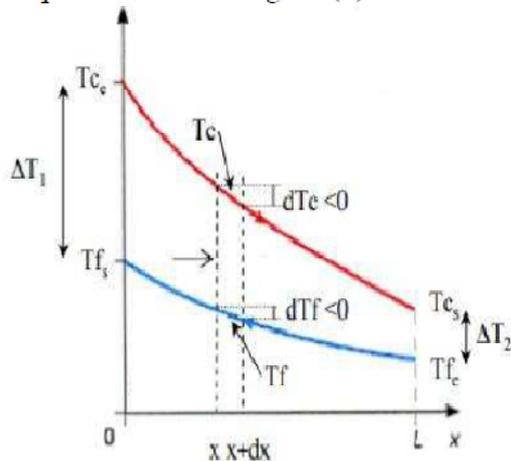


Fig. 9 distribution de température (échangeur contre courant)

L'expression du flux élémentaire est :

$$d\Phi = -\dot{m}_c C_{pc} dT_c = -\dot{m}_f C_{pf} dT_f$$

Flux perdu
par le fluide chaud

Flux gagné
par le fluide froid

du fait que $dT_f < 0$. quand $dS \nearrow$

Même démarche de calcul \longrightarrow

$$\phi = U \frac{(T_{cs} - T_{fe}) - (T_{ce} - T_{fs})}{\ln \frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}}} S \quad (10)$$

La puissance thermique totale échangée:

- Dans ce qui suit, on va utiliser la **méthode (DTLM)** qui consiste à exprimer le flux total échangé en fonction de coefficient d'échange global et de la surface d'échange et les températures en introduisant une nouvelle grandeur ΔT qui est définie par :

$$\Delta T = T_c - T_f$$

ΔT , est la différence entre le fluide chaud et le fluide froid dans une section donnée.

En choisissant les conditions aux limites suivantes :

- ($x=0$) entrée de l'échangeur : $\Delta T_1 = T_{c0} - T_{f0} = T_{ce} - T_{fe}$
- ($x=L$) sortie de l'échangeur : $\Delta T_2 = T_{cL} - T_{fL} = T_{cs} - T_{fs}$

$$\phi = U \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}} S = U \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} S \quad (11)$$

L'expression de flux: \longrightarrow

$$\phi = US \Delta T_{LM} \quad \text{avec} \quad \Delta T_{LM} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}} \quad (12)$$

Ou,

ΔT_{LM} Est la **différence de température logarithmique moyenne**

« log mean temperature difference »

Pour chaque type d'échangeur tubulaire (N,P) , il y a des abaques à utiliser pour déterminer le coefficient de correction F

Exemples : (Supplemental material chapit 11(Free. Book wiley)

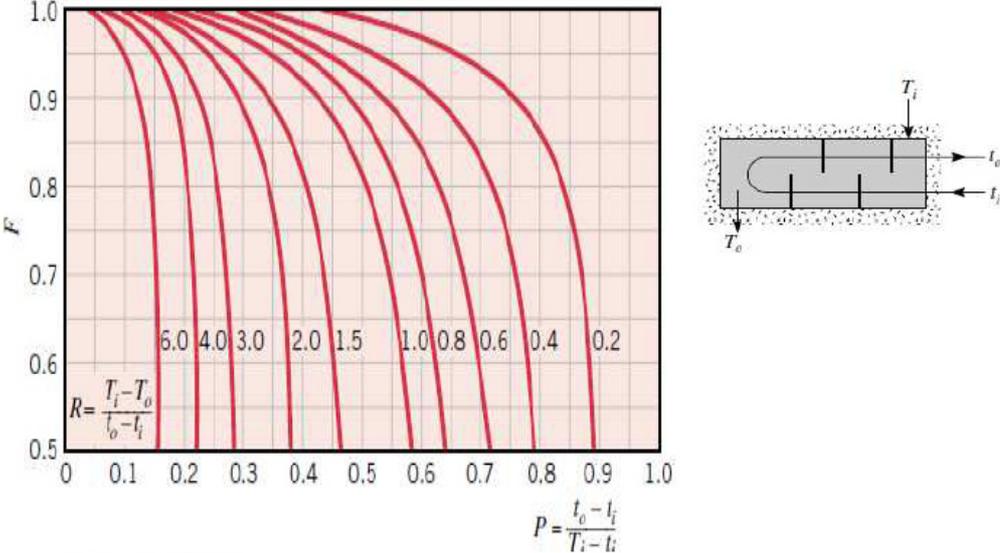
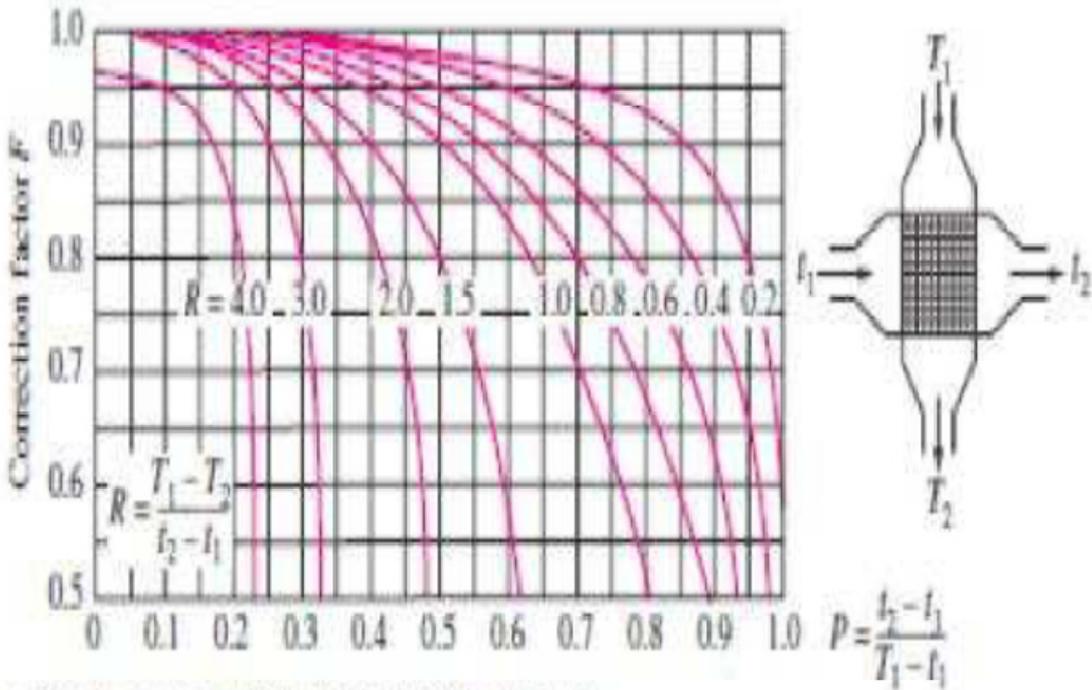


FIGURE 11S.1 Correction factor for a shell-and-tube heat exchanger with one shell and any multiple of two tube passes (two, four, etc. tube passes).



(c) Single-pass cross-flow with both fluids unmixed

II.3. Utilisation de la méthode de Nombre d'Unité de Transfert (NUT)

▪ À partir de l'évolution de température, on constate que le fluide qui a le plus petit débit thermique unitaire donne (ΔT_{\max}) le changement de température le plus important. C'est de lui que dépend la quantité de chaleur maximale qui pourra être échangée, et l'on dit qu'il « *commande le transfert* ».

Dans le cas d'un échangeur à **Co-courant**:

l'écart maximum des températures dans l'appareil d'après la distribution de la température fig (8) est : $\Delta T_{\max} = T_{ce} - T_{fe}$

Pour l'échangeur à **contre courant**, il y'a 2 cas à étudier, suivant le débit thermique de chaque fluide.

□ Méthode de NUT

Définition:

Le nombre d'unité de transfert noté NUT, est un rapport adimensionnel défini comme

suit :
$$NUT = \frac{U.S}{C_{\min}} \quad \text{ave} \quad C_{\min} = (\dot{m}c_p)_{\min}$$

□ la méthode de nombre d'unité de transfert NUT permet un calcul direct de l'échangeur. Elle repose sur la notion de l'efficacité.

Question: quelle est la différence entre la méthode de NUT et DTLM?

□ Efficacité d'un échangeur

$$\varepsilon = \frac{\phi_{\text{reel}}}{\phi_{\text{max}}} \quad (13)$$

▪ L'efficacité d'un échangeur est le rapport de flux de chaleur réellement échangé au flux de chaleur maximum (idéal) théoriquement échangé dans les mêmes conditions d'entrées des fluides (nature, débit,...) dans l'échangeur.

L'objectif est de trouver une relation entre l'efficacité et le nombre de NUT

on introduit deux nouvelles grandeurs sans dimension

$$\varepsilon_c = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{fe}} \quad \text{efficacité relative coté fluide chaud} \quad (14)$$

$$\varepsilon_f = \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}} \quad \text{efficacité relative coté fluide froid} \quad (15)$$

Il existe une relation simple entre ε_c et ε_f . Soit C le rapport des débits thermiques unitaires, qu'on appelle aussi facteur de déséquilibre et qui est défini :

$$C = \frac{C_{\min}}{C_{\max}}$$

l'ensemble des cas possibles qu'on peut avoir :

Il existe une relation simple entre ε_c et ε_f . Soit C le rapport des débits thermiques unitaires, qu'on appelle aussi facteur de déséquilibre et qui est défini :

$$C = \frac{C_{\min}}{C_{\max}}$$

l'ensemble des cas possibles qu'on peut avoir :

$$C_{\min} = C_c \text{ on obtient } \varepsilon = \varepsilon_c = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{fe}} = \frac{1}{C} \varepsilon_f \quad \longrightarrow \quad C = \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_c} = \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{cs}} \quad (16)$$

$$C_{\min} = C_f \text{ on obtient } \varepsilon = \varepsilon_f = \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}} = \frac{1}{C} \varepsilon_c \quad \longrightarrow \quad C = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_f} = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{fs} - T_{fe}} \quad (17)$$

le flux thermique réel $\longrightarrow \Phi = \varepsilon \Phi_{\max} \quad (18)$

$$\text{En remplaçant } \Phi_{\max} \text{ en fonction de } \Delta T_{\max} \quad \longrightarrow \quad \Phi = \varepsilon C_{\min} (T_{ce} - T_{fe}) \quad (19)$$

□ Détermination de l'expression de l'efficacité en fonction de nombre de NUT

L'objectif est de calculer l'efficacité pour chaque cas d'échangeur et l'exprimer en fonction de nombre de NUT. Un développement pour un cas particulier va être effectué et le reste des relations entre l'efficacité et le NUT est donnée dans le tableau (diapositive 42-43)

Cas de l'échangeur co-courant (parallel-flow)

Pour l'échangeur co-courant, la température de sortie du fluide chaud ne peut pas atteindre celle d'entrée du fluide froid:

$$\Phi_{\text{réel}} = C_c (T_{ce} - T_{cs}) - C_f (T_{fs} - T_{fe}) \quad (20)$$

$$\text{Le flux max : } \Phi_{\max} = C_c (T_{ce} - T_{fo}) \quad (21)$$

$$\text{Efficacité de refroidissement : } \varepsilon = \frac{(T_{ce} - T_{cs})}{(T_{ce} - T_{fo})} \quad (22)$$

En partant par l'expression de la distribution de la température et en introduisant l'expression de l'efficacité, on arrive à exprimer l'efficacité en fonction de nombre de NUT

$$\ln \frac{(T_{cs} - T_{fs})}{(T_{ce} - T_{fe})} = -\left(\frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_e}\right)US \quad (23)$$

$$\frac{(T_{cs} - T_{fs})}{(T_{ce} - T_{fe})} = \exp\left(-\left(\frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_e}\right)US\right)$$

En utilisant l'expression de l'efficacité:

$$\varepsilon = \frac{(T_{ce} - T_{cs})}{(T_{ce} - T_{fe})}$$

On obtient

$$1 - \exp\left(-\left(\frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_c}\right)US\right) = 1 - \frac{(T_{cs} - T_{fs})}{(T_{ce} - T_{fe})}$$

$$1 - \exp\left(-\left(\frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_c}\right)US\right) = \frac{(T_{ce} - T_{cs}) + (T_{fs} - T_{fe})}{T_{ce} - T_{fe}}$$

$$1 - \exp\left(-\left(\frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_c}\right)US\right) = \left(\frac{(T_{ce} - T_{cs}) + (T_{fs} - T_{fe})}{T_{ce} - T_{fs}}\right)\varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp\left(-\left(\frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_c}\right)US\right)}{\left(1 + \frac{C_c}{C_f}\right)}$$

En remplaçant le nombre de NUT par son expression ,

on obtient:
$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-NUT(1 + C)]}{1 + C}$$

Echangeur à contre courant (counter-flow flow)

Même démarche, pour un échangeur Co-courant.

L'expression de l'efficacité en fonction de NUT est :

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-NUT(1 - C)]}{1 - C \exp[-NUT(1 - C)]} \quad (25)$$

Pour les autres configurations, les corrélations donnant les expressions du nombre d'unité de transfert (NUT) en fonction de l'efficacité ou l'efficacité en fonction de NUT sont regroupées dans les tableaux suivant

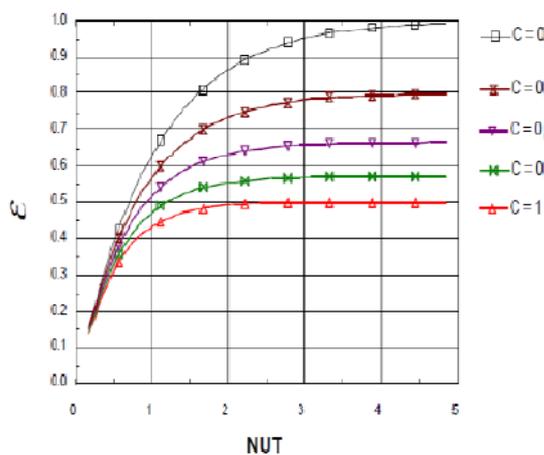
Relations entre efficacité et NUT (NTU)

Courants parallèles et de même sens	$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-\text{NUT}(1+C)]}{1+C}$
Courants parallèles et de sens contraires	$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-\text{NUT}(1-C)]}{1-C \exp[-\text{NUT}(1-C)]}$
Courants croisés : fluides non mixés (valeur approchée)	$\varepsilon = 1 - \exp\left\{\frac{1}{\eta C} [\exp[-\text{NUT}(\eta C)] - 1]\right\} \text{ avec } \eta = \text{NUT}^{-0.22}$
Courants croisés : fluides mixés	$\varepsilon = \text{NUT} \left\{ \frac{\text{NUT}}{1 - \exp[-\text{NUT}]} + \frac{(\text{NUT})(C)}{1 - \exp[-\text{NUT}(C)]} - 1 \right\}^{-1}$
Courants croisés : fluides C_{\min} non mixés	$\varepsilon = \frac{1}{C} \left\{ 1 - \exp[-C[1 - \exp(-\text{NUT})]] \right\}$
Courants croisés : fluides C_{\max} non mixés	$\varepsilon = 1 - \exp\left\{-\frac{1}{C}[1 - \exp[-\text{NUT}(C)]]\right\}$
Echangeur tubulaire (coque et tubes) : 1 passe coté coque et 2 passes coté tubes	$\varepsilon = 2 \left\{ 1 + C + \frac{1 + \exp[-\text{NUT}(1+C^2)^{1/2}]}{1 - \exp[-\text{NUT}(1+C^2)^{1/2}]} \left((1+C^2)^{1/2} \right) \right\}^{-1}$

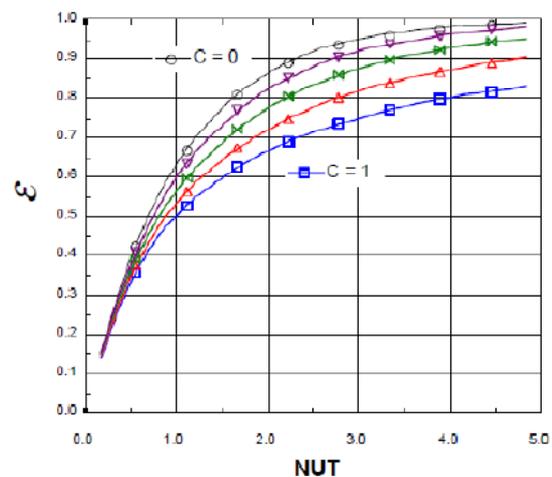
Relations entre NUT (NTU) et efficacité

Heat exchanger Type	NTU relation
Double pipe : parallel-flow	$NTU = -\frac{\ln[1-\varepsilon(1+c)]}{1+c}$
Counter-flow	$NTU = \frac{1}{c-1} \ln\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon c-1}\right)$
Shell and tube : One-shell pass 2,4,... tube passes	$NTU = -\frac{1}{\sqrt{1+c^2}} \ln\left(\frac{2/\varepsilon-1-c-\sqrt{1+c^2}}{2/\varepsilon-1-c+\sqrt{1+c^2}}\right)$
Cross-flow(single pass) Both fluids unmixed	$NTU = -\ln\left(1+\frac{\ln(1-\varepsilon c)}{c}\right)$
C_{max} mixed C_{min} unmixed C_{max} unmixed C_{min} mixed	$NTU = \frac{-\ln[c \ln(1-\varepsilon)+1]}{c}$
All heat exchangers with $C=0$	$NTU = -\ln(1-\varepsilon)$

La relation entre l'efficacité et le nombre d'unité de transfert peut être aussi présentée sous forme d'abaque (plusieurs présentations dans la bibliographie)



**Efficacité (échangeur co-courant)
en fonction de NUT et de $C=C_{min}/C_{max}$**



**Efficacité (échangeur contre courant)
en fonction de NUT et de $C=C_{min}/C_{max}$**

En conclusion:

Quelle est l'utilité de la méthode NUT dans l'étude des cas réels en ingénierie?

La réponse dépend de l'objectif. Deux cas de problèmes peuvent se présenter:

La conception:

comment sélectionner un modèle de l'échangeur tout en connaissant, les températures d'entrée des deux fluides et une seule température de sortie et en fixant les débits.

Donc ce qu'on cherche c'est la **surface d'échange** nécessaire pour atteindre la température de sortie;

La méthode consiste alors à calculer C et ε , puis $NUT(\varepsilon)$, d'où l'on tire la **surface S** .

Les performances :

On connaît le type et la taille de l'échangeur, les débits et les températures d'entrée. On veut calculer la **puissance Φ** et les **températures de sortie**.

D'une façon générale, si le facteur de déséquilibre (C) et l'efficacité (ε) sont connus, la donnée de deux températures d'entrée-sortie suffit à déterminer les deux autres.

□ Dans ce qui suit, on va présenter un exemple de problème réel rencontré dans l'industrie et qui peut être étudié en utilisant la méthode de NUT:

Comment sélectionner les distributions de température les plus favorables dans un échangeur

La méthode de NUT s'adapte aux études d'optimisation. En voici un exemple significatif, qui se réfère aux écarts extrêmes de température dans l'échangeur. L'étude détaillée de ce phénomène est présentée dans la référence (13).

Notion de « pincement » (Pierre. DAC (SFT (www.asso.fr))):

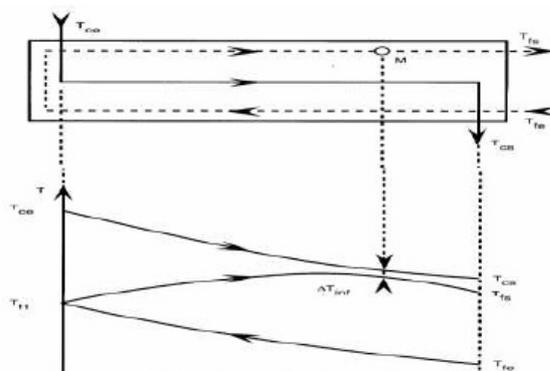


Fig.11. Notion de pincement (Pierre DAC (SFT .asso.fr))

Exemple de pincement (ΔT_{inf}) dans un échangeur à deux passes sur le fluide froid, le fluide chaud circulant en calandre. $\Delta T_{sup} = T_{ce} - T_{fl}$ ou $T_{cs} - T_{fe}$ selon les cas

En conclusion: Quel est le risque des croisements de températures

Comment l'échangeur, peut se trouver dans une situation où le fluide « froid » en peut réchauffer le fluide « chaud », c'est-à-dire où l'on aurait $T_f > T_c$.?

- ❑ Dans les échangeurs à une seule passe sur chaque fluide . La situation ne se présente pas. « second principe de la thermodynamique ».
- ❑ Pour les échangeurs *P-N*, il peut arriver qu'une partie de la surface d'échange se trouve sous la condition $T_f > T_c$. C'est ce que l'on appelle un « croisement de températures » (ou une inversion).

Conséquences sur les performances de l'échangeur?

La figure (12 a,b) schématise les températures dans un échangeur tubulaire 1-2 où le fluide chaud circule en calandre.

- (a) Les deux entrées des fluides sont du même côté,
- (b) l'entrée du fluide froid est du même côté que la sortie du fluide chaud.

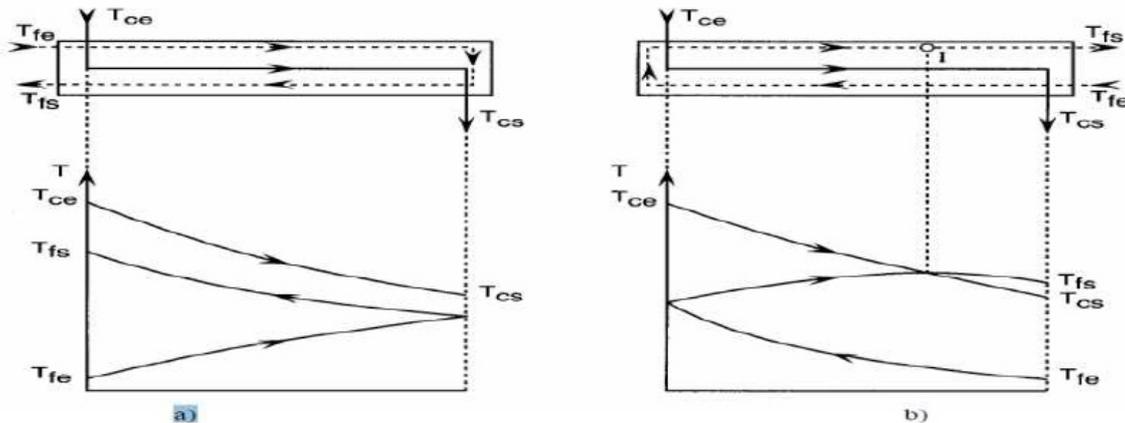


Fig. 12. illustration de croisement Pierre DAC (SFT .asso.fr)

Échangeur tubulaire 1-2 avec fluide chaud en calandre

- a) Pas de croisement
- b) Croisement des températures entre I et la sortie du fluide froid